

テント写像の乱択計算量

岡田 真明^{1,a)} 来嶋 秀治^{2,b)}

概要: テント写像を用いた実数からビット列への変換はカオス写像として知られ、すなわち初期値鋭敏性をもつ。本論文では、テント写像におけるセクションの概念を定義し、その配置の種類がビット長 L に対して高々 $4L$ であることを示す。また、セクション遷移グラフ (STG) を用いた、確率的なビット列の生成について考察する。

キーワード: テント写像, カオス, 確率的オートマトン

Randomized Computational Complexity of Tent Map

Abstract: Translation from a real number to a bit sequence with tent map is known as chaotic map, i.e. it has sensitivity to initial conditions. In this paper, we define the notion of section for tent map and prove that the number of locations of sections is at most $4L$ for length of bit sequences L . Besides, we consider probabilistic generation of bit sequence with section transition graph (STG).

Keywords: tent map, chaos, probabilistic automaton

1. はじめに

牧野らは、ベータ写像と呼ばれるカオス写像を用いた A/D 変換における誤差解析においてセクションと呼ばれる概念を提案し、その配置の種類 (セクションタイプ) が長さ L のビット列に対して高々 $2L$ であることを示した [1]。冨田は、セクションタイプを状態空間とするランダムウォークにより模倣する方法を提案した [2]。

本論文では、テント写像と呼ばれるカオス写像におけるセクションの概念を定義し、その配置の種類が長さ L のビット列に対して高々 $4L$ であることを示す。また、テント写像におけるセクションタイプを状態空間とするグラフ上のランダムウォークについて考察を行う。

2. 準備

2.1 テント写像

テント写像 $f_\mu: [0, 1) \rightarrow [0, 1)$ は以下の式で定義される。

$$f_\mu(x) = \begin{cases} \mu x & x < \frac{1}{2} \\ \mu(1-x) & x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

ここで $1 < \mu \leq 2$ とする。また $f_\mu(x)$ の i 回反復合成写像を $f_\mu^i(x)$ と書く。すなわち $f_\mu^{i+1}(x) = f_\mu(f_\mu^i(x))$ である。入力 x に対応する符号列 $\mathbf{s} = s_1 s_2 \dots$ を

$$s_i = \begin{cases} + & f_\mu^{i-1}(x) < \frac{1}{2} \\ - & f_\mu^{i-1}(x) \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

と定義する。また符号列を i 文字目まで求める関数を $\gamma_\mu^i(x) = s_1 s_2 \dots s_i$ とする。

符号列 \mathbf{s} に対応するビット列 $\mathbf{b} = b_1 b_2 \dots$ を

$$b_i = \begin{cases} 0 & (b_{i-1} = 0 \wedge s_i = +) \vee (b_{i-1} = 1 \wedge s_i = -) \\ 1 & (b_{i-1} = 0 \wedge s_i = -) \vee (b_{i-1} = 1 \wedge s_i = +) \end{cases}$$

と定義する。ただし $b_0 = 0$ とする。 \mathbf{s} に対応するビット列を求める関数を $c(\mathbf{s}) = \mathbf{b}$ とする。このようにビット列を定義すると $x \leq x' \Rightarrow c(\gamma(x)) \leq c(\gamma(x'))$ が成り立つ。

