

# ベクトル場を用いた接続性に関する表面メッシュ類似度

山本 晶偉<sup>1,a)</sup> 森口 昌樹<sup>2,b)</sup>

**概要：**本研究では二つの表面メッシュに対して、頂点間の隣接情報である接続性を考慮した類似度を提案する。類似度はメッシュの検索や生成に応用されるが、接続性を考慮することで多角形メッシュを認識した検索や、ある形状の接続性を持たせるメッシュ生成へ応用が見込める。しかし、頂点次数などの局所的な接続情報から、形状全体にまたがる辺の接続方向に対して整合性のある類似度を求めることは難しい。そこで本稿は、局所的な情報から類似度を計算可能な特徴量を提案する。ただし、整合性を満たす特徴量を計算するためには、二つの形状で共通するベクトル場を必要とする。提案手法ではベクトル場間の写像である Complex Functional Map を改善した手法を用いて、そのようなベクトル場を求める。

**キーワード：**形状類似度

## 1. はじめに

二つの表面メッシュ間の類似度は、形状の検索や変形、生成など CG 分野において様々な応用をもつ [3]。離散形状の表現方法である表面メッシュは、複数の多角形からなる構造を持ち、その扱いやすさから CG 分野で幅広く利用されている。表面メッシュ間の類似度は、メッシュの全体もしくはある部位や要素が、他方とどれだけ似ているかを求める問題である。このどれだけ似ているかは、設計する類似度によって様々だが、最も広く研究が行われているのは、二形状の幾何的特徴がどれだけ似ているかに注目した類似性である [25], [26]。そのような類似性は、回転やスケール変換に不変であるか、意味的に同じ形（犬や猫、人間とゴリラ同士など）であるか、といった類似性を発見することを目的としている。

それに対し本研究では、形状の頂点や面の隣接関係である接続性に対しての類似度を設計する。表面メッシュでは、見た目がまったく同じだが、異なる接続性をもつメッシュを作ることができる。接続関係が異なることで、形状全体にまたがる辺や面の接続方向である位相情報も変わってくる。

位相情報はメッシュの変形や細分割曲面の生成結果に強

く影響するため、アニメーションなどの分野で重視される情報である。高品質な位相情報をもつメッシュは、アーティストが意図したアニメーションを可能とするが、制作には 3D モデリングツールなどで辺や面を適切に配置する必要がある。

位相情報を構成する接続性、その類似度を求められることで、既存の幾何的な類似度と同様の応用で位相情報が扱えるようになる。位相情報を認識可能な検索や自動分類分け、二つの形状の類似度を最小化することである形状の接続性を他の形状の接続性に近づける、といった応用が見込める。これは前述の高品質な位相情報が必要な場面で、既存形状の詳細な管理や、再利用性の向上につながる。

本研究は、表面メッシュの接続性に関する特徴量を設計し、位相情報を認識可能な類似度を提案する。特徴量として各頂点の接続性を利用するが、頂点に隣接する辺や面など、生の接続性は局所的な情報であり、そのままではメッシュ全体の位相情報に対して整合性のある類似性を求めることは難しい。例として、すべての頂点次数などは同じだが、位相情報が異なるメッシュ同士では、頂点周辺の接続性はほとんど同じになり、類似度を求めるために十分な比較ができるとは言えない。そこで、提案する特徴量はある頂点に隣接する辺情報を、入力として与える何らかのベクトル場を基準とした情報に変換したものを利用する。もし、入力したベクトル場が二つのメッシュ上で同じふるまいをしていれば、各頂点の特徴量の比較によって、メッシュ全体の位相情報を反映した類似度だといえる。我々は、二つの形状で共通するベクトル場を求めるために、ベクトル場が存在する接空間の間の写像である Complex Functional

<sup>1</sup> 中央大学大学院理工学研究科情報工学専攻  
Information and System Engineering, Graduate School of  
Science and Engineering, Chuo University

<sup>2</sup> 中央大学理工学部情報工学科  
Department of Information and System Engineering, Faculty  
of Science and Engineering, Chuo University

