

プログラム論理図の形式的表現

大場 克彦 金戸 孝夫

島津製作所 東京研究所

難しい理論に精通していなくても、一定の手順に従って設計を進めると、プログラムの形式的仕様が得られる手法として、HOS (Higher Order Software) がある。筆者らはHOSの手法について評価を行ったところ、この手法で作成される設計書が冗長になるという結果を得た。

筆者らはHOSの方法論を参考にしながら、簡潔な記述が出来るように記述法の改善を行い、プログラム論理図の形式表現を試みた。このプログラム論理図は、木構造で表現されている。

Formal Expression of Program Logic Diagrams

Katsuhiko Ohba Takao Kaneto

SHIMADZU CORPORATION

The methodology of HOS (Higher Order Software) make possible to get us the formal specifications without to know the theory that HOS is based on. We estimated HOS, and get the conclusion that the specifications described by HOS methodology is too lengthy.

We attempted to improve the expression of HOS to make possible to describe the specifications briefly. Based on the result of this attempt, we developed the formalized expression of program logic diagrams. These program logic diagrams are presented by the tree structured diagrams.

1 はじめに

ソフトウェア開発において、要求仕様のあいまいさが手戻り作業を生じ、工程遅れや開発コストを高くする原因になっていることが指摘されている^[1]。しかし、ソフトウェア開発の現状をみると、要求分析段階だけでなく設計段階において作成される資料にもあいまいさが含まれている。例えば、設計段階で作成されるフローチャートや木構造図のようなプログラム論理図について考えてみても、1つのプログラム論理図から1つのソースプログラムが一意に定まるというわけではない。信頼性の高いプログラムを開発するためには、設計書の形式性を高めることが重要であることが指摘されている^[2]。プログラムの設計資料の形式性を高めるために、形式仕様記述法の研究成果を利用することが有効であると思われる。形式的仕様記述法の中では、等式論理に基づく代数的仕様記述法が、比較的分かりやすく思われた。しかし、実際には、逐次処理型の実用レベルのプログラムの仕様を、平均的なプログラマが代数的仕様記述法を用いて書くのは困難である。その原因は

- ①基礎となる数学理論を理解しないと仕様を書けないが、平均的なプログラマがこれを理解するのは困難である。
- ②理論にしたがって、厳密に仕様を記述すること自体が難解な作業である。例えば、公理を表す等式集合をどの様な基準に従って導きだしたらよいのか分からない。などである。これは、筆者らが代数的仕様に接したときの感想であるが^[3]、代数的仕様に限らず、形式的仕様記述法全般についても似たようなことがらが指摘されている^{[4][5]}。

形式的仕様記述法が、ソフトウェア開発の現場で利用できるようになるためには、難解な基礎理論を意識しなくても、定められた手順に従って記述すれば、厳密であいまいさのない形式的な仕様を得られることが必要である。さらに、記述が簡潔であることが必要である。簡潔な記述は、記述を容易にし、迅速に仕様を作成することを可能にすると共に、記述された仕様を理解しやすくする上で必要である。

このような観点から形式的仕様記述法について検討し、プログラム論理図の形式的表現を可能にしたので報告する。

2 設計思想

基礎となる数学理論を知らなくても、ある一定の規則にしたがって仕様を記述すれば、あいまいさのない仕様を記述できることが、まず必要である。このような観点から調査を進め、HOS (Higher Order Software)^{[6][7][8]}を発見した。これを試用した結果、仕様の簡潔性という点で問題があり、これを改善する方向で検討を行った。まず、筆者らの手法の出発点となったHOSの手法について紹介し、次にその長所と問題点について述べ、最後に問題点の改善の方向について述べる。

2.1 HOS

HOSの特徴は、大きく分けて2つある。1つは、基礎となる理論に関する知識がなくても完全かつ無矛盾な公理(注1)を、一定の手順に従えば導き出すことが出来る点である。第2は、コンピュータ支援系を持っていることである。コンピュータ支援系により、公理の完全性、無矛盾性の検証とソースプログラムの自動生成を行っている。