2.2 セクションタイプ

f_μ^L のグラフには最大 2^L 本の線分が出現し、各線分に

¹ 九州大学 大学院システム情報科学府

² 九州大学 大学院システム情報科学研究院

a) okada@tcs.inf.kyushu-u.ac.jp

b) kijima@inf.kyushu-u.ac.jp

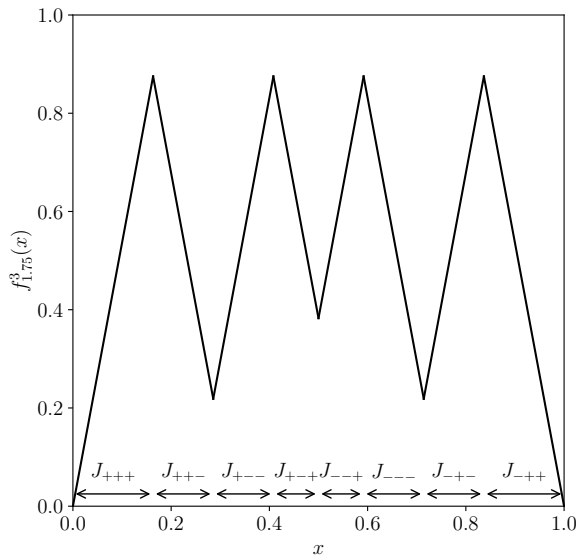


図 1 $f_{1.75}^3$ におけるセクションの例

長さ L の符号列およびビット列が対応する. この線分をセクションと呼ぶ. 図 1 は $f_{1.75}^3(x)$ のグラフにおけるセクションの例である.

セクションタイプは, セクションの y 軸上の射影および傾きの正負による分類である. 符号列 \mathbf{s} に対応するセクションタイプを $J_{\mathbf{s}}$ とする.

定義 2.1. 符号列 \mathbf{s} に対応するセクションタイプを $J_{\mathbf{s}} = (Y_{\mathbf{s}}, a_{\mathbf{s}})$ とする. $Y_{\mathbf{s}} = \{f_{\mu}^n(x) \mid \gamma(x) = \mathbf{s}\}$ は \mathbf{s} に対応するセクションの y 軸上の射影である. $a_{\mathbf{s}}$ はセクションの傾きの正負を表し, 傾きが正ならば $+1$, 負ならば -1 とする.

$Y_{\mathbf{s}}$ は区間であり, $[l_{\mathbf{s}}, u_{\mathbf{s}}], [l_{\mathbf{s}}, u_{\mathbf{s}}), (l_{\mathbf{s}}, u_{\mathbf{s}}], (l_{\mathbf{s}}, u_{\mathbf{s}})$ のいずれかとなる. ここで端点の値 $l_{\mathbf{s}}, u_{\mathbf{s}}$ だけでなく, 端点の開閉にも注意する必要がある. $Y_{\mathbf{s}}$ の左端点, 右端点の開閉をそれぞれ変数 $\langle_{\mathbf{s}}$ および $\rangle_{\mathbf{s}}$ で表し, 開いているならば *open* を, 閉じているならば *closed* を割り当てる. これらの記号を用いて $Y_{\mathbf{s}}$ を 4 つ組 $(\langle_{\mathbf{s}}, l_{\mathbf{s}}, u_{\mathbf{s}}, \rangle_{\mathbf{s}})$ で表す場合がある.

符号列 \mathbf{s} の定義より, \mathbf{s} に対応するセクションの傾きが正であることと, \mathbf{s} に偶数個の $-$ が出現することは同値となる.

f_{μ}^i における長さが正であるセクションタイプの集合を

$$\text{SEC}(i) = \{J_{\mathbf{s}} \mid |\mathbf{s}| \in \{+, -\}^i, |J_{\mathbf{s}}| > 0\}$$

と表記する. ここでセクションタイプ $J_{\mathbf{s}}$ の長さを $|J_{\mathbf{s}}| = |l_{\mathbf{s}} - u_{\mathbf{s}}|$ とする. 最初のセクションタイプを

$$\text{SEC}(0) = \{J_{\varepsilon}\} = \{([0, 1), +1)\}$$

と定める. $i \geq 1$ の場合, セクションタイプの集合は再帰的に求められる.

定理 2.2. 任意のセクションタイプ $J_{\mathbf{s}}$ について以下が成り立つ.

$$\begin{aligned} l_{\mathbf{s}+} &= \mu \min\left(\frac{1}{2}, l_{\mathbf{s}}\right) & l_{\mathbf{s}-} &= \mu \left(1 - \max\left(\frac{1}{2}, u_{\mathbf{s}}\right)\right) \\ u_{\mathbf{s}+} &= \mu \min\left(\frac{1}{2}, u_{\mathbf{s}}\right) & u_{\mathbf{s}-} &= \mu \left(1 - \max\left(\frac{1}{2}, l_{\mathbf{s}}\right)\right) \\ \langle_{\mathbf{s}+} &= \langle_{\mathbf{s}} & \langle_{\mathbf{s}-} &= \rangle_{\mathbf{s}} \\ \rangle_{\mathbf{s}+} &= \begin{cases} \rangle_{\mathbf{s}} & : u_{\mathbf{s}} < \frac{1}{2} \\ \text{open} & : u_{\mathbf{s}} \geq \frac{1}{2} \end{cases} & \rangle_{\mathbf{s}-} &= \begin{cases} \langle_{\mathbf{s}} & : l_{\mathbf{s}} \geq \frac{1}{2} \\ \text{closed} & : l_{\mathbf{s}} < \frac{1}{2} \end{cases} \\ a_{\mathbf{s}+} &= a_{\mathbf{s}} & a_{\mathbf{s}-} &= -a_{\mathbf{s}} \end{aligned}$$

