5P-09

拡大盤面における3人対戦型3目並べの解析

伊井野 蒼 †　　黒田 久泰 ‡
愛媛大学工学部工学科 †　　愛媛大学大学院理工学研究科 ‡

1. はじめに

まるばつゲームとして知られている 3 目並べはその形を変えたゲームがいくつも考案されている．また，多人数で行うゲームとして，麻雀，3 人囲碁 [1]，4 人将棋 [2] などがあり研究がなされている．単純な 3 目並べは，縦 3 ×横 3 マスで 2 人で行う．そして，双方が最善を尽くせば引き分けとなる．本研究では，3 目並べの縦 3 ×横 3 マスの盤面を拡張し，プレイヤーの人数を 3 人とした場合を考える．そして，縦 4 ×横 4 マスの場合と縦 4 ×横 5 マスの場合の解析結果を示す．

2. 3 人対戦型 3 目並べ

2.1. ルール

本研究で扱う 3 人対戦型 3 目並べは，3 人のプレイヤーに 1, 2, 3 と手番順と同じ数字を付けて，手番順にマスの中へ自分の数字 (1, 2, 3) を置いていき，その数字が縦横斜めのいずれかに始めて 3 目並んだプレイヤーが勝利するゲームとする．盤面は縦 m ×横 n マスを用いる．このとき，m と n は 3 以上の任意の数である．ここでゲームの進め方を説明する．例えば，縦 4 ×横 4 マスの盤面で行うとする．ここでは，マスの左上 (1 行 1 列) を (1,1)，右上 (1 行 4 列) を (4,1) といった形で表現することにする．1 番が (2,2)，2 番が (1,4)，3 番が (4,1)，1 番が (3,3) といったようにゲームが進行していくと，図 1 のようになる．ゲームの終了条件は下記のどちらかを満たすときである．

- いずれかのプレイヤーの数字が縦横斜めのいずれかに 3 目並ぶ
- $m \times n$ の全てのマスが 1 から 3 の数字で埋まる

			3
	1		
		1	
2			

図 1: 3 人対戦型 3 目並べの進行の例

2.2. 3 人対戦型 3 目並べの盤面数

縦 4 ×横 4 マスの 3 人対戦型 3 目並べについて，手数と盤面数などの関係を表 1 に示す．

盤面数の欄では，同じ数字が 3 目以上並んでいる盤面も含む．縦 4 ×横 4 マスの場合，k 手進んだときのそれまでの指し手の組み合わせの総数は $16!/(16-k)!$ で表すことができ，15 手および 16 手進んだときの指し手の組み合わせの総数は 16!となり約 21 兆である．3 目並べは同じ手数が進んだ後，異なる手順でも同じ盤面が出てきやすいので，16 手進んだあとの盤面数 (約 202 万) は指し手の組み合わせの総数の約 1037 万分の 1 程度となる．

表 1: 手数ごとの盤面数など (縦 4 ×横 4 マス)

手数	盤面数	対称性考慮*1	状態数*2
0	1	1	1
1	16	3	3
2	240	33	33
3	3,360	426	426
4	21,840	2,751	2,751
5	131,040	16,446	16,446
6	720,720	90,408	90,408
7	2,402,400	300,630	287,720
8	7,207,200	901,410	825,680
9	19,219,200	2,403,120	2,106,657
10	33,633,600	4,205,220	3,210,711
11	50,450,400	6,307,650	4,190,022
12	63,063,000	7,885,536	4,550,622
13	50,450,400	6,307,650	2,719,622
14	30,270,240	3,784,950	1,210,990
15	12,108,096	1,514,052	355,380
16	2,018,016	252,642	34,613

