

# グループ間対戦が疎である場合にも適用可能なイロレーティングモデルの開発

## Novel Elo-rating model for non-frequent inter-group matches

道林 源輝†

Motoki Dobayashi‡

大阪大学 工学研究科†

Graduate School Engineering Osaka University‡

### 1. 背景と動機

イロレーティング[1]とは、対戦型の競技において相対評価で競技者の実力を表すために使われる評価指標の1つであり、現在では多くのゲームやスポーツなどで用いられている。イロレーティングにおいて、各プレイヤーはレーティング値を持っており、他のプレイヤーと対戦を行うことによってレーティング値が変動する。プレイヤー*i*のレーティング値を $E_i$ 、プレイヤー*j*のレーティング値を $E_j$ とすると、プレイヤー*i*のプレイヤー*j*に対する期待勝率 $p_{i,j}$ は、

$$p_{i,j} = \frac{1}{1 + 10^{\frac{E_j - E_i}{400}}}$$

で求められる。また、 $W_{i,j}$ は対戦結果により変化する変数であり、プレイヤー*i*が勝利した場合は1、敗北した場合は0を代入する。Kを定数とすると、プレイヤー*i*とプレイヤー*j*が対戦した後のプレイヤー*i*のレーティング値 $E'_i$ は

$$E'_i = E_i + K(W_{i,j} - p_{i,j})$$

で求められる。このように対戦毎にレーティングの更新を行うレーティングシステムは漸進レーティングシステムと呼ばれている。

しかし、このレーティングシステムは1つのグループの内部におけるプレイヤーの強さのみしか推定できないという問題がある。例えば、グループAとグループBが存在するとし、この2つのグループ間での交流がない場合を考える。この時、グループAに所属するプレイヤーのグループA内での実力（グループBに所属するプレイヤーのグループB内での実力）はイロレーティングによって表現できるが、グループAとグループBを合わせた時のプレイヤーの強さは、単純にイロレーティング値の大小によって図ることができない。さらに具体的に説明すると、グループAに所属するレーティング値1900のプレイヤーとグループBに所属するレーティング値1900のプレイヤーでは、レーティング値が同じだとしても、同じ「強さ」とは限らないということである。対面競技においてはグループが複数存在し、グループ間の交流があまり密でない場合も存在する。

このように対面競技において、グループ間での対戦が疎である場合にも複数のグループを合わせた時のプレイヤーの強さを正しく表現できるようなレーティングモデルの構築を目指した。

### 2. 提案手法

本研究では、チームAとチームBの2つのチームが存在し、かつ2つのチームの対戦が疎である場合を考える。2つのチームで対戦経験のあるプレイヤーの情報をを用いることで、2つのチームを合わせた時のプレイヤーの強さを正しく再現する方法を提案する。2つのチームでの対戦経験があるプレイヤーをプレイヤーXとおき、チームAでのプレイヤーXのイロレーティング値を $X\_A\_Elo$ 、チームBでのプレイヤーXのイロレーティング値を $X\_B\_Elo$ とする。また、チームAでのプレイヤー $a_i$ のイロレーティング値を $E_{a_i}$ 、チームBでのプレイヤー $b_i$ のイロレーティング値を $E_{b_i}$ とする。この時に、以下の操作を行う。

①:  $X\_A\_Elo \geq X\_B\_Elo$  の場合

$$E'_{b_i} = E_{b_i} + (X\_A\_Elo - X\_B\_Elo)$$

②:  $X\_A\_Elo < X\_B\_Elo$  の場合

$$E'_{a_i} = E_{a_i} + (X\_B\_Elo - X\_A\_Elo)$$

これらの操作は①の場合はチームBのメンバー全員に適用し、②の場合はチームAのメンバー全員に適用する。

### 3. 実験と考察

#### 3.1 スペアマンの順位相関係数

スペアマンの順位相関係数[2]は順位データから求められる相関の指標の1つである。母集団Xにおける要素*i*の順位を $x_i$ 、母集団Yにおける要素*i*の順位を $y_i$ 、要素の数をNとすると、スペアマンの順位相関係数 $\rho$ は、

$$\rho = 1 - \frac{6}{N(N^2 - 1)} \sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2$$

で表される。スペアマンの順位相関係数は-1から1の値を取り、-1に近づくほど負の相関の強さを表し、1に近づくほど正の相関の強さを表す。また、0では相関がないことを表す。

#### 3.2 シミュレーションの組み方

チームAをプレイヤー50人で構成し、チームAの各プレイヤーの強さを正規分布 $N(X, 100^2)$ で割り当てる。チームBも同様にプレイヤー50人で構成し、チームBの各プレイヤーの強さを正規分布 $N(Y, 100^2)$ で割り当てる。また、チームAとチームBの両チームで対戦を行うようなプレイヤーを導入し、そのプレイヤーをプレイヤーXとする。プレイヤーXの強さは1500で固定する。