注1: HOSでは仕様を公理と呼んでいる。

HOSの公理を導く手順について述べる。HOSでは、プログラム及びプログラムを構成する操作を、多入力多出力の関数として表現する。次に、プログラムを表す関数を2つの操作に分割する。分割した操作がこれ以上分割できない操作であればそこで分割をやめる。そうでなければ、さらにその操作を2つの操作に分割する。末端の操作が、それ以上分割できない操作で表現されるまで、上に述べた手順を繰り返す。このようにして得られる公理は、2進木として表現される。

これ以上分割できない関数として、基本関数、再帰関数、外部関数、定義済み関数の4種類がある。基本関数は、基本データ型に対する操作である。再帰関数は、反復処理を可能にするための関数である。基本関数および再帰関数は、HOSであらかじめ用意してある関数である。外部関数は、HOSの方法によらずに開発したプログラム(関数)で再利用可能なものである。定義済み関数はHOSの方法により開発したプログラム(関数)である。

階乗の計算をするプログラムについて、公理(図1 [a])を導く手順を示す。階乗の計算をするプログラムをFACTORIALとし、入力を変数INに入れて渡され、計算結果が変数Fに入れて出力されるものとする。まずFACTORIALをINITとFACTという2つの操作に分割する。INITは初期化を行う部分で、FACTは階乗の計算を実際に行う部分である。

図1において、幹に当たる関数を親関数、枝に当たる関数を子関数と呼ぶ。FACTORIAL、INIT、FACTの関係において、FACTORIALが親関数で、INITとFACTが子関数である。親関数と子関数の関係を規定する7つの規則が定められている。親関数を2つの子関数に分割したとき、どの規則を適用するかを指定する。この7つの規則は、制御とデータの受渡しの規則を定めたものである。FACTORIAL、INIT、FACTの関係では、CJという規則を適用することを指定している。

このとき親関数の動作は、右側の子関数を実行した後、左側の子関数を実行した時の動作と等価であることを意味している。また、データの受渡しでは、

- ①右側の子関数(右子関数と以後呼ぶ)は少なくとも1つの入力を親関数から受け取らなくてはならない。
- ②左側の子関数(左子関数と以後呼ぶ)は親から入力を受け取ってもよいし、受け取らなくてもよい。
- ③左子関数は、右子関数の出力から少なくとも1つ、入