*1 対称性のある盤面を一つとみなしたときの盤面数
*2 どのプレイヤーも 3 目並んでいない盤面数

対称性考慮の欄は対称性のある盤面をまとめて一つとみなしたときの盤面数で，同じ数字が 3 目以上並んでいる場合も含む．対称性のある盤面とは，m と n が等しいときには，0 度，90 度，180 度，270 度の 4 通りの回転とそれぞれの鏡映の盤面の 8 通りが考えられ，m と n が異なるときは，0 度，180 度の 2 通りの回転とそれぞれの鏡映の盤面の 4 通りが考えられる．

状態数の欄は，対称性のある盤面を一つと数え，さらに，勝敗の決していない (どの数字も 3 目並んでいない) 盤面数である．表 1 から，縦 4 ×横 4 マスの場合，状態数は 1 手目から 12 手目までは単調増加し，13 手目からは単調減少することがわかる．

3. 検証方法

3.1. 盤面情報

探索の速度を高めるために 2 種類の盤面情報を持たせるという工夫をしている．具体的には，手番 1，手番 2，手番 3 のそれぞれが数字を置いたマスを，それぞれ符号なし 4 バイト整数型の変数で管理する．各マスの状態はビットで表現し，空の場合は 0，その手番の数字が置かれている場合には 1 とする．各手番で 3 目並んだかどうかの判定は，各マス目毎に用意したビット論

Analysis of Three Player Tic-Tac-Toe Games with Enlarged Board
†Iino Aoshi, Department of Engineering, Faculty of Engineering, Ehime University
‡Kuroda Hisayasu, Graduate School of Science and Engineering, Ehime University

理積演算で行う．

また，すでに探索した盤面を繰り返し探索しないようにしており，その際の盤面情報として，3 人対戦型 3 目並べの各マスが取り得る状態は { 空，1，2，3} の 4 つなので，これらをそれぞれ {00，01，10，11} と 2 ビットで表す．これを縦 4 ×横 4 マスの場合には全部で 16 マスあるため 32 ビットとなり，縦 5 ×横 4 マスの場合には全部で 20 マスとなるため 40bit で保持する．

後者の盤面情報だけでも，ビット演算の組み合わせで 3 目並んだかどうかの判定は行えるが，上記のように 2 種類の盤面情報を用いたほうが高速化に繋がる．

3.2. 対称性

探索する盤面数を減らすため対称性も考慮する．探索においては，縦 4 ×横 4 マスの場合には，回転と鏡映の関係にある 8 通りの盤面の情報を保持し，指し手が進んだ場合には，その 8 通りの盤面全ての情報を更新している．縦 5 ×横 4 マスの場合には，回転と鏡映の関係にある 4 通りの盤面の情報を保持して，その 4 通りの盤面全ての情報を更新している．この 8 通り，あるいは，4 通りの盤面のいずれかがすでに探索済であるなら，その結果を利用する．対称性を考慮することで，縦 4 ×横 4 マスの場合には約 8 倍，縦 5 ×横 4 マスの場合には約 4 倍程度の高速化が実現できている．

3.3. 探索方法

探索にはミニマックス法を使用し，何も置かれていない状態から，どのプレイヤーが勝つかの必勝読みを行った．探索順序として，マスの中央に近い部分を優先して置くようにして高速化を行った．