a) a17.h34s@g.chuo-u.ac.jp

b) moriguchi@ise.chuo-u.ac.jp

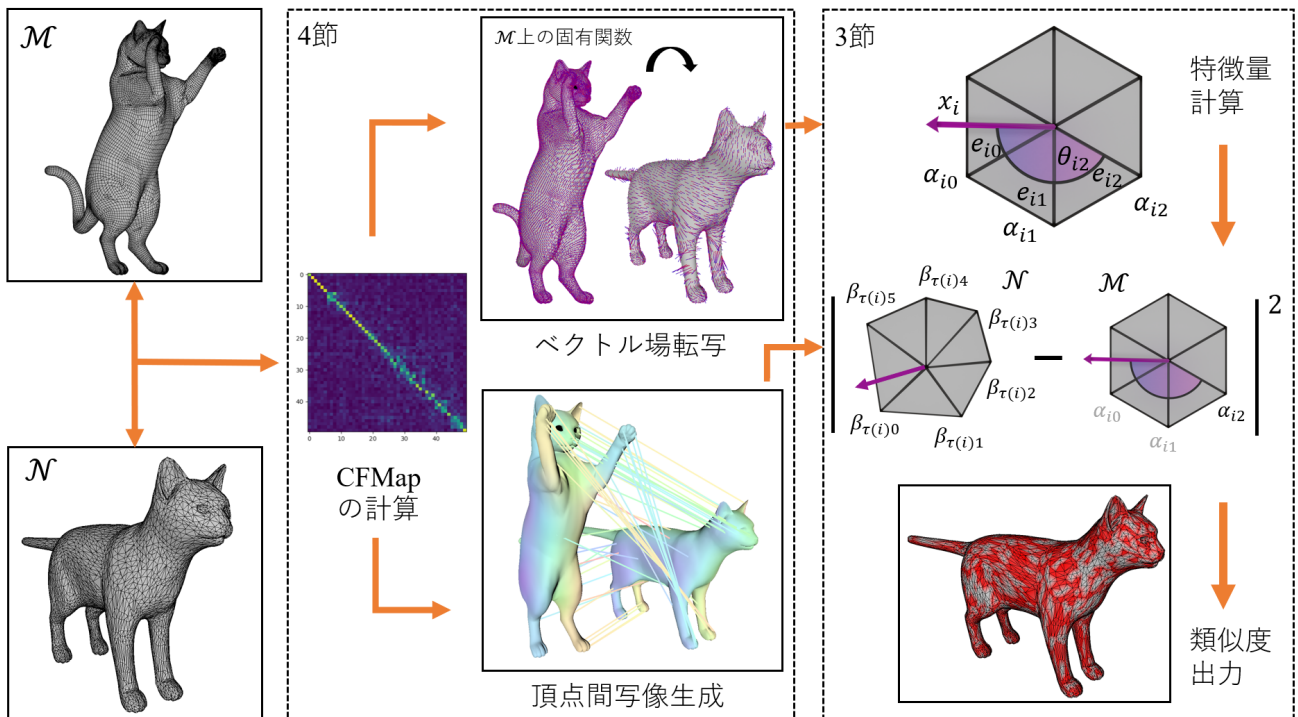


図 1 提案手法の概要.

Map [9] を利用する. この写像により一方の形状上のベクトル場をもう一方に写す (転写) 操作が可能となり, 二形状上で共通したベクトル場を生成できる. 最後に, 提案手法により異なる接続性をもつメッシュや異なる幾何的特徴をもつメッシュ間での類似度の結果について示す. また, 節 5 では Complex Functional Map の問題点にふれ, その改善方法と対応付け手法としての改善結果を示す.

## 2. 関連研究

### 形状特徴量

3次元形状の類似度は各形状の特徴量を比較することで求めることが一般的である [3]. この特徴量には, 幾何的特徴 [11], [19] や, 視覚的特徴 [7], [23], 骨格線やリープグラフなどのグラフにより表現された特徴量 [8], [13], など様々なものが存在する. 中でも, スペクトル解析を利用した特徴量 [18], [29] は, 等長変形下で保存される性質を持ち, 異なる接続性を持つメッシュや幾何的なノイズに対しても頑健であるなど, 非剛体変換下における特徴量として優れている.

スペクトル解析による特徴量計算には, 形状の大域的かつ内在的な情報をもつ, ラプラス・ベルトラミ作用素の固有関数などが利用される. Heat Kernel Signature [6], [31] や Wave Kernel Signature [2] は特徴量の代表的な例であり, 様々な形状間の類似度や対応関係を求める手法に広く使われている. これらの特徴量は, 各頂点に実数値を与える関数として表現できる単純なデータ構造であることや,

頂点の隣接関係やその粗密度合いといったメッシュの接続性による影響を受けづらいため, 局所的な幾何的特徴を解析することに秀でている. しかしそのため, 表面メッシュがもつ, メッシュ全体にまたがる辺や面の方向によって定まる位相情報は認識できない.

### 形状間対応付け

形状間類似度を求める問題は, 形状間対応付け問題と密接な関係にある. 対応付けは形状の頂点間や面間の対応関係を見つける問題であり, 類似度の計算と同様, 形状特徴量の比較により求めるのが一般的である [10], [32]. 非剛体変換下において, 効率的かつ柔軟に形状間の対応関係を求められる手法に Functional Map (FMap) [22], [24] がある. FMap は, 頂点間の距離を利用する位置合わせ手法 [1], [21] と異なり, 形状間の対応関係を求める問題を, 形状上の関数間の対応関係を求める問題として解く. FMap は様々な改良手法が提案されており [20], [28], 近年の対応付けを求める手法の主流的存在と言える.

本研究で利用する Complex Functional Map [9] は FMap の派生の一つであり, 多くの FMap の利点を引き継ぎながら, 形状のすべての接空間の集合である接束間の対応関係を, 等角性などを満たしつつ効率的に求めることができる手法である.