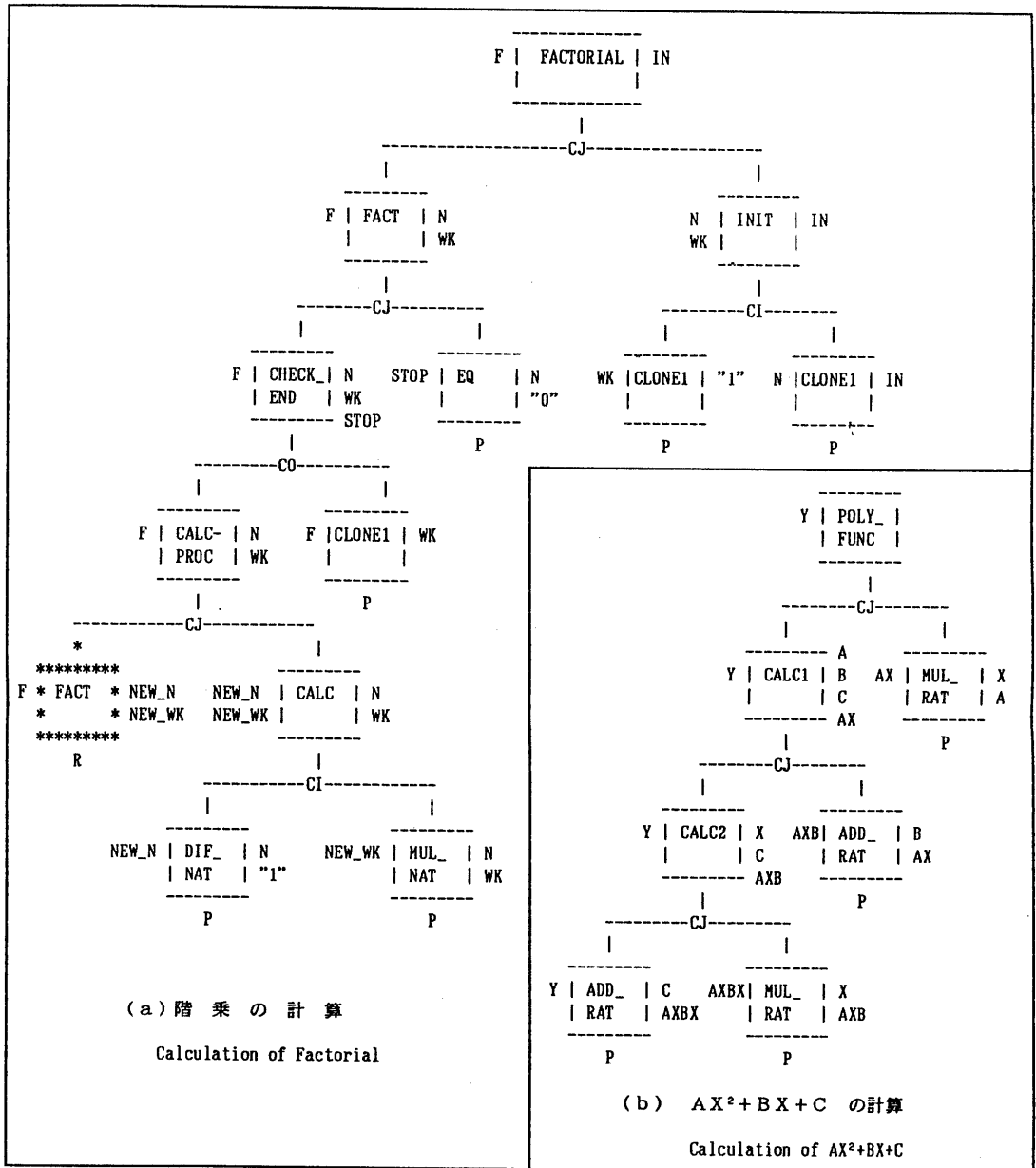


図1 HOSの手法による仕様の記述例
Example of Specifications by HOS

力を受け取らなくてはならない。

④親関数の出力は、左子関数の出力の中になければならない。

FACTORIAL、INIT、FACTの関係では、INITがFACTORIALからINを受け取り、NとWKを出力する。FACTはNとWKを入力として受け取りFを出力として、FACTORIALに渡す。

次にINITを2つの操作に分ける。この操作は、どちらもCLONE1という基本操作である。図1において、CLONE1の下にあるPが基本関数を表す記号である。INITの右子関数のCLONE1は、その親関数からINを受け取って入力とし、Nを出力している。このNが親関数に返される。左子関数のCLONE1は、定数1を入力とし、WKを出力としている。このWKも

親関数の出力となっている。CLONE1は入力の値をそのまま出力する関数である。この時点でNにはINの値が、WKには1が設定されている。INITとその2つの子関数の間にはCIという関係を適用することを指定している。CIという関係では、右子関数、左子関数の順に実行されている。また、データの受渡し規則は次のようになる。

