

鉄道模型レイアウトによる論理回路の構成

赤間 仁志^{1,a)}

概要：身近なものを使って計算ができることを発見するのは、常に新鮮な驚きと喜びをもたらすものである。本論文では、株式会社タカトミーが販売する鉄道模型であるプラレールを用いることで論理回路を構成できることを示し、基本的な論理ゲートや半加算器などの実例を交えて、プラレールを用いた論理回路の性質を紹介する。

先行研究にて、プラレールとLEGOブロックを組み合わせて論理計算を行う手法がすでに発表されている。しかし、LEGOブロックの部品は豊富な種類があり、LEGOブロックのみで論理計算を行う装置もすでに構成されている。本発表では、純粋にプラレールの部品だけでも論理回路を構成できることを示す。

キーワード：鉄道模型, 論理回路, Binary Decision Diagram

1. はじめに

プラレールはタカトミーが販売する鉄道模型のおもちゃであり、子供から大人まで幅広く楽しまれている。プラレールには様々な種類のレール部品が存在する。例えば、直線レール、曲線レール、およびターンアウトレール（分岐レール）などである。また、自動ターンアウトレールといった電車が通るたびに分岐方向がトグルする特殊なレールも存在する。本論文では、これらを組み合わせることで電車で論理演算をさせるレイアウトの性質について論ずる。

2. 背景

本研究を発表する以前に、プラレールおよびレゴを用いて論理演算を行う動画が投稿されている [2]。しかし、先行研究においてはプラレールの他にLEGOブロックの機構を用いており、値のコ

ピーが困難であるという問題に対して、LEGOブロックを用いるという解決方法を用いている。

本研究では、値のコピーがプラレールの部品のみで行えることを示し、過去に公式に販売されたプラレールの部品のみで論理演算を実現した。

3. 原理

3.1 真偽値の表現

分岐レールには、分岐方向を示すポイントが付いている。このポイントの向きがまっすぐの状態を0、曲がる方向の状態を1と定義する（図1）。そして、電車が通ることによりポイントの向きにしたがって分岐することを、真偽値の読み出しと解釈する（図2）。また、ポイントはただレール本体に付いているだけなので、電車が逆走することで車輪がポイントを動かし、ポイントの向きを進入してきた方向に変えることができる。これを真偽値の書き込みと解釈する（図3）。