## 3. 提案手法

位相情報を認識可能な形状類似度の計算方法について述べる. 手法全体の流れは図 1 のとおりである. 入力とし

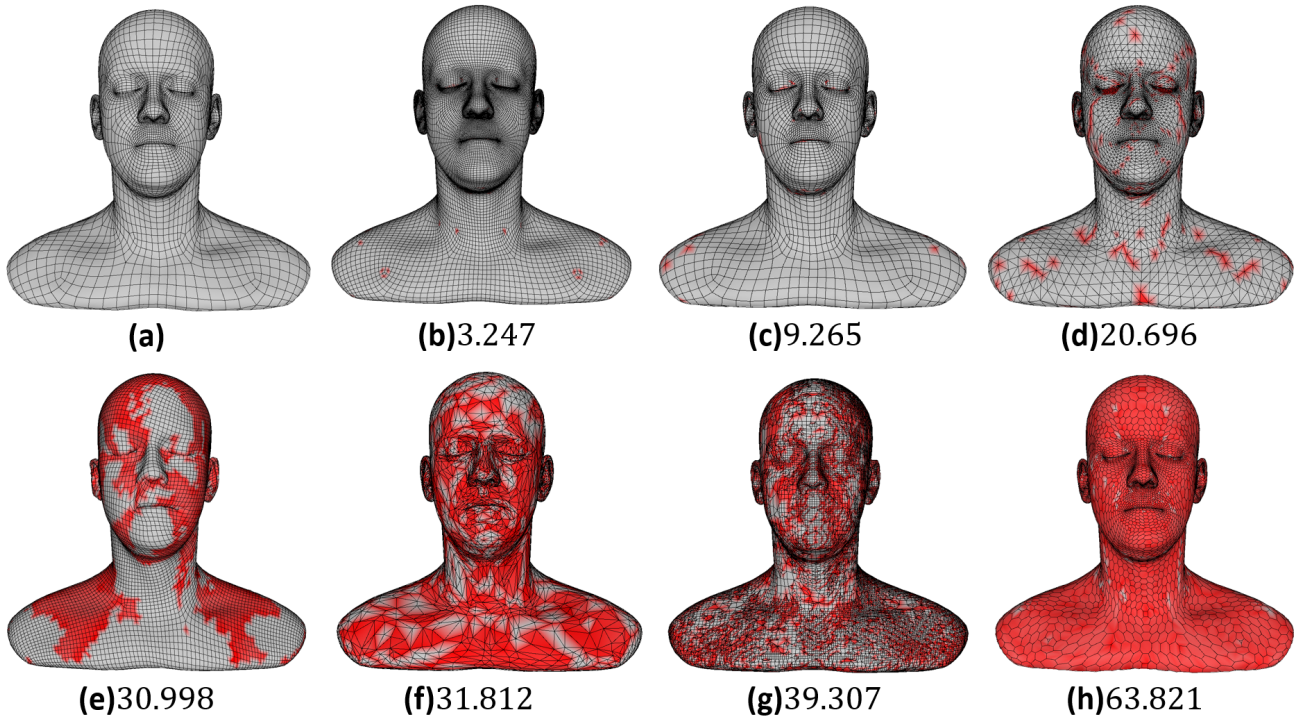


図 2 異なる位相情報を持った形状, (a) から (b) ~ (h) 間の類似度. 赤く示された領域は頂点類似度  $s_i$  が閾値 0.1 より大きいことを示す. (b) 細分割曲面. (c) 双対メッシュ. (d) 対角辺追加による三角面化. (e) QuadriFlow[14]. (f) 不規則な三角形メッシュ化. (g) 四角形と三角形の混在した粗悪なメッシュ化. (h) (d) の双対.

て, 頂点集合  $V$ , 辺集合  $E$ , 面集合  $F$  によって構成される二つの表面メッシュ  $M, N$  と, それぞれのメッシュの頂点に対してベクトルを与えるベクトル場  $X, Y$ , 二つの形状の頂点間の対応関係を表す頂点間写像  $\Pi_{MN} : V(M) \rightarrow V(N)$  を与える.

手法はまず, 各頂点の接続性である辺集合を, 入力ベクトル場を基準とした新しい辺集合に変換する. その後, 二つの表面メッシュの対応する頂点間について新しい辺集合を比較する.

### 3.1 内在的な接続性

すべての頂点に対して, 接続性についての特徴量として, 隣接する辺集合を求める. これは, 元の接続性である  $i$  番目の頂点に隣接する辺集合  $\{e_i\}$  を, 入力ベクトル場  $X$  を基準とした辺集合  $\{\alpha_i\}$  へ変換したものである. 準備としてまず, 辺情報やベクトル場の表現方法について述べる.

頂点に隣接する辺やベクトル場を与えるベクトルは, 頂点の接空間に属するベクトルとして表す. 向き付け可能な 3 次元表面メッシュの接空間は 2 次元空間として考えることができ, 3 次元ユークリッド空間での情報を外在的としたときに, 内在的といわれる. 以降では, 接空間のベクトルを, ある基準辺からの回転角を利用したより内在的な方法で表現する. ベクトルの長さを  $l$ , 基準辺からの回転角を  $\theta$  とすると, ベクトルは  $l(\cos \theta + i \sin \theta) \in \mathbb{C}$  として表

される.  $i$  は虚数単位とする.

$i$  番目の頂点に対応する入力ベクトル場  $X : M \rightarrow \mathbb{C}$  が与える  $x_i \in \mathbb{C}$  を基準とした  $d_i = |\{e_i\}|$  コの辺, その  $j$  番目の辺  $\alpha_{ij} \in \mathbb{C}$  は次のように表す.

$$\alpha_{ij} = \frac{|e_{ij}|}{\sum_k^{d_i} |e_{ik}|} (\cos(\theta_{ij}) + i \sin(\theta_{ij})).$$

ここで  $\theta_{ij}$  は基準辺との角度が最小となるような辺  $e_{i0}$  から, 反時計回りに数えて  $j$  番目までの各辺がなす角度の総和であり,  $\text{angle}(a, b)$  は  $a, b$  のなす角とすると, それぞれ,

$$e_{i0} = \arg \min_j |\text{angle}(e_{ij}, r_i)|,$$

$$\theta_{ij} = \text{angle}(e_{i0}, r_i) + \sum_{k=0}^{j-1} \text{angle}(e_{ik}, e_{ik+1}),$$

として求める.

### 3.2 類似度

各頂点の接続性を二形状間で比較した値をその頂点の類似度とする. 比較結果は接続性間の距離をとっているため, 値が小さいほど類似性が高いといえる.  $\alpha_{ij}, \beta_{ij}$  をそれぞれの形状  $M, N$  上で前節のとおり求めた特徴量とする. また,  $\Pi_{MN}$  の関数表現として  $M$  上の  $i$  番目の頂点を  $N$  上の対応した頂点添字を返す関数を  $\tau(i)$  とする.  $M, N$  間の各頂点の類似度  $s_i$  は次のように求める.