①子関数は、親関数の任意の入力を自分の入力とすることが出来る。

②親関数の出力は、どちらかの子関数の出力の中になければならない。しかし、2つの子関数の出力の中に同じ出力があってはならない。

CLONE1は基本関数なのでこれ以上分割は行わない。

FACTORIALの右子関数INITの分割が終了したので、左子関数FACTを2つの子関数で表す。FACTの右子関数EQは、2つの入力値が等しければ真を出力し、等しくなければ偽を出力する基本関数である。この場合にはNの値が零ならSTOPの値が真、零でなければ偽になる。左子関数CHECK_ENDは、FACTの処理を終了させるかどうかを判定する関数である。この関数は入力として親関数からNとWK、右子関数EQからSTOPを受け取り、Fを出力として親関数FACTに返す。

CHECK_ENDはさらに2つの子関数に分割されている。ここではCOという関係が指定されている。COは、選択という制御構造とそのときのデータの受渡しを規定する関係である。COという関係の時は、親関数の最後の入力データの値が真なら右子関数が実行され、偽なら左子関数が実行される。CHECK_ENDの場合には、STOPが真ならCLONE1が、偽ならCALC_PROCが実行される。CLONE1は、親関数からWKを入力として受け取り、それをそのままFにコピーしてCHECK_ENDに返す。CALC_PROCはCHECK_ENDからNとWKを入力として受け取り、Fを出力として返す。FACTはCHECK_ENDの右子関数が実行されたとき終わりになる。COという関係のデータの受渡し規則は次のようになる。

①各子関数の入力は、親関数の入力の中に含まれている。

②各々の子関数の出力は、親関数の出力を単独で全て含んでいる。

CALC_PROCを、CALCとFACTという2つの関数に分割する。右子関数CALCは、CALC_PROCからNとWKを入力として受け取り、NEW_NとNEW_WKを出力する。この2つの出力が、そのまま左子関数FACTの入力になる。このFACTは再帰関数である。FACTの下にあるRが再帰関数を表す記号である。再帰関数FACTは、NをNEW_N、WKをNEW_WKと置き換えて、前に出てきた同じ名前の関数FACTを再び実行することを意味する。

CALCはさらにMUL_NATとDIF_NATという基本関数に分割される。MUL_NATは、2つの

入力の積を出力する基本関数である。ここでは、NとWKの積をNEW_WKに出力している。DIF_NATは、第一の入力の値から第二の入力の値を引いた結果を出力する基本関数である。ここではNの値から1を引いた値をNEW_Nとして出力している。さて、これで末端の操作がすべて基本関数と再帰関数で表現されたので、公理は完成したことになる。このようにして得られた公理は、一種のプログラム論理図になっている。

基本関数は、すべてライブラリにその名前と入出力データの型が登録されている。公理の中に現れるデータは、最終的に基本関数に渡されるので、そこでデータの型が決定される。一般に同じデータがいくつかの基本関数に受け渡されていくので、その間にデータの型の不一致が生じると、公理に論理的な矛盾が生じたことになる。このような矛盾がないかを検証している。

筆者らはHOSを試用した結果

(1) 基礎理論を知らなくても形式的仕様が記述できる。

(2) 仕様が階層的な図式で表現している。

(3) コンピュータ支援系を持っており、自動的に仕様の完全性、無矛盾性の検証を行った後、FORTRANやCのソースコードが生成される。

などの長所を有している。しかし、プログラムの経験者にとっては、次のような問題点があった。

(1) 仕様記述に時間がかかる。実際に、FORTRANやCでプログラミングするのに比べ3倍以上の時間を要した。

(2) 記述された仕様が理解しにくい。FORTRANやCで書かれたプログラムの方が理解しやすい。

HOSの最大の問題点は、仕様が冗長になることである。これが仕様の記述に時間を要し、その内容を分かり難くしている最大の原因である。図1(a)に階乗、図1(b)に2次式の仕様を示す。この例にみられるように、仕様が冗長にしているのは、

①式は検証の対象にならないので式が直接記述できない。

②プログラム言語で簡単に表現できる制御構造を表現するのに、複雑な表現をしなければならない。

③1つの操作を、2つの操作で表現することを基本原理としているため、本来は必要でない操作が含まれる。

などが原因である。

第2の問題点は、関数間の関係を指定しなければならないことである。この関係を指定するのに時間がかかると共に、この指定ミスによる誤りがかなり発生した。これが仕様記述に時間を要する2番目の原因になっていた。