証明. f_{μ} の定義より以下が成り立つ.

(1) $u_{\mathbf{s}} < \frac{1}{2}$ のとき,

$$J_{\mathbf{s}+} = ((\langle_{\mathbf{s}}, \mu l_{\mathbf{s}}, \mu u_{\mathbf{s}}, \rangle_{\mathbf{s}}), a_{\mathbf{s}})$$

となる. $|J_{\mathbf{s}-}| = 0$ であるため, $l_{\mathbf{s}-} = u_{\mathbf{s}-}$ を満たしていればよい. ここでは $J_{\mathbf{s}-} = ((\rangle_{\mathbf{s}}, \mu/2, \mu/2, \text{closed}), -a_{\mathbf{s}})$ とする.

(2) $l_{\mathbf{s}} < \frac{1}{2} \leq u_{\mathbf{s}}$ のとき,

$$J_{\mathbf{s}+} = ((\langle_{\mathbf{s}}, \mu l_{\mathbf{s}}, \frac{\mu}{2}, \text{open}), a_{\mathbf{s}})$$

$$J_{\mathbf{s}-} = ((\rangle_{\mathbf{s}}, \mu(1 - u_{\mathbf{s}}), \frac{\mu}{2}, \text{closed}), -a_{\mathbf{s}})$$

となる.

(3) $l_{\mathbf{s}} \geq \frac{1}{2}$ のとき,

$$J_{\mathbf{s}-} = ((\rangle_{\mathbf{s}}, \mu(1 - u_{\mathbf{s}}), \mu(1 - l_{\mathbf{s}}), \langle_{\mathbf{s}}), a_{\mathbf{s}})$$

となる. $|J_{\mathbf{s}+}| = 0$ であるため, $l_{\mathbf{s}+} = u_{\mathbf{s}+}$ を満たしていればよい. ここでは $J_{\mathbf{s}+} = ((\langle_{\mathbf{s}}, \mu/2, \mu/2, \text{open}), a_{\mathbf{s}})$ とする.

以上より定理は成り立つ. \square

補題 2.3. 任意のビット列 \mathbf{b} について, $a_{\mathbf{b}0} = +1, a_{\mathbf{b}1} = -1$ である.

証明. ビット列の定義より, $c(\mathbf{s}) = \mathbf{b}0$ である \mathbf{s} はかならず偶数個の $-$ を含む. したがって $a_{\mathbf{s}} = +1$ となる. 同様に $c(\mathbf{s}) = \mathbf{b}1$ である \mathbf{s} はかならず奇数個の $-$ を含むため $a_{\mathbf{s}} = -1$ となる. \square

作用 \mathcal{C} を以下のように定める.

定義 2.4. 任意の $i \geq 1$ に対して, 作用 \mathcal{C} を

$$\mathcal{C}(J_{\mathbf{b}}) = \{J_{\mathbf{b}0}, J_{\mathbf{b}1}\} \setminus \{\emptyset\}$$

と定義する. また, これを拡張し

$$\mathcal{C}(\text{SEC}(i)) = \bigcup_{J \in \text{SEC}(i)} \mathcal{C}(J)$$

と定める.

この定義より $\text{SEC}(L+1) = \mathcal{C}(\text{SEC}(L))$ が成り立つ.

2.3 セクションタイプの個数

この節ではセクションタイプの個数の上界を示す.