¹ 東京工業大学 情報理工学院 数理・計算科学系

^{a)} akama.h.ab@m.titech.ac.jp

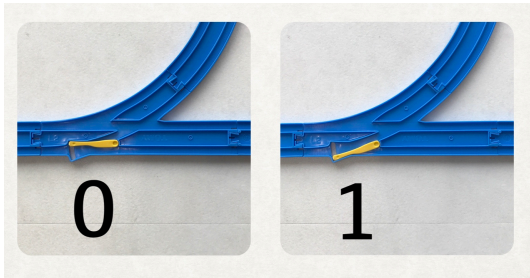


図 1 真偽値の表現

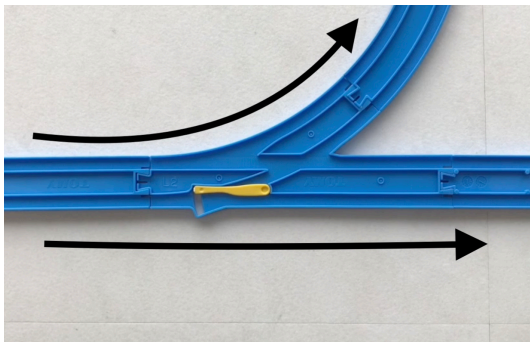


図 2 真偽値の読み出し

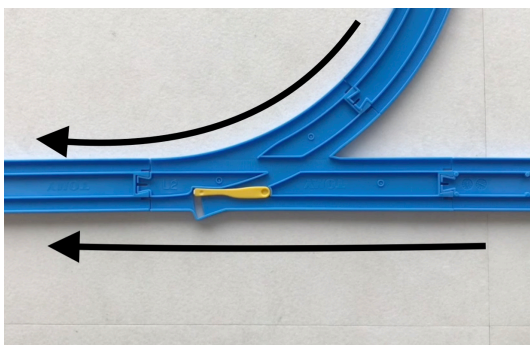


図 3 真偽値の書き込み

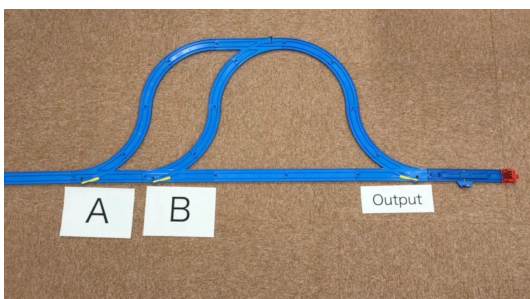


図 4 OR ゲート

3.2 計算の実行

計算は次のステップで実行される。

1. 入力に相当するポイントの向きを設定する
2. 電車を走らせる
3. 出力に相当するポイントの向きを読み取る

例を挙げると、OR ゲートは図 4 のようなレイアウトで表現できる。

3.3 XOR ゲートの困難さ

古典的な論理回路であれば、論理の万能性より AND, OR, NOT ゲートを組み合わせればいかなる論理回路でも作成できる。しかし、プラレールでは単純にレイアウトの入出力を組み合わせでより大きな論理回路を作ることが困難である。例えば、2 入力論理関数のなかで、XOR およびその否定だけは単純に作成することはできない。これは、ポイントレールで表現した真偽値を複数回使うことが基本的にはできないからである。

この事実は Binary Decision Diagram (BDD) [1] を用いるとよく理解することができる。

プラレールのポイントレールで表現された真偽値は、読み取る際にレールに進入して、ポイントの値によって分岐する、いわば条件付きジャンプのような意味を持つ。これは、BDD が入力を与えられた時に出力を計算する過程と一対一に対応する。

また、ある特定の真偽値 X を持つポイントレールは、当たり前のことだが、物理的には 1 箇所しか存在しない。そのため、真偽値 X を読み出すためには、 X を読み出す方向に電車が進入するほかない。したがって、複数の場所から同じ真偽値の値を読み出すことが、プラレールにおける論理回路では不可能である。

図 5 は XOR ゲートを BDD で表現したものである。この図では、入力のうち B が、 A の分岐先の両方で使われている。すなわち、プラレールにおいて不可能な、複数の場所からの 1 つの真偽値へのアクセスを本質的に要求していることになる。これが値のコピーが困難であり、ナイーブな方法で XOR が実現できない根本的な原因である。

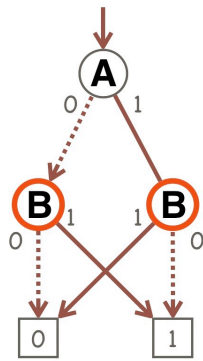


図 5 XOR の BDD

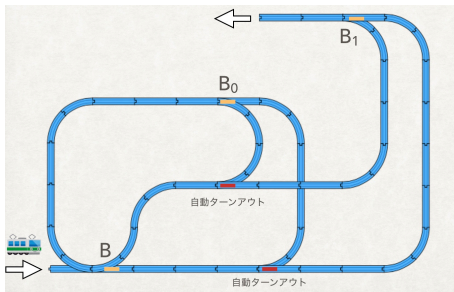


図 6 複製回路

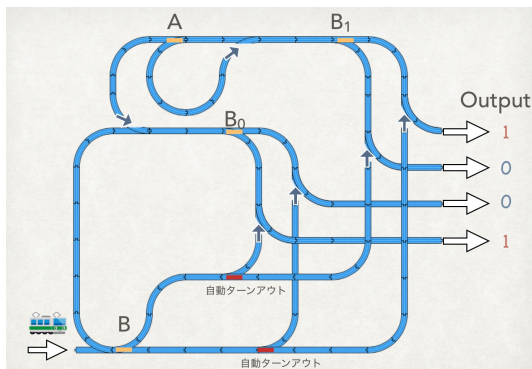


図 7 合流レールを導入した複製回路

3.4 ポイントに格納された真偽値の複製

XOR ゲートの構成がナイーブにできない原因は、複数の場所から 1 つの真偽値へのアクセスができないからであった。そこで、本節ではポイントに格納された真偽値を複製することによってこの制約を取り払う方法を述べる。

3.4.1 トグルレール

プラレールのレール部品には、自動ターンアウト

トレールと呼ばれるレールがある。これは電車が通るたびに、2 つの分岐方向の行き先をトグルする、ばね仕掛けで作られたレールである。以下、自動ターンアウトレールのトグル動作を強調してトグルレールと呼称する。

3.4.2 真偽値の複製回路

トグルレールを使用すると、値の複製をすることができる。すなわち、入力 B の真偽値を、一時変数 B_0 および B_1 に複製して代入する操作を実現できる。図 6 に、複製回路の概略図を示す。

この回路では、電車はスタート地点から進入し、入力 B を 2 回読み、1 回目と 2 回目でそれぞれ B_0 , B_1 に B と同じ値を書き込むという動作を行ったのち、ゴール地点に向かう。これによって、2 つのポイントレールに入力 B の値がコピーされる。したがって、回路中の 2 箇所から B と同じ値を利用することが可能となった。