2.2 設計の基本方針

以上の調査結果を基に、プログラム論理図の記述法の設計に当たって

(1) 理論を意識しなくても、厳密な形式性を有するプログラム論理図が作成できる。

(2) コンピュータを利用して、プログラム論理図の矛盾の検出ができる。

(3) プログラム論理図からソースプログラムを自動的に

に生成できる。

(4) HOSのプログラム論理図より、記述し易く理解し易い。

の4点を、基本的な目標とした。

(1)については、まずプログラムを文を用いて記述するものとし、文の間の等価関係の定義の集合としてプログラムを表すと共に、プログラムを文の等価関係の集合で表すための手順を定め、この手順に従って等価関係を導けば、曖昧さのない仕様を得られる様にした^[9]。次に、この等価関係の集合を木構造を有するプログラム論理図として表現することを試みた^{[9][10]}。これは、HOSの考え方と同じである。

(2)と(3)を達成するために、プログラム論理図に厳密な形式性を与えることを試みた。

(4)については、HOSの記述の冗長さを削り、記述がしやすく、かつ分かりやすくするため、次に述べるような機能の追加や記述方法の改善を行った。

①数式の記述を許す。

②1つの文を2つ以上の文で表現することを許す。

③制御構造に関する情報とデータの受渡し規則を分離し、制御構造については、選択や反復を記述する文を導入すると共に、この文の中で選択や反復の条件を論理式として記述することを許す。

・データの受渡し規則については、規則をもっと単純化しプログラム論理図の中でいちいち指定しなくてもよいようにする。

④日本語が使える。

3 文

プログラム論理の記述に厳密な形式性を保証するためには、そこで使われる用語の構文と意味を定義しておく必要がある。ここでは、文を使ってプログラム論理を記述する。ここで、文は入力に対して操作を加えると出力を出すものとして定義する。このように定義すると、文は多変数入力、多変数出力の関数と見なすことができる。ただし、副作用を許すという点で純粋の関数とは異なる。プログラムも1つの文である。

ここでは、文を形式的に表現するため、

操作(入力1、・・・、入力k)

→(出力1、・・・、出力m) [1]

と表す。ここで、操作、入力変数、出力変数には日本語表現が許される。

次に文を、未定義文と既定義文に分類する。未定義文は、実現方式が定義されていない文である。既定義文は、実現方式が定義されている文である。さらに、既定義文を基本文と定義文に分ける。基本文は、高級言語で用意されている基本データ型に対する文であり、高級言語の文がこれに対応する。定義文は、基本データ型や既に定義されているデータ型を組み合わせて新しく作ったデータ型に対する文で、基本文および自分より前に定義されている定義文を用いて新たに定義した文である。定義文

は、1つのプログラムである。

3 プログラム論理の設計手順

上に述べた文を使って、次の手順でプログラム論理の設計を行う。

(1)プログラムの名前と入力データ、出力データを、[1]の書式にしたがって書き表す。プログラムの名前は、その機能が分かるようにつける。

(2)プログラムの機能を実現するために、どのような処理を施せばよいかを手順として表す。ここでは、文の操作だけを順番に書き、その実現手段については考えない。すなわち、未定義文として処理を記述する。

