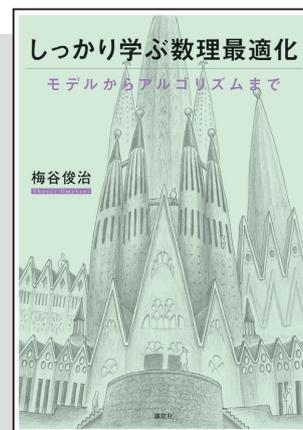




## しっかり学ぶ数理最適化 モデルからアルゴリズムまで

梅谷俊治 著

講談社サイエンティフィク (2020), 3,300 円 (税込), 368p., ISBN: 978-4-06-521270-7



### 書籍の概要

本書の冒頭に、「数理最適化は、与えられた制約条件の下で目的関数の値を最小（もしくは最大）にする最適化問題を通じて、現実社会における意思決定や問題解決を実現する手段である」と書かれている。AIにおける「学習」が数理最適化そのものであり、回帰問題における、平均二乗誤差を最小化する最小二乗法などがある。本書は、数理最適化を学びたい人が現実の問題を最適化問題にモデル化する方法と、線形計画問題、非線型計画問題、整数計画問題などの最適化問題に関する基本的アルゴリズムとその考え方を学ぶことを目的に書かれている。

予備知識としてアルゴリズムとデータ構造、微積分、線形代数などの基本知識を前提として書かれているので、ほかの書籍やネットなどで、補いながら読む必要がある人もいるかもしれない。また、数学的な定理の証明なども省略しているため、これらの数学的定理についても専門書を参照する必要がある。

### 本書の内容

第1章「数理最適化入門」では、本書の概要と構成が述べられている。本書は、まず変数が実数のような連続的な値を取る最適化問題である「連続最適化問題」を取り上げている（第2章、第3章）。次に、変数が整数や2値の離散的な値を取る最適化問題（離散最適化問題）や、最適解を含む解の集合が順列やネットワークなど組合せ的な構造を持つ最適

化問題（組合せ最適化問題）を取り上げている（第4章）。

第2章「線形計画」では、連続最適化問題のうち、線形計画問題、すなわち目的関数が線形関数で、すべての制約条件が線形の等式もしくは不等式で表された最適化問題を取り上げている。線形計画問題の例として、輸送計画問題、日程計画問題、生産計画問題を紹介した後、非線形問題の近似解法、連立一次方程式の近似解法、比率の最小化などの事例を紹介している。

さらに、線形計画問題の効率的なアルゴリズムとして、単体法が紹介されている。線形計画問題では、実行可能領域は空間内の凸多面体となり、最適解が存在する場合、少なくとも1つの最適解は実行可能領域の凸多面体の頂点上にある。単体法は、実行可能領域の凸多面体のある頂点から出発し、目的関数の値が改善する隣接頂点への移動を繰り返すことで最適解を求めるアルゴリズムである。また、双対問題、すなわち最大化問題ならばその最適値の良い上界を求め、最小化問題ならばその最適値の良い下界を求める問題について紹介し、その解法として緩和問題、感情分析、双対単体法などが紹介されている。

第3章「非線形計画」では、非線形計画問題、すなわち非線形関数で表された目的関数や制約条件を含む最適化問題を取り上げている。非線形計画問題の定式化と効率的に解ける非線形計画問題の特徴を説明したあと、制約なし最適化問題と制約つき最適

化問題の代表的アルゴリズムを紹介している。

非線形計画問題の応用例として、機械学習における分類問題の解法であるサポートベクトルマシンや、ロジスティック回帰などが紹介されている。また、最尤推定法、すなわちロジスティック関数から尤度関数を定義し、その値が最大となるパラメータの値を決定する最適化法も紹介されている。

制約なし最適化問題の代表的アルゴリズムとして、最急降下法、ニュートン法、準ニュートン法が紹介されている。制約つき最適化問題の代表的アルゴリズムとして、有効制約法、ペナルティ関数法、拡張ラグランジュ関数法などが紹介されている。

第4章「整数計画と組合せ最適化」では、線形計画問題において変数が整数値のみを取る整数計画問題および組合せ最適化問題について述べている。まず、線形計画問題の定式化と組合せ最適化問題の困難性の評価法について述べる。最初に、ナップザック問題など、各種の整数計画問題や組合せ最適化問題の定式化が紹介され、その中にはグラフ理論を用いたネットワークによる最適化問題も含まれる。たとえば、最小全域木問題、巡回セールスマン問題などである。

アルゴリズムの計算量は、時間量と領域量で評価される。時間量が問題例の入力データの長さの多項式オーダーであるアルゴリズムを多項式時間アルゴリズムと呼ぶ。多項式オーダーの時間量で評価される

決定問題のクラスをNPと呼ぶ。また、最適化問題を解くアルゴリズムの難しさに応じてNP完全問題、NP困難問題などが定義されている。なかでも、NP困難問題は、NP完全問題と同等以上に難しい問題を言い、それを解く方法は、厳密解法（分子限定法、切除平面法を含む）、近似解法、発見的解法（局所探索法、メタヒューリスティクスを含む）に分類される。これらの解法が、具体的事例を含み順次紹介されている。

### 本書籍をだれに薦めるか

数理最適化のアルゴリズムについて、どんなものがあるか、ざっと全体を知りたい方に、お薦めしたい。これらのアルゴリズムは、深層学習や、回帰分析、サポートベクトルマシンなどさまざまな機械学習アルゴリズムに利用されているので、そのようなアルゴリズムを一通り見ておきたい方には特にお薦めである。

(2021年8月13日受付)

石井一夫（正会員）  
kishii@rs.sus.ac.jp

公立諏訪東京理科大学工学部情報応用工学科教授、久留米大学医学部内科学講座心臓・血管内科部門客員准教授。専門分野：ビッグデータ分析、計算機統計学、データマイニング、数理モデリング、機械学習、人工知能。医療ビッグデータ、気象ビッグデータ研究に従事。2015年度本会優秀教育賞受賞。日本技術士会フェロー、APEC エンジニア、IPEA 国際エンジニア。