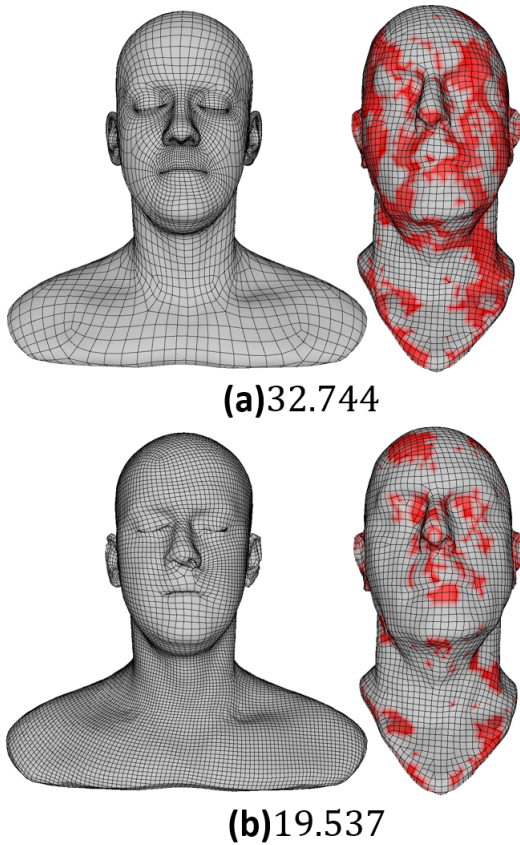


図 3 異なる幾何的特徴を持った形状間の類似度.

$$s_i = \sum_{l=0}^{r_i} (\min(\{\arg \min_k |\beta_{\tau(i)k} - \alpha_{ij}|^2 \mid j = 0, \dots, d_i^M\}, l) + \min(\{\arg \min_k |\alpha_{ik} - \beta_{\tau(i)j}|^2 \mid j = 0, \dots, d_{\tau(i)}^N\}, l)).$$

ここで  $r_i = \min(d_i^M, d_{\tau(i)}^N)$  であり,  $\min(\{\cdot\}, l)$  は集合の  $(l+1)$  番目に小さい要素を表す.

形状全体の類似度  $S(\mathcal{M}, \mathcal{N})$  の求め方として, 単純には  $s_i$  をすべての頂点に対して足し合わせた方法,

$$S(\mathcal{M}, \mathcal{N}) = \frac{1}{\sum r_i} \sum_i^{|V^M|} s_i, \quad (1)$$

が考えられる. しかし, 頂点の疎密が一様ではないメッシュだと, 一部の詳細な領域が強く評価されてしまう問題がある. そこで別の方法として,  $s_i$  がある閾値を超えるような頂点  $i$  のポロノイ面積の比率による方法,

$$S(\mathcal{M}, \mathcal{N}) = \frac{1}{A(\mathcal{M})} \sum_i^{|V^M|} w_i A(i) \quad (2)$$

が考えられる. ここで,  $A(\mathcal{M}), A(i)$  はそれぞれ  $\mathcal{M}$  の表面積, 頂点  $i$  のポロノイ面積であり,  $w_i$  は  $s_i$  が閾値を超えるときに 1 をそうでない時に 0 とする. 実験結果ではそれぞれの類似度を利用した結果を示す.

#### 4. ベクトル場の転写と頂点間写像

提案手法は入力として, 二つの形状で共通するベクトル

場と, 頂点間の対応関係を表す写像を必要とする. これらの生成には様々な方法が考えられるが, 我々は, Complex Functional Map (CFMap) を利用し, ベクトル場の転写をすることで実現する. これはいくつかの理由に基づく. 一つは, 一方の形状でベクトル場を生成するだけでよくなることである. 意図的なベクトル場の生成には, メッシュの境界や種数がベクトル場に与える影響など, 複雑な背景を考慮する必要が出てくる. ベクトル場転写は, それらの背景を気にせずに類似したベクトル場を生成することができる. 二つ目は, CFMap を利用した転写は, 等長変形や非等長変形下の形状に対しても柔軟に適用できる点である. 幾何的な特徴が異なる形状間でも共通するベクトル場生成を同一の処理により実現できる. また, CFMap はベクトル場の転写に加えて高品質な頂点間写像を生成することができる. よって, 提案手法の入力は CFMap を求めることで同時に生成できる.

本節ではまず FMap と CFMap の概略を説明した後, ベクトル場の転写と頂点間写像の生成に触れる. その後, 頂点間写像生成の改善法について述べる.

#### 4.1 Functional Map

FMap で求める形状上の関数間の対応関係, 関数間写像は, 形状  $\mathcal{M}$  上の関数  $f: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$  を  $\mathcal{N}$  上に写す線形作用素である. 形状上の関数空間基底を  $\Psi^{\mathcal{M}}, \Psi^{\mathcal{N}}$ , 関数間写像を  $C$  とすると,  $\mathcal{N}$  上に写した関数  $g: \mathcal{N} \rightarrow \mathbb{R}$  は  $g = \Psi^{\mathcal{N}} C \Psi^{\mathcal{M}+} f$  によって得られる. ここで  $\Psi^+$  は  $\Psi$  の疑似逆行列である.

FMap の利点の一つとして, 形状上の関数空間を部分空間に限定することで, 対応付けする頂点数などによらず効率的な表現ができることである. 多くの FMap の手法は部分空間の基底としてラプラス・ベルトラミ作用素のいくつかの最小固有値に対応する固有関数を利用する. それにより, 元空間を低次元 ( $k = 50 \sim 200$  など) で近似することができ, 関数間写像  $C$  を  $k \times k$  の実行列で表すことができる.