定理 2.5. 任意の μ ($1 < \mu < 2$) について, 任意の自然数 $L \geq 3$ に対して

$$\text{SEC}(L) \supseteq \text{SEC}(L-1)$$

$$\#\text{SEC}(L) \leq \#\text{SEC}(L-1) + 4$$

が成り立つ. ここで $\#\text{SEC}(L)$ は $\text{SEC}(L)$ に含まれる異なるセクションタイプの個数である. 結果として, $\#\text{SEC}(2) \leq 4$ より $\#\text{SEC}(L) \leq 4L$ が成り立つ.

この定理を示すために, 次の補題を示す.

補題 2.6. \mathbf{b} を長さ L ($L \geq 0$) の任意のビット列とする. $J_{0\mathbf{b}0}$ と $J_{0\mathbf{b}1}$ の長さがともに正ならば, $J_{0\mathbf{b}0} \in \text{SEC}(L+1)$ が成り立つ. また $J_{100\mathbf{b}0}$ と $J_{100\mathbf{b}1}$ の長さがともに正ならば $J_{100\mathbf{b}1} \in \text{SEC}(L+3)$ が, $J_{101\mathbf{b}0}$ と $J_{101\mathbf{b}1}$ の長さがともに正ならば $J_{101\mathbf{b}0} \in \text{SEC}(L+3)$ が, $J_{11\mathbf{b}0}$ と $J_{11\mathbf{b}1}$ の長さがともに正ならば $J_{11\mathbf{b}1} \in \text{SEC}(L+2)$ が成り立つ.

証明. $J_{0\mathbf{b}0}$ と $J_{0\mathbf{b}1}$ の長さがともに正のときに $J_{0\mathbf{b}0} \in \text{SEC}(L+1)$ が成り立つことを示す. 補題の残りについても同様の手順で示せる.

まず, 任意のビット列 \mathbf{b}' について

$$l_{0\mathbf{b}'0} = l_{\mathbf{b}'0}, \quad u_{0\mathbf{b}'0} \leq u_{\mathbf{b}'0}, \quad \langle 0\mathbf{b}'0 = \langle \mathbf{b}'0, \quad (1)$$

$$l_{0\mathbf{b}'1} \geq l_{\mathbf{b}'1}, \quad u_{0\mathbf{b}'1} = u_{\mathbf{b}'1}, \quad \rangle 0\mathbf{b}'1 = \rangle \mathbf{b}'1 \quad (2)$$

が成り立つことを帰納法で示す.

(1) $J_{00} = J_0 = ([0, 1], +1)$ であるから, $\mathbf{b}' = \varepsilon$ のとき式 (1) は成り立つ. また $J_{01} = ((-\frac{\mu^2+2\mu}{2}, \frac{\mu}{2}], -1)$, $J_1 = ((0, \frac{\mu}{2}], -1)$ より式 (2) も成り立つ.

(2) \mathbf{b}' について式 (1) (2) が成り立つと仮定する. ビット列の定義より, ビット列の末尾が 00 ならば対応する符号列の末尾は + であるため, 定理 2.2 より

$$\begin{aligned} l_{0\mathbf{b}'00} &= \mu \min(l_{0\mathbf{b}'0}, \frac{1}{2}) \\ &= \mu \min(l_{\mathbf{b}'0}, \frac{1}{2}) = l_{\mathbf{b}'00} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{0\mathbf{b}'00} &= \mu \min(u_{0\mathbf{b}'0}, \frac{1}{2}) \\ &\leq \mu \min(u_{\mathbf{b}'0}, \frac{1}{2}) = u_{\mathbf{b}'00} \end{aligned}$$

$$\langle 0\mathbf{b}'00 = \langle 0\mathbf{b}'0 = \langle \mathbf{b}'0 = \langle \mathbf{b}'00$$