(3)各未定義文への入出力を決め、[1]の書式で表す。

(4)各未定義文が実現されれば、プログラムの機能が実現されることを確かめる。

(5)未定義文のうち、既定義文で置き換え可能なものは置き換える。

(6)データの受渡し規則を満足していることを確かめる。

(7)全ての未定義文が、既定義文で表現可能になるまで以下の手順を繰り返す。

①未定義文を、新しい未定義文を使って記述する。

②新しい未定義文が実現されれば、元の未定義文が実現されることを確かめる。

③新しい未定義文のうち、既定義文で置き換え可能なものは置き換える。

④データの受渡し規則を満足していることを確かめる。

以上の手順で得られたものをプログラム論理仕様と呼ぶ。

4 プログラム論理仕様の等価表現

4.1 順次構造の等価表現

いまプログラムをP、未定義文をK_i、既定義文をS_iで表す。3の手順で得られるプログラム論理仕様は、次のような等価関係で表される。

まず、(1)～(4)の手順により、プログラムと未定義文の等価関係が得られる。これを[2]式で表す。

$$P \equiv K_1 ; K_2 ; K_3 ; \dots ; K_n \quad [2]$$

ここで、K₁ ; K₂ ; K₃ ; ... ; K_nは、未定義文K₁、K₂、K₃、...、K_nを、この順に施すことを意味する。[2]式は、プログラムの動作が文K₁、K₂、K₃、...、K_nをこの順番に施したときの動作と同じであることを表す。ここで、同じ動作をする文あるいは文の列は等価であると定義し、記号" \equiv "で表す。

(5)の操作により、[2]式の中の未定義文と既定義文の等価関係を表す式の集合が得られる。例えば、K₁がS₂、K₃がS₅と等価であるとき、次の等価関係式が得られる。

$$K_1 \equiv S_2 \quad [3]$$
$$K_3 \equiv S_5 \quad [4]$$

(2) 式の中の既定義文に置き換えられない未定義文のそれぞれについて、新しい未定義文を用いて等価関係を定義する。例えば、K 2 を次のように定義する。

$$K 2 \equiv K 2, 1 ; K 2, 2 \quad [5]$$

ここで、K 2, 1、K 2, 2 は、新しい未定義文である。いま、K 2, 1 が S 2、K 2, 2 が S 3 と等価関係であれば、

$$K 2, 1 \equiv S 2 \quad [5]$$

$$K 2, 2 \equiv S 3 \quad [6]$$

と表される。以下同様の手順で、未定義文を新しい未定義文を使って定義して行くと、プログラム論理仕様を表す等価関係式の集合が得られる。この等式関係式は、左辺の項を右辺の項に書き換える項書換え規則と見なすことが出来る。プログラム論理仕様が意味を持つためには、この項書換え規則を適用したとき、プログラム論理仕様の中のすべての未定義文が既定義文の列に置き換えられることが必要である。

4. 2 選択構造

いま、未定義文 K 0 [C] を考える。K 0 [C] は条件 C が満足されたとき未定義文 T を、満足されないとき未定義文 F を実行するものとする。I F [C] という基本文を導入し、K 0 [C] を [7] 式の等価関係で表す。

$$K 0 [C] \equiv I F [C] ; T ; F \quad [7]$$

C は真か、偽のいずれかの値をとる。I F [C] は、C が真なら T を、偽なら F を実行する基本文である。これを表す等価関係が [8] [9] である。

$$I F [真] ; T ; F \equiv I F [真] ; T \quad [8]$$

$$I F [偽] ; T ; F \equiv I F [偽] ; F \quad [9]$$

[7] [8] [9] の等価集合から、[10] [11] の等価関係が得られ、これが K 0 [C] の意味を表している。

$$K 0 [真] \equiv I F [真] ; T \quad [10]$$

$$K 0 [偽] \equiv I F [偽] ; F \quad [11]$$

4. 3 反復構造

条件 C が満足されている間、文 K を反復実行する未定義文を L [C] とする。L [C] を [12] の等価関係で定義する。

$$L [C] \equiv W [C] ; K ; R \quad [12]$$

ここで C は、真か偽のいずれかの値をとる。W [C] は、C が真のとき K と R を実行し、偽のとき K と R をスキップする基本文である。R は、反復構造の終端を表す記号に対応し再帰操作を表す。