#### 4.2 Complex Functional Map

FMap が形状の関数間の写像であるのに対応し, CFMap は形状のすべての接空間の集合である接束, その接束上の関数間の対応関係を表す写像を求める. 接空間は前節 3.1 での内容と同じく 2 次元空間として与えられ, 複素数を利用して表すことができる. CFMap で求める形状の接束上の関数間の対応関係, 複素関数間写像は,  $\mathcal{M}$  の接束上の関数, つまりベクトル場  $X: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{C}$  を  $\mathcal{N}$  の接束上に写す複素線形作用素である. 基本的な特徴は FMap に準じており, 接空間基底をそれぞれ  $\Phi^{\mathcal{M}}, \Phi^{\mathcal{N}}$  とすると, 複素関数間写像  $Q$  を利用し,  $\mathcal{N}$  のベクトル場  $Y$  は  $Y = \Phi^{\mathcal{N}} Q \Phi^{\mathcal{M}+} X$  として得ることができる. なお, CFMap は基底として [30]

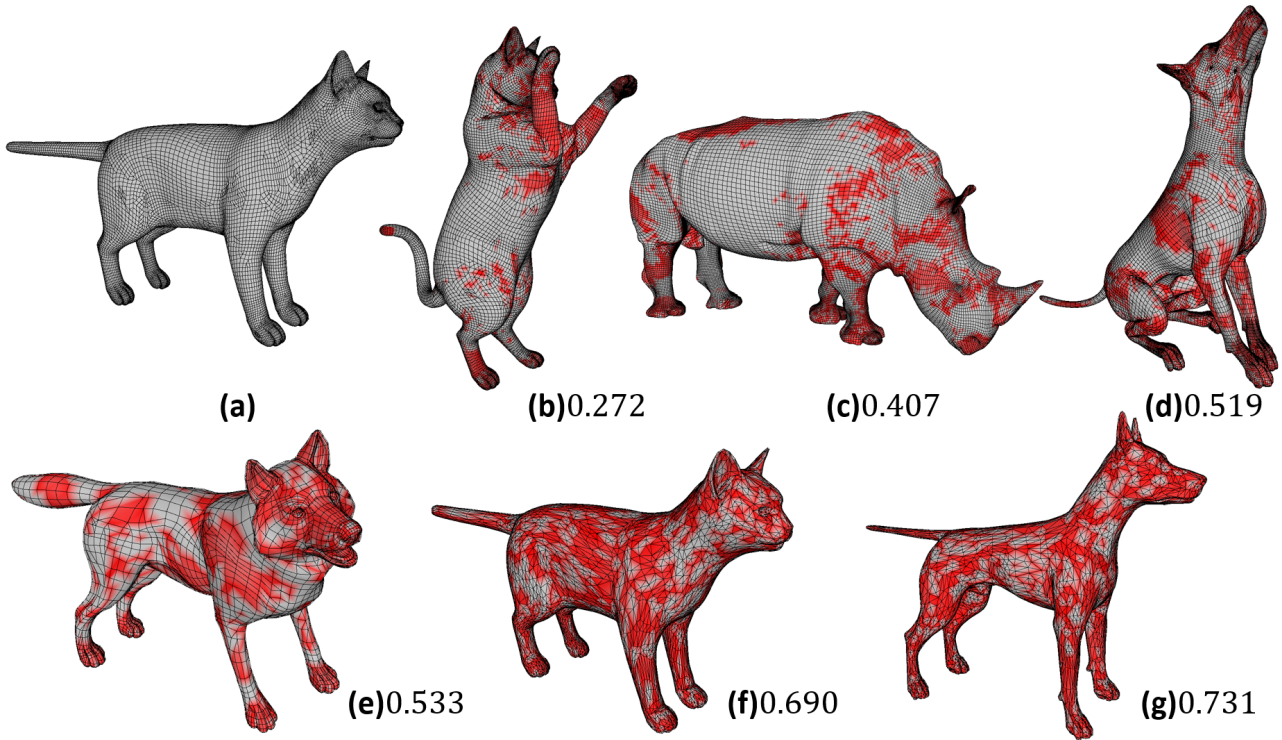


図 4 意味的に類似した形状間で類似度を求めた結果.

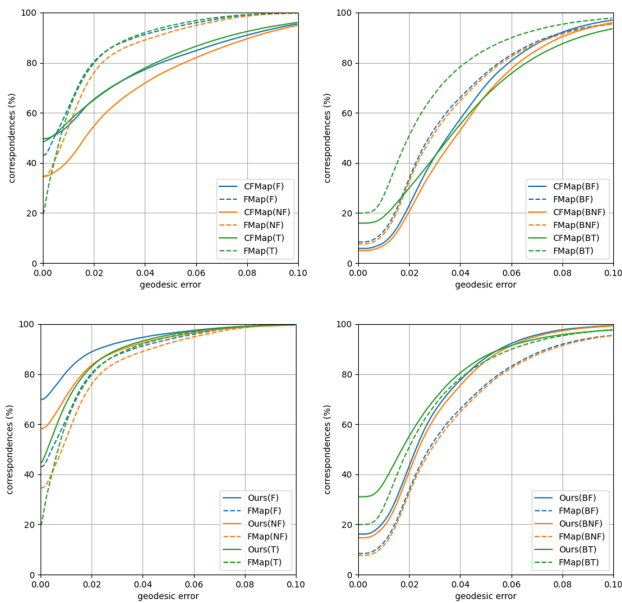


図 5 Ground-truth 画像を利用したときの頂点間写像の精度比較. 曲線の色は使用しているデータセットに対応している. F (FAUST), NF (Non-Iso FAUST), T (TOSCA), B (BCICP).

が提案する接続ラプラシアン固有関数を利用する.