3.5 複製回路の分離

複製回路を用いると入力の真偽値の複製が可能であることを示した。しかし、複製した値を読み出す場合はポイントレールを書き込み側に対して電車は逆走する必要がある。そのため、何も対策をしないと電車は複製回路に突入してしまう。本節では、複製回路と、複製された値を読みだして電車が行く先を分離する方法を述べる。

3.5.1 合流レール

自動ターンアウトレールにはトグルとは別のモードがある。これはポイントの向きをまっすぐ、あるいは曲がる方向に固定するモードである。また、自動ターンアウトレールのポイントはばね仕掛けで制御されているため、電車の車輪が蹴って方向を変えることはない。したがってこのモードを用いると、ある方向から来た電車を一方的に合流させることができる。以下、この機能を強調して、ポイントの向きを固定するモードの自動ターンアウトレールを合流レールと呼称する。

3.5.2 合流レールの導入

図 7 に、複製回路へ合流レールを導入して、複製された値を読み出す際に電車の向かう先を分離したレイアウトを示す。図のように、合流レール

は複製された値を読み出した直後および、書きこんだ直後の両方に挿入する必要があることに注意する。

3.6 XOR ゲートの実現

改良された複製回路を用いて XOR を構成する。複製された値 B_0 は、 $A = 0$ であった時に電車が読み、 B_1 は $A = 1$ であった時に電車が読む。すると、 A, B の値の組合せにより 4 通りに分岐することができる。あとは出力として正しい組み合わせとなるよう電車を合流させて出力すれば XOR ゲートが実現できる。

3.7 まとめ・今後の課題

プラレールは値の複製に大きな制限がある計算アーキテクチャである。しかし、プラレールの各部品がどのくらいの計算能力をもたすかはまだはっきりと分かっていない。また、プラレールで記述されたプログラムを扱う数学的な手法がまだないため、プラレールに関する性質を形式的に記述できないことが現状の課題である。

4. 質疑応答

丹治 XOR は論理回路では 4 つの NAND ゲートで構成できるが、プラレールでそのように構成しなかったのは何か理由があるのか？

赤間 NAND から XOR を作ろうとすると、素子間の値の受け渡し時に発生するコピーのコストが大きくかかるため。

丹治 同期処理にストップレールが応用できるのではないかな？

赤間 過去に存在していた自動のりかえ駅を応用するともしかすると可能かもしれない。

岸本 自動のりかえ駅に相当するものを自作することは可能かな？

赤間 3D プリンタを用いれば可能だが、中古店で入手することを検討している。

岸本 電子回路でも XOR は面倒だが、プラレールでは XOR を構成するもっと単純な方法はないかな？

赤間 複線ポイントレールを使うと直接 NOT が

表現できて効率化が可能である。

岸本 ビリヤードボールコンピュータが参考になるかもしれない。

赤間 ありがとうございます。

竹内 全加算器はどれくらいの費用がかかったかな？

赤間 およそ 10 万円くらいと予測している。

萩谷 ロータリエlement といった素子に代表されるような可逆計算をプラレールで実現することはできるかな？

赤間 分岐レールのみで作られたプラレール回路ならば可能だが、一般に可逆であるとは言えない。しかし、現時点で可逆計算が実現できる可能性がないとは言いきれない。

寺田 自動ターンアウトレールの初期の方向の設定は入力に相当するのではないかな？

赤間 そうとも考えられるが、厳密な定義がまだないことからさらに議論を深める必要がある。

和田 半加算器は 2 編成の電車を使うと聞いたが、それは出力が 2 つだからなのかな？

赤間 片方の出力を書き込んだのち、もう片方の出力を書き込む動作をすれば 1 編成で済むため、必ずしも 2 編成が必要ではない。

松崎 電車の位置関係といったことを計算の状態として持たせるのはどうかな？

赤間 面白い考え方なので検討したい。

八木原 電車の存在を 0 と 1 に見立てるのはどうかな？

赤間 出力において、最終的に電車がたどり着いた駅の場所によって値を読み取る、といったことを検討している。

河野 LEGO によって実現された電車の機構では折り返しをする動きがあったが、それが参考にならないかな？

赤間 ありがとうございます。

参考文献

- [1] Akers, S. B.: Binary decision diagrams, *IEEE Transactions on computers*, No. 6, pp. 509-516 (1978).
- [2] むにむに: プラレールとレゴを使って論理演算。回路の組み合わせで XOR も作れる, https://www.youtube.com/watch?v=SqwVAE_RMTk.