この意味を [13] [14] の等価関係で定義する。

$$L [真] \equiv W [真] ; K ; R \quad [13]$$

$$L [偽] \equiv W [偽] \quad [14]$$

再帰操作 R は、[15] 等価関係で定義する。すなわち、再帰操作 R の実行は、L [C] の実行と等価であると定義する。

$$R \equiv L [C] \quad [15]$$

4. 4 データの受渡し規則

未定義文の意味は、1 つ以上の文を用いて記述される。ある 1 つの未定義文の意味を定義した文の集まりを複文と呼ぶ。複文の中の個々の文を記述文と呼ぶ。

未定義文と記述文の間に、次のデータの受渡し規則を設ける。

規則 1

- ①未定義文の入力データは、いずれかの記述文の入力データとして使われていなければならない。
- ②未定義文の出力データは、いずれかの記述文の出力データの中になければならない。ただし、記述文の出力データがすべて、未定義文の出力データになる必要はない。
- ③異なる記述文が同じデータを出力している場合には、後から実行される記述文の出力データが、未定義文の出力データとなる。
- ④記述文の入力データは、未定義文の入力データか、自分より前に実行された記述文の出力データの中にある。

□

上の規則の①②は、複文が未定義文の入力を使って、未定義文の出力を与えることを保証している。③は、出力の値が一意に定まることを保証するための条件である。④は、文が実行される前に、必要なデータが用意されねばならないことを述べている。また、①②の条件は、未定義文の意味が、記述文だけで表現できることを示している。すなわち、未定義文の記述文の中に未定義文が含まれていても、未定義の記述文の意味を記述した文との相互作用を考える必要がないということである。

5 プログラム論理の図式表現

5. 1 順次構造の図式表現

3 で定めたプログラム論理の設計手順を用いて、プログラム論理を表す等価関係の集合（以後等価集合という）を得る方法を示した。このようにして得られる等価集合は、冗長であり、また、必ずしも分かりやすいものではない。ここでは、等価集合として表されたプログラム論理を、それと等価な木構造図で表す方法を示す。

まず、プログラム論理が次のような等価集合で表されているものとする。

$$P \equiv K 1 ; K 2 \quad [16]$$

$$K 1 \equiv S 1 \quad [17]$$

$$K 2 \equiv K 3 ; K 4 \quad [18]$$

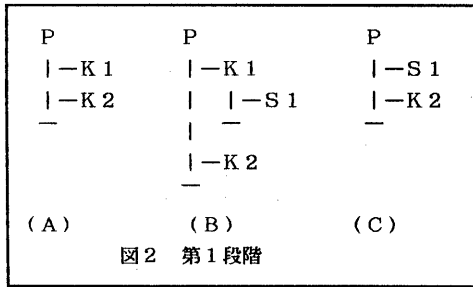
$$K 3 \equiv S 2 \quad [19]$$

$$K 4 \equiv K 5 ; K 6 \quad [20]$$

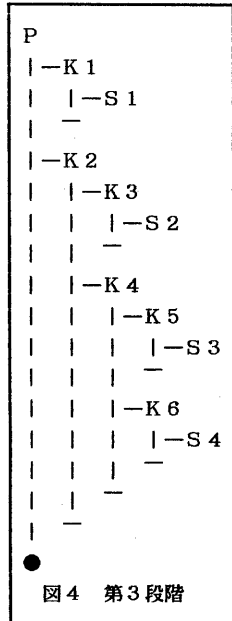
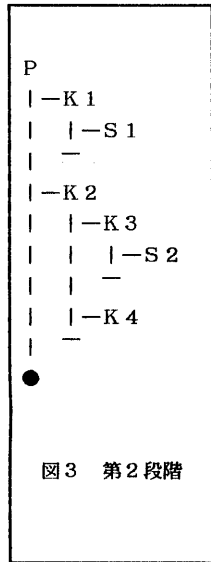
$$K 5 \equiv S 3 \quad [21]$$