CFMap を利用した頂点間写像の生成は次のように行う.

$$\Pi_{MN} = \text{NNsearch}(\text{div}^N \Phi^N, \text{div}^M \Phi^M Q_{NM})$$

ここで  $Q_{NM}$  は  $N$  から  $M$  への複素関数間写像,  $\text{div}$  は区  
分線形関数上の発散を求める発散作用素である. CFMap [9]  
では, 通常の FMap と同じ処理に落とし込むため, 比較す

る固有関数を  $\text{div}$  によりスカラー関数に一度変換してから  
比較を行っている. また, この発散作用素として, 実関数  
を勾配に変換する勾配作用素の共役転置を利用している.  
勾配作用素  $D$  は次のような疎行列として表される.

$$D_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{\sum_k |e_{ik}|^2} \sum_k e_{ik} & \text{if } i = j, \\ -\frac{1}{\sum_k |e_{ik}|^2} e_{ij} & \text{if } ij \in E, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

### 4.3 CFMap の改善

CFMap から頂点間写像への変換は, 転写された接続ラ  
プラシアンの固有関数に対し発散作用素を適用し, 距離が  
最小となる組み合わせを発見することで実現していた. し  
かし, これには二つの問題点がある.

一つは, 発散作用素として勾配作用素の共役転置を利用  
している点である. 勾配作用素は一近傍の辺を正規化した  
結果を疎行列に格納している. この時, 一近傍はその頂  
点の基準辺をもとに作られた内在的な辺情報である. そし  
て, 発散を求める際には, 一近傍頂点のベクトル場との内  
積をとる. ここで, 一近傍の頂点をもつベクトル場もまた,  
各頂点の基準辺をもとに作られており, 単純な内積はその  
基準辺の違いを考慮していないため, 正確な発散を求めら  
れていない.

またもう一つの問題点として, 接続ラプラシアンの固有  
関数には, ベクトル場の特異点やカットローカスが現れ  
る. それら周辺の最近点傍探索は値が小さいことや, 方向  
の反転により真逆の評価になるといった, 不安定な結果に

繋がりやすい。そこで、頂点間写像の変換を次のように変更する。

$$\Pi_{M,N} = \text{NNsearch}([w\Psi^N; \Phi^N], [w\Psi^M C; \Phi^M Q])$$

ここで  $w = |\Psi^N|/(2|\Phi^N|)$  である。ベクトル場の発散ではなく、転写したベクトル場間の距離を利用し、また通常の FMap の情報を同時に扱つかうことで不安定な点がランダムに対応してしまわないように対策している。

## 5. 実験結果

提案手法の結果を示す。すべての実験に共通するものとして、入力とするベクトル場は比較元形状の接続ラプリアンの最小固有関数を利用した。利用する固有関数の数は FMap, CFMap どちらも 50 とした。関数間写像の改善手法として、CFMap [9] で提案されている全単射 ZoomOut を、 $k = 10$  から 2 ステップ幅で次元を増やし、頂点座標の最近傍点探索によって得られた頂点間写像を初期解として実験した。固有関数の計算には MATLAB の eigs、最近傍点探索には Faiss [16] を利用した。また、結果の図で赤く示された領域は頂点類似度  $s_i$  が閾値 0.1 より大きくなる頂点を表している。

まず、(1) 式を利用し、両方向から類似度を求めた  $S(M,N) + S(N,M)$  の結果を図 2, 図 3 に示す。図 2 は同一の幾何的特徴をもつが異なる接続性をもったメッシュ間で類似度を求めた結果である。(a) を元形状に、別々の方法で位相情報を組み替えた形状に対し類似度を計っている。図 2 の実験については、頂点に対する最近傍点探索によって ground-truth に近い頂点間写像を求められるため、ここでは最近傍点探索を利用している。位相情報が大きく変わらない操作である (b), (c), (d) は、元形状とはまったく異なる接続性を持たせた下段の形状と比べ高く評価されていることがわかる。

図 3 は異なる幾何的特徴をもつ形状間で類似度を求めた結果である。そのような場合でも、位相情報の類似性が求められることを示すために、元形状と元形状を QuadriFlow [14] で再構築したメッシュ (図左) に対して、InstantMesh [15] により QuadriFlow で生成されたメッシュに近くなるように曲線入力を与えたメッシュ (図右) とで類似度を求めている。(a) (b) どちらも、局所的にはほとんど変わらない接続性をもつが、位相情報を似せた (b) はより類似していると評価されている。

次に、(2) 式を利用した結果である図 4 を示す。閾値で示された領域から、胴体部分の接続性の類似を高く評価していることがわかる。(2) 式は、猫の耳や手足の先など、細かく変化する情報より、胴体などの変化が小さく形状の大部分を占める領域に対して評価したいときに有効であるといえる。

最後に、CFMap の精度の改善結果を図 5, 表 1 に示す。

表 1 Ground-truth 関数間写像による精度比較 (平均/中央値)。

Dataset/Method	FMap	CFMap	Ours
FAUST(Iso)	0.12/0.04	0.25/0.02	<b>0.07/0.00</b>
FAUST(Non-Iso)	0.15/0.08	0.32/0.16	<b>0.10/0.00</b>
TOSCA	0.12/0.06	0.26/0.08	<b>0.11/0.04</b>
FAUST(Iso,[10])	0.49/0.28	0.45/0.35	<b>0.28/0.23</b>
FAUST(Non-Iso,[10])	0.50/0.28	0.50/0.38	<b>0.29/0.24</b>
TOSCA([10])	<b>0.27/0.20</b>	0.49/0.36	0.32/ <b>0.17</b>