が成り立つ. よって $\mathbf{b}'0$ について式 (1) が成り立つ. また, ビット列の末尾が 01 ならば対応する符号列の末尾は - となるため

$$l_{0\mathbf{b}'01} = \mu(1 - \max(u_{0\mathbf{b}'0}, \frac{1}{2}))$$

$$\geq \mu(1 - \max(u_{\mathbf{b}'0}, \frac{1}{2})) = l_{\mathbf{b}'01}$$

$$u_{0\mathbf{b}'01} = \mu(1 - \max(l_{0\mathbf{b}'0}, \frac{1}{2}))$$

$$= \mu(1 - \max(l_{\mathbf{b}'0}, \frac{1}{2})) = u_{\mathbf{b}'01}$$

$$\rangle 0\mathbf{b}'01 = \begin{cases} \langle 0\mathbf{b}'0 & : l_{0\mathbf{b}'0} \geq \frac{1}{2} \\ \text{closed} & : l_{0\mathbf{b}'0} < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\rangle \mathbf{b}'01 = \begin{cases} \langle \mathbf{b}'0 & : l_{\mathbf{b}'0} \geq \frac{1}{2} \\ \text{closed} & : l_{\mathbf{b}'0} < \frac{1}{2} \end{cases}$$

である. $l_{0\mathbf{b}'0} = l_{\mathbf{b}'0}$ より $\rangle 0\mathbf{b}'1 = \rangle \mathbf{b}'1$ であるため, $\mathbf{b}'0$ について式 (2) も成り立つ. $\mathbf{b}'1$ について式 (1) (2) が成り立つことも同様に示せる.

以上より, 任意のビット列 \mathbf{b}' に対して式 (1) (2) は成り立つ. 続いて \mathbf{b} について場合分けを行い, $J_{0\mathbf{b}0} \in \text{SEC}(n+1)$ を示す.

(1) $J_{00} = J_0 \in \text{SEC}(1)$ であるから, $\mathbf{b} = \varepsilon$ のとき成り立つ.

(2) \mathbf{b} の末尾が 0 である場合, すなわち $\mathbf{b} = \mathbf{b}'0$ ($|\mathbf{b}'| = L-1$) と書ける場合を考える. $J_{0\mathbf{b}'00}$ と $J_{0\mathbf{b}'01}$ の長さがともに正であるという仮定より $l_{0\mathbf{b}'0} < \frac{1}{2} < u_{0\mathbf{b}'0}$ が言える. よって

$$\begin{aligned} Y_{0\mathbf{b}'00} &= (\langle 0\mathbf{b}'0, \mu l_{0\mathbf{b}'0}, \frac{\mu}{2}, \text{open}) \\ &= (\langle \mathbf{b}'0, \mu l_{\mathbf{b}'0}, \frac{\mu}{2}, \text{open}) = Y_{\mathbf{b}'00} \end{aligned}$$

が成り立つ. また補題 2.3 より $a_{0\mathbf{b}'00} = a_{\mathbf{b}'00}$ である. したがって $J_{0\mathbf{b}'00} = J_{\mathbf{b}'00} \in \text{SEC}(L+1)$ が成り立つ.

(3) \mathbf{b} の末尾が 1 である場合, すなわち $\mathbf{b} = \mathbf{b}'1$ ($|\mathbf{b}'| = L-1$) と書ける場合を考える. $J_{0\mathbf{b}'10}$ と $J_{0\mathbf{b}'11}$ の長さがともに正であるという仮定より $l_{0\mathbf{b}'1} < \frac{1}{2} < u_{0\mathbf{b}'1}$ が言える. よって

$$\begin{aligned} Y_{0\mathbf{b}'10} &= (\rangle 0\mathbf{b}'1, \mu(1 - u_{0\mathbf{b}'1}), \frac{\mu}{2}, \text{closed}) \\ &= (\rangle \mathbf{b}'1, \mu(1 - u_{\mathbf{b}'1}), \frac{\mu}{2}, \text{closed}) = Y_{\mathbf{b}'10} \end{aligned}$$

が成り立つ. また補題 2.3 より $a_{0\mathbf{b}'10} = a_{\mathbf{b}'10}$ である. したがって $J_{0\mathbf{b}'10} = J_{\mathbf{b}'10} \in \text{SEC}(L+1)$ が成り立つ.

以上より, 任意の \mathbf{b} について補題は成り立つ. \square

定理 2.5 の証明. $J_A(3) = J_{011}, J_B(3) = J_{100}, J_C(3) = J_{101}, J_D(3) = J_{110}$ と定め, 任意の μ ($1 < \mu < 2$) について

$$\text{SEC}(L) \supseteq \text{SEC}(L-1) \cup \{J_A(n), J_B(n), J_C(n), J_D(n)\} \quad (3)$$

が成り立つことを L に関する帰納法で示す.