$$K 6 \equiv S 4 \quad [22]$$

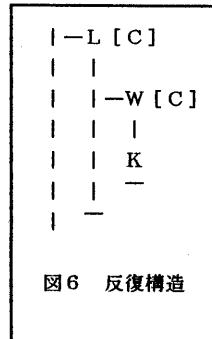
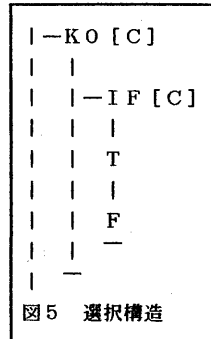
まず、等価関係 [16] を図 2 (A) の様に表す。これは、文 K 1、K 2 をこの順に施したものが、プログラム P と等価であることを表している。これに [17] の等価関係（未定義文 K 1 が既定義文 S 1 と等価である）を追加すると図 2 (B) の様になる。ここまでは、3 の設計手順 (1) - (6) を適用したことになり、設計の



第1段階が終わる。設計の第2段階以降は、(7)の手



順を適用することになる。未定義文K2を新しい未定義文K3、K4で表し、さらに、K3を既定義文S2と等価であると定義する。これが設計の第2段階で、等価関係[18][19]で表される。設計の第2段階が終わると、図3の木構造図が得られる。設計の第3段階は、K4の詳細化である。これにより、等価関係[20]



[21][22]が追加され、木構造表現にすると図4

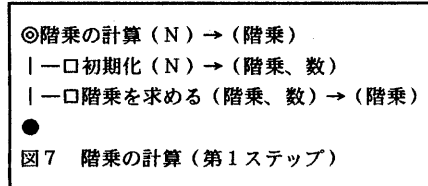
となる。この例では、これで設計が終了する。もし、詳細化されていない未定義文があれば、すべての未定義文が詳細化されるまで、同様の手順で詳細化を続ける。

仕様の冗長さをなくすために、図2(B)の表現を図2(C)の様に表すこと許される。

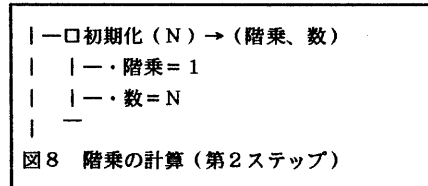
選択構造を表す未定義文の等価関係[7]を木構造表現したものが図5である。また、反復構造を表す未定義文の等価関係[12]を木構造表現したものが図6である。再帰操作Rは、未定義文L[C]の終端を表す記号<->のところで起こると解釈している。

6 仕様の記述

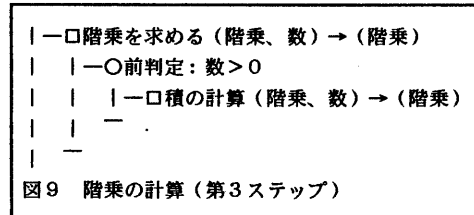
3で述べた手順により、階乗を求める計算のプログラム論理図を記述する。第一ステップとして、プログラム「階乗の計算」を未定義文「初期化」と「階乗を求める」で表す(図7)。「初期化」は、「階乗の計算」の入力「N」を受け取り、「階乗」と「数」を出力している。この「階乗」と「数」が「階乗を求める」の入力となり「階乗」が出力される。「階乗を求める」の出力のほうの「階乗」が、「階乗の計算」の出力となる。



第2ステップとして、未定義文「初期化」を2つの代入式で表し(図8)、これを図7に組み込む。代入式は既定義文なのでこれ以上分割は行わない。



第3ステップで、未定義文「階乗を求める」の実現を記述し(図9)、これを図7に組み込む。「階乗を求める」は前判定反復条件文を含む未定義文である。



第4ステップとして、「階乗を求める」の中の未定義文「積の計算」を2つの代入式で表し(図10)、階乗を求めるの中に組み込む。このようにして得られたプロ