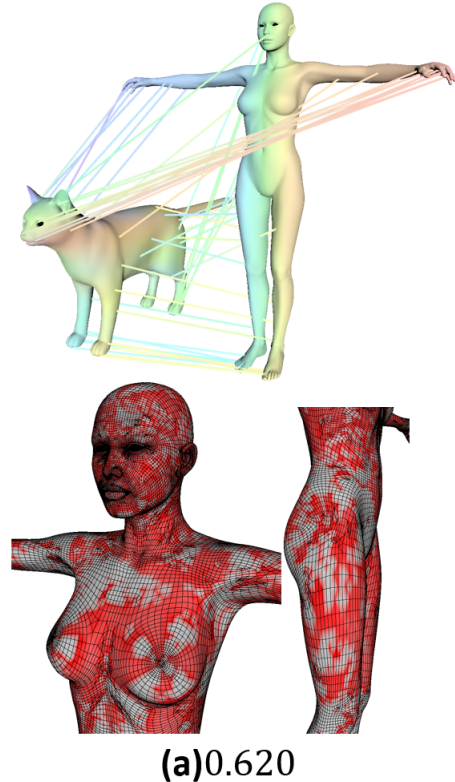


図 6 幾何的特徴が大きく異なる形状間での頂点間写像と類似度。

実験では TOSCA [5], FAUST [4], また [28] によるリメッシュされた形状の内、ランダムに取り出した 2 組、計 40 通りの組合せを各データセットの入力として比較に利用した。FMap, CFMap はともに ground-truth 頂点間写像をもとに生成された ground-truth 関数間写像を利用した。比較方法は [17] による  $M$  上の頂点を  $N$  に写したときの予測点  $p$  とその ground-truth 点  $p^*$  間の測地距離誤差、

$$\sum_{p \in M} \frac{\text{dist}(p, p^*)}{\sqrt{A(N)}}$$

を用いる。

## 6. まとめ

表面メッシュのすべての頂点に対し、接続性に関する特徴量を設計し、位相情報を認識可能な類似度を提案した。手法は共通するベクトル場と頂点間写像を用意できれば幾何的特徴が異なる場合においても、類似度を求めることができる。本研究では、Complex Functional Map を利用す

ることで、意味的に似た形状間に対しても接続性類似度を求められることを示した。

今後の課題として、次の二つがあげられる。一つは、提案する類似度の信頼性が、入力ベクトル場や頂点間写像に依存することである。図 6 は意味のある対応関係を求めることが難しい形状間で接続性についての類似度を求めた結果である。どちらも胴体部分がほとんど四角形のメッシュを利用しているが、図 4 と比べると有意義な結果かどうかを、数値だけから判断するのは難しいといえる。既存の幾何的特徴に関する類似度を利用し、入出力の信頼度を求めるなどのステップを用意することが望ましい。もう一つは、生成、転写するベクトル場の品質についてである。実験では、接続ラプリアンの最小固有関数を利用した。これは、CFMap は低次元部分空間で近似した写像であり、最小固有関数はその中でも最も低周波成分を含む基底であるため、転写時の誤差が少ないためである。接続性を正しく比較するために、特異点やカットローカスなどの、不安定な値が発生するベクトル場は望ましいといえない。しかし、形状によっては特異点がないベクトル場を生成することはできない。ベクトル場が類似度に与える影響を調査し、どのようなベクトル場を入力とするのがよいかについては今後の研究課題の一つである。

今後の研究として、メッシュ生成への応用があげられる。近年では、[12], [27] などメッシュ生成の中に接続性を変更する操作を含む手法が多く研究されている。Differentiable Surface Triangulation [27] では入力したベクトル場に沿った三角形メッシュ分割が行われており、提案した類似度を目的関数に組み込むことで、高品質な位相情報をもったメッシュ生成への直接的応用ができるかについて検討する。