(1) 補題 2.6 の証明より $J_{000} = J_{00}, J_{010} = J_{10}$ は自明. $J_{111} = J_{11}$ も同様に示せる. また $J_{001} = J_{01}$ は

$J_{00} = J_0$ から言える。したがって

$$\text{SEC}(3) = \text{SEC}(2) \cup \{J_{011}, J_{100}, J_{101}, J_{110}\}$$

であるから、 $L = 3$ のとき式 (3) は成り立つ。

(2) L について式 (3) が成り立つと仮定する。両辺に作用 C をかけると

$$\begin{aligned} C(\text{SEC}(L)) &\supseteq C(\text{SEC}(L-1)) \cup C(J_A(L)) \\ &\cup C(J_B(L)) \cup C(J_C(L)) \cup C(J_D(L)) \end{aligned}$$

となる。作用 C の定義より $C(\text{SEC}(L)) = \text{SEC}(L+1)$, $C(\text{SEC}(L+1)) = \text{SEC}(L)$ であるから

$$\begin{aligned} \text{SEC}(L+1) &\supseteq \text{SEC}(L) \cup C(J_A(L)) \\ &\cup C(J_B(L)) \cup C(J_C(L)) \cup C(J_D(L)) \end{aligned}$$

となる。ここで $J_A(L)$ は 0 から始まる長さ L のビット列に対応するセクションタイプであるから、補題 2.6 より $C(J_A(L)) \setminus \text{SEC}(L)$ は空でないセクションタイプを最大で 1 つ含む。これを $J_A(L+1)$ とする。 $J_B(L+1), J_C(L+1), J_D(L+1)$ も同様に定めると、

$$\begin{aligned} \text{SEC}(L+1) &\supseteq \text{SEC}(L) \cup \{J_A(L+1), \\ &J_B(L+1), J_C(L+1), J_D(L+1)\} \end{aligned}$$

が成り立つ。したがって $L+1$ についても式 (3) は成り立つ。

以上より、任意の $L \geq 3$ について定理は成り立つ。□

3. STG

3.1 STG の構成方法

セクション遷移グラフ (STG) は、セクションタイプ間の関係をグラフ化したものである。STG の頂点はセクションタイプと 1 対 1 で対応する。

ステップ t におけるセクションタイプに対する STG を t -STG と呼ぶ。 t -STG の頂点集合を

$$\begin{aligned} V(t) &= \{v_1, v_2, \dots, v_M\} \\ &= \{J_{\mathbf{b}} \mid 0 \leq |\mathbf{b}| \leq t, |J_{\mathbf{b}}| > 0\} \end{aligned}$$

と定義し、 $V(n) \setminus V(n-1)$ に属する頂点を深さ n の頂点と呼ぶ。また 0,1 ラベル付きの辺集合をそれぞれ

$$\begin{aligned} E^0(t) &= \{(J_{\mathbf{b}}, J_{\mathbf{b}0}) \mid |\mathbf{b}| \leq t-1\}, \\ E^1(t) &= \{(J_{\mathbf{b}}, J_{\mathbf{b}1}) \mid |\mathbf{b}| \leq t-1\} \end{aligned}$$

と定義し、辺全体の集合を $E(t) = E^0(t) \cup E^1(t)$ と書く。

図 2 は $1 < \mu < 2$ の場合の 3-STG である。ただしスペースの都合上 (Y, a) を Y^a と書いている。また y_i は $f_{\mu}^i(1/2)$ を表す。

頂点はセクションタイプと対応するため、 t -STG の頂点

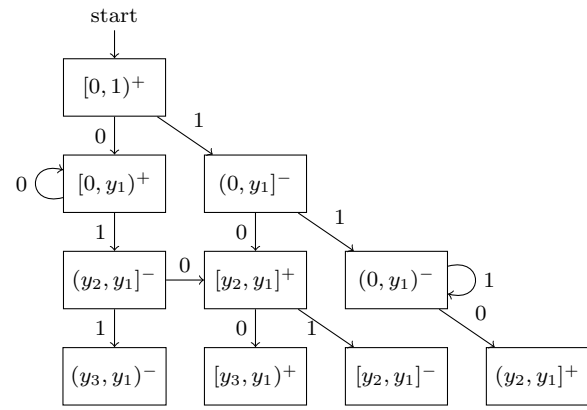


図 2 $1 < \mu < 2$ の場合の 3-STG

数 $|V(t)|$ について以下が成り立つ。

定理 3.1. $|V(t)| = O(t)$.