### 3.2.1 提案手法を用いた場合

チーム A+プレイヤーX (51 人)、チーム B+プレイヤーX (51 人) の両チームの内部で総当たり戦を 1 回行う。対戦の勝敗は対戦するプレイヤーの強さに 0.95~1 の乱数をかけ、その値が大きいプレイヤーが「勝ち」、小さいプレイヤーが「負け」とし、引き分けはないものとする。この勝敗結果によって、プレイヤーのイロレーティング値を更新する。全ての総当たり戦が終わった後、先述した提案手法を用いて、該当プレイヤーのイロレーティング値を更新する。チーム A とチーム B を合わせた時の各プレイヤーの強さの順位とチーム A とチーム B を合わせた時のプレイヤーのイロレーティング値の順位との相関を先述したスペアマンの順位相関係数で表す。この一連の操作を 200 回繰り返す。

### 3.2.2 通常のイロレーティングを用いた場合

チーム A (50 人)、チーム B (50 人) の両チームの内部で総当たり戦を 1 回行う。対戦の勝敗は対戦するプレイヤーの強さに 0.95~1 の乱数をかけ、その値が大きいプレイヤーが「勝ち」、小さいプレイヤーが「負け」とし、引き分けはないものとする。この勝敗結果によって、プレイヤーのイロレーティング値を更新する。全ての総当たり戦が終わった後、各チームからランダムにプレイヤーを抽出し、対抗戦を 100 回行い、対抗戦を行ったプレイヤーのレーティング値を更新する。チーム A とチーム B を合わせた時の各プレイヤーの強さの順位とチーム A とチーム B を合わせた時のプレイヤーのイロレーティング値の順位との相関を先述したスペアマンの順位相関係数で表す。この一連の操作を 200 回繰り返す。

### 3.3 結果と考察

図 1 は  $X=1500, Y=1800$  でのチーム A のプレイヤーとチーム B のプレイヤーの強さ分布、図 2 は  $X=1500, Y=1800$  での提案手法を用いた時のチーム A のプレイヤーのイロレーティング値とチーム B のプレイヤーのイロレーティング値の分布を示している。この 2 つのグラフより、強さとレーティングの分布が似通っており、1 回の総当たり戦でプレイヤーの強さをイロレーティング値によって表現できていることがわかる。

図 3 は  $X=1500, Y=1800$  での通常のイロレーティングを用いた場合と提案手法を用いた場合のスペアマンの順位相関係数を示したグラフである。通常のイロレーティングを用いた場合では、強さとイロレーティング値の相関は普通程度であるが、提案手法を用いた場合では、強さとイロレーティング値の相関はかなり強い相関となった。

## 4. まとめ

本研究では、複数のグループが存在し、かつグループ間での対戦が疎である場合にも複数のグループを合わせた時のプレイヤーの強さを正しく表現できるような手法を提案した。

また、本研究ではグループ数を 2 グループ、各チームの強さの分布を正規分布で仮定したが、グループの数が 2 グループよりも多い場合や、各チームの強さの分布が正規分布でない場合については試していない。また、リアルな対面競技において、今回行ったシミュレーション結果通りになるかについても実証できていない。これらは今後の課題としたい。

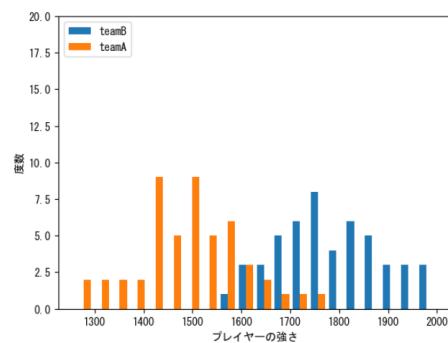


図 1 :  $X=1500, Y=1800$  でのプレイヤーの強さ

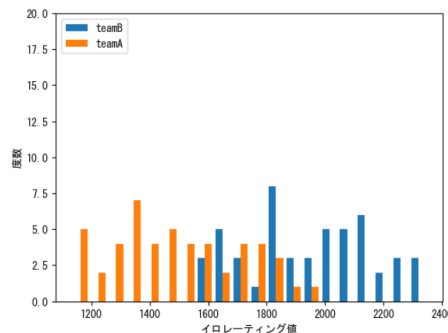


図 2 :  $X=1500, Y=1800$  でのプレイヤーのイロレーティング値

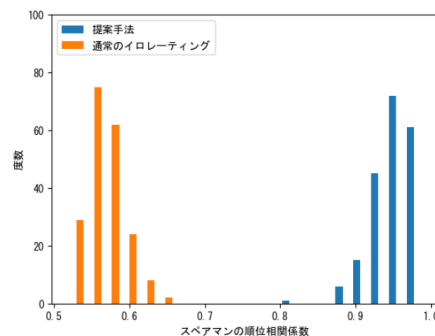


図 3 :  $X=1500, Y=1800$  でのスペアマンの順位相関係数

### 参考文献

- [1] Arpad E. Elo. The Rating of Chessplayers, Past and Present. Arco Pub., New York, 1978.
- [2] C.Spearman. The Proof and Measurement of Association between Two Things. The American Journal of Psychology, Vol. 15, pp. 72-101, 1904.
- [3] 熊谷侑哉. 更新時に補正を行うレーティングシステムの提案. 学部卒業論文, 公立はこだて未来大学情報アーキテクチャ学科, 2016.
- [4] William J. Knottenbelt, Demetris Spanias, Agnieszka M. Madurska. A common-opponent stochastic model for predicting the outcome of professional tennis matches. Computers and Mathematics with Applications, Vol. 64, pp. 3820-3827, 2012.