## 参考文献

- [1] AMBERG, B., ROMDHANI, S. and VETTER, T. Optimal Step Nonrigid ICP Algorithms for Surface Registration, *2007 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* (2007), 1–8.
- [2] AUBRY, M., SCHLICKWEI, U. and CREMERS, D. The wave kernel signature: A quantum mechanical approach to shape analysis, *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision* (2011), 1626–1633.
- [3] BIASOTTI, S., CERRI, A., BRONSTEIN, A. and BRONSTEIN, M. Recent Trends, Applications, and Perspectives in 3D Shape Similarity Assessment, *Computer Graphics Forum*, **35**, 6 (2016), 87–119.
- [4] BOGO, F., ROMERO, J., LOPER, M. and BLACK, M. J. FAUST: Dataset and evaluation for 3D mesh registration, *Proceedings IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, Piscataway, NJ, USA (2014), IEEE.
- [5] BRONSTEIN, A., BRONSTEIN, M. and KIMMEL, R. *Numerical Geometry of Non-Rigid Shapes*, Springer Publishing Company, Incorporated, 1 edition (2008).
- [6] BRONSTEIN, M. and KOKKINOS, I. Scale-Invariant Heat Kernel Signatures for Non-Rigid Shape Recognition, *IEEE Conf Comput Vision Pattern Recogn (CVPR)* (2010), 1704–1711.
- [7] CHEN, D.-Y., TIAN, X.-P., SHEN, Y.-T. and OUHYOUNG, M. On Visual Similarity Based 3D Model Retrieval, *Computer Graphics Forum*, **22**, 3 (2003), 223–232.
- [8] CORNEA, N., DEMIRCI, M. F., SILVER, D., SHOKOUFANDEH, A., DICKINSON, S. and KANTOR, P. 3D Object Retrieval using Many-to-many Matching of Curve Skeletons., *International Conference on Shape Modeling and Applications*, **2005** (2005), 368–373.
- [9] DONATI, N., CORMAN, E., MELZI, S. and OVSIJANIKOV, M. Complex Functional Maps: A Conformal Link Between Tangent Bundles, *Computer Graphics Forum*, **41** (2022), 317–334.
- [10] DYKE, R., LAI, Y.-K., ROSIN, P., ZAPPALÀ, S., DYKES, S., GUO, D., LI, K., MARIN, R., MELZI, S. and YANG, J. SHREC’ 20: Shape correspondence with non-isometric deformations, *Computers & Graphics*, **92** (2020), 28–43.
- [11] GAL, R. and COHEN-OR, D. Salient Geometric Features for Partial Shape Matching and Similarity, *ACM Trans. Graph.*, **25**, 1 (2006), 130–150.
- [12] HANOCKA, R., METZER, G., GIRYES, R. and COHEN-OR, D. Point2Mesh: A Self-Prior for Deformable Meshes, *ACM Trans. Graph.*, **39**, 4 (2020), 1–12.
- [13] HILAGA, M., SHINAGAWA, Y., KOHMURA, T. and KUNII, T. L. Topology Matching for Fully Automatic Similarity Estimation of 3D Shapes, *Proc. the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques* (2001), 203–212.
- [14] HUANG, J., ZHOU, Y., NIESSNER, M., SHEWCHUK, J. R. and GUIBAS, L. J. QuadriFlow: A Scalable and Robust Method for Quadrangulation, *Computer Graphics Forum*, **37**, 5 (2018), 147–160.
- [15] JAKOB, W., TARINI, M., PANOZZO, D. and SORKINE-HORNUNG, O. Instant Field-Aligned Meshes, *ACM Trans. Graph.*, **34**, 6 (2015), 1–15.
- [16] JOHNSON, J., DOUZE, M. and JÉGOU, H. Billion-scale similarity search with GPUs, *IEEE Transactions on Big Data*, **7**, 3 (2019), 535–547.
- [17] KIM, V. G., LIPMAN, Y. and FUNKHOUSER, T. Blended Intrinsic Maps, *ACM Trans. Graph.*, **30**, 4 (2011), 1–12.
- [18] LI, C. and BEN HAMZA, A. A Multiresolution Descriptor for Deformable 3D Shape Retrieval, *Vis. Comput.*, **29**, 6–8 (2013), 513–524.
- [19] MAHMOUDI, M. and SAPIRO, G. Three-dimensional point cloud recognition via distributions of geometric distances, *Graphical Models*, **71** (2009), 22–31.
- [20] MELZI, S., REN, J., RODOLÀ, E., SHARMA, A., WONKA, P. and OVSIJANIKOV, M. ZoomOut: Spectral Upsampling for Efficient Shape Correspondence, *ACM Transactions on graphics (TOG)*, **38**, 6 (2019), 1–14.
- [21] MYRONENKO, A. and SONG, X. Point Set Registration: Coherent Point Drift, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **32**, 12 (2010), 2262–2275.
- [22] NOGNENG, D. and OVSIJANIKOV, M. Informative Descriptor Preservation via Commutativity for Shape Matching, *Computer Graphics Forum*, **32**, 2 (2017), 259–267.
- [23] OHBUCHI, R., OSADA, K., FURUYA, T. and BANNO, T. Salient local visual features for shape-based 3D model retrieval, *2008 IEEE International Conference on Shape Modeling and Applications* (2008), 93–102.

- [24] OVSJANIKOV, M., BEN-CHEN, M., SOLOMON, J., BUTSCHER, A. and GUIBAS, L. Functional Maps: A Flexible Representation of Maps between Shapes, *ACM Trans. Graph.*, **31**, 4 (2012), 1–11.
- [25] PICKUP, D., SUN, X., ROSIN, P., MARTIN, R., CHENG, Z., LIAN, Z., AONO, M., HAMZA, B., BRONSTEIN, A., BRONSTEIN, M., BU, S., CASTELLANI, U., GARRO, V., GIACHETTI, A., GODIL, A., ISAIA, L., HAN, J., JOHAN, H. and YE, J. Shape Retrieval of Non-rigid 3D Human Models, *International Journal of Computer Vision*, **120** (2016), 1–25.
- [26] PICKUP, D., SUN, X., ROSIN, P., MARTIN, R., CHENG, Z., NIE, S. and JIN, L. SHREC'15 track: Non-rigid 3D shape retrieval, *Eurographics 2015 Workshop on 3D Object Retrieval* (2015), 107–120.
- [27] RAKOTOSAONA, M.-J., AIGERMAN, N., MITRA, N. J., OVSJANIKOV, M. and GUERRERO, P. Differentiable Surface Triangulation, *ACM Trans. Graph.*, **40**, 6 (2021), 1–13.
- [28] REN, J., POULENARD, A., WONKA, P. and OVSJANIKOV, M. Continuous and orientation-preserving correspondences via functional maps, *ACM Transactions on Graphics*, **37**, 6 (2018), 1–16.
- [29] RUSTAMOV, R. M. Laplace-Beltrami Eigenfunctions for Deformation Invariant Shape Representation, *the Fifth Eurographics Symposium on Geometry Processing* (2007), 225–233.
- [30] SHARP, N., SOLIMAN, Y. and CRANE, K. The Vector Heat Method, *ACM Trans. Graph.*, **38**, 3 (2019), 1–19.
- [31] SUN, J., OVSJANIKOV, M. and GUIBAS, L. A Concise and Provably Informative Multi-Scale Signature Based on Heat Diffusion, *the Symposium on Geometry Processing* (2009), 1383–1392.
- [32] KAICK, VAN O., ZHANG, H., HAMARNEH, G. and COHEN-OR, D. A Survey on Shape Correspondence, *Computer Graphics Forum*, **30**, 6 (2011), 1681–1707.