証明. 定理 2.5 より、 $t \geq 2$ ならば $V(t) = \text{SEC}(t) \cup \text{SEC}(2) \cup \text{SEC}(1) \cup \text{SEC}(0)$ であるため、 $|V(t)| = \#\text{SEC}(t) + \text{定数}$ である。また $t \geq 2$ のとき $\#\text{SEC}(t) \leq 4t$ である。□

3.2 STG 上のランダムウォーク

t -STG 上のランダムウォークを考える。

ある頂点 $v \in V(t)$ から $E^0(t)$ に含まれる辺を通る遷移先の頂点を v^0 , $E^1(t)$ に含まれる辺を通る遷移先の頂点を v^1 とする。頂点 v のサイズを $|v| = |J_{\mathbf{b}}|$ とし、 v から v^0 に遷移する確率を $\frac{|v^0|}{|v^0|+|v^1|}$, v^1 に遷移する確率を $\frac{|v^1|}{|v^0|+|v^1|}$ とする。

このランダムウォークで通った辺のラベルからビット列 \mathbf{b} を得る確率は、ランダムな x ($0 \leq x < 1$) に対して $c(\gamma(x)) = \mathbf{b}$ を得る確率と一致する。

3.3 計算機実験と結果

定理 2.5 より、深さ 4 以上の任意の頂点 v について v_0 と v_1 が存在するならば、少なくとも一方の深さは v の深さ未満である。このことから、 t -STG 上のランダムウォークにおいて、深い頂点に遷移する確率は高くないと予想される。

上述のランダムウォークを実装し、長さ L のビット列を生成する。ただし深さが $2 \log_2(L)$ よりも大きい頂点に遷移した時点で生成を打ち切る。図 3 は打ち切られずにビット列が生成された確率を $L = 16, 32, 64, 128$ についてプロットしたグラフである。ここで μ は 0.001 刻みであり、各 μ についてビット列の生成を 1000 回試行した。

4. おわりに

本論文では、ベータ展開におけるセクションタイプの概念をテント写像に拡張した。またテント写像におけるセクションタイプの個数の上限が $4L$ であることを示した。

今後の課題として、ロジスティック写像のような非線形

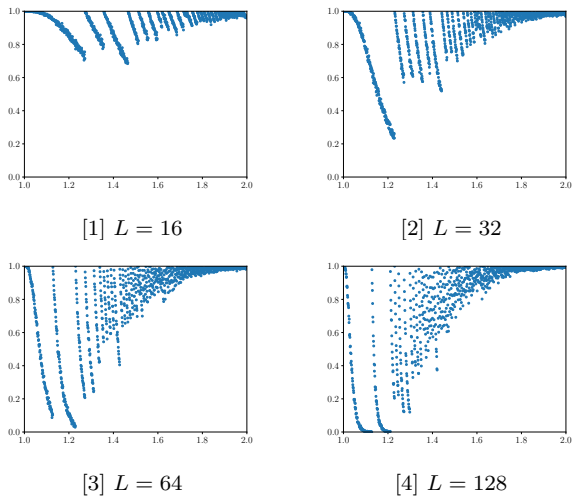


図 3 $2 \log_2(L)$ -STG で長さ L のビット列を生成する確率

なカオス写像へのセクションタイプの拡張を考えたい。

参考文献

- [1] T. Makino, Y. Iwata, K. Shinohara, Y. Jitsumatsu, M. Hotta, H. San, and K. Aihara. Rigorous estimates of quantization error for a/d converters based on beta-map. *Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE*, Vol. 6, No. 1, pp. 99–111, 2015.
- [2] 富田祐作. 乱択 β 展開. Master's thesis, 九州大学大学院システム情報科学府, 2018.