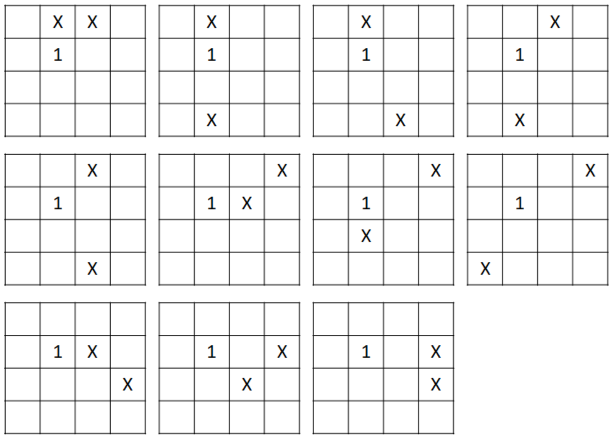
4. 検証結果

3 人のプレイヤーが最善を尽くすと，縦 4 ×横 4 マスでは引き分けになり，縦 5 ×横 4 マスでも引き分けになるという結果が得られた．

縦 4 ×横 4 マスにおいて，プレイヤー 1 が勝つ 3 手進んだ後の状態数は，全状態数 426 の内，22 個という結果となった．その 22 個を 11 個の盤面で表現したものを図 2 に示す，ここで，X は 2 と 3 のどちらかが順不同で入る．図 2 から，3 手までの手順でプレイヤー 1 が必勝となるには，必ず中央に置かなければならないことがわかる．ここでの中央とは縦 4 ×横 4 マスであればマスの辺でない場所を指し，縦 5 ×横 4 マスでは，(2, 3) と (3, 3) の 2 マスを指す．

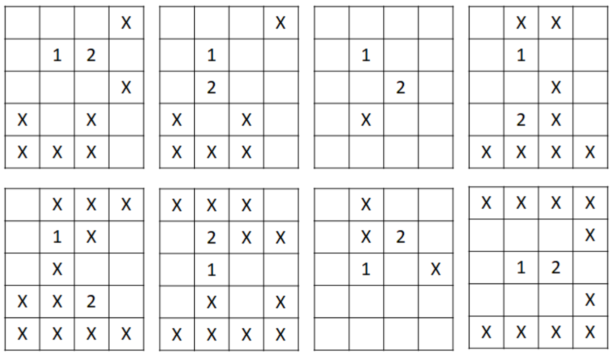
また，縦 5 ×横 4 マスにおいては，プレイヤー 1 が勝つ 3 手進んだ後の状態数は 220 個という結果となった．その一部を図 3 に示す．ここで，X のいずれかに 3 が入った盤面がプレイヤー 1 が必勝となる盤面となる．なお，3 手までの手順でプレイヤー 1 が必勝になるには，初手で (2,2), (3,2), (2,3), (3,3), (2,4), (3,4) のように辺ではない場所に置く必要がある．

興味深いのは，図 3 の上段の右から 2 つ目の 1 が (2,2)，2 が (3,3) に置かれた盤面である．この盤面では，プレイヤー 3 が (2,4) に置いてしまうと，プレイヤー 1 が必勝となる．逆に，(2,4) 以外であれば (例えば 4 隅や辺でもよい)，その後，全プレイヤーが最善を尽くすと引き分けになる．なお，プレイヤー 3 が (2,4) を置いた後のプレイヤー 1 の必勝手順は，(3,2) に置くことである．プレイヤー 2 が (4,2) に置いたとき，すでにプレイヤー 3 が (2,4) に置いていることでプレイヤー 2 はリーチをかけることができず，結果的にプレイヤー 3 が (2,4) に置くことはプレイヤー 2 を妨害してプレイヤー 1 を手助けしたということになる．



各盤面において順不同で X に 2 と 3

図 2: 縦 4 ×横 4 マスにおける 1 番必勝全盤面



各盤面において X のいずれかに 3

図 3: 縦 5 ×横 4 マスにおける 1 番必勝盤面 (一部)

5. まとめ

3 人対戦型 3 目並べにおいて，縦 4 ×横 4 マスと縦 5 ×横 4 マスでの解析を行うことができた．縦 5 ×横 5 マス以上の大きさの盤面についても，3 人のプレイヤーが最善を尽くした場合に引き分けになるのか，プレイヤー 1 が必勝となるのかについては今後の課題である．

参考文献

[1] Tristan Cazenave: Multi-player Go. Computers and Games, LNCS, Vol.5131, pp.50-59, Springer (2008).

[2] 大川貴之，桜井貴文，小谷善行，辻尚史：多人数ゲームにおける枝刈りと四人将棋への応用，情報処理学会研究報告, 2001-GI-007, Vol.2002, No.27, pp.73-80 (2002).