

## 2次割当問題に対する Solution-based tabu search

齋藤 雅文, 森 博志, 外山 史†

宇都宮大学大学院地域創生科学研究科†

## 1 はじめに

2次割当問題(QAP)はNP困難な組み合わせ最適化問題の一つであり, 短時間で精度の高い解を得ることができるメタ戦略を用いた手法が数多く提案されている. QAPにTabu Search(TS)[1]を適用したRobust Tabu Search(RoTS)[2]は, QAPに対する強力なメタ戦略アルゴリズムの一つとして知られている. TSは, 一つのアルゴリズムとして単にそのまま適用されるだけではなく, 進化計算におけるハイブリッドアルゴリズムに組み入れられるなど, 様々なアルゴリズムの中で用いられており, 探索能力の高い手法として知られている. しかし, 従来のTSではタブーリストに解の操作履歴を記録することから, 適用する問題の性質や, 組み入れるアルゴリズムに応じてタブー期間の調整が必要となる.

一方, これらの問題点を解決するTSとして, Solution-based tabu search(SBTS)[3]が提案されている. SBTSは解そのものをタブーリストに記録し, 記録した解への遷移を禁止するため, タブー期間が必要ない. また, 従来のTSでは, タブー期間の設定によって, 一度遷移した解へ再び遷移してしまうことがあるが, SBTSでは遷移したすべての解がタブーリストに含まれるため, 同じ解へ遷移することを防ぐことができる. SBTSでは, タブーリストのチェックにハッシュ関数を用いることにより, 解がタブーリストに含まれているかを高速に判定することができる. SBTSは近年, Max-Minsum問題に適用され良い結果が報告されているが, QAPに対しては適用されていない.

そこで本研究では, QAPにSBTSを用いた手法を提案する. 実験では, RoTSと比較することにより, 提案手法の有効性を示す.

## 2 2次割当問題

2次割当問題(QAP)とは,  $n \times n$ のフロー行列  $A = [a_{ij}]$  と距離行列  $B = [b_{kl}]$  が与えられたとき, 式(1)に示される目的関数の値(評価値)を最小にする解順列  $\pi$  を求める問題である. ただし, 解順列  $\pi$  は  $n$  個の整数  $\{1, 2, \dots, n\}$  からなる順列で,  $n$  は問題サイズである.

$$F(\pi) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} b_{\pi(i)\pi(j)} \quad (1)$$

## 3 提案手法

本研究では, QAPに対して, Solution-based tabu search(SBTS)を用いた手法を提案する. SBTSは, タブーリストに解そのものを記録し, 解遷移の際にタブーリストに解が存在するか否かは, 3つのハッシュ関数を用いて判定する.

本論文で提案するSBTSのアルゴリズムの疑似コードを図1に示す. 図1の疑似コード内で,  $\pi_{init}$  は初期解,  $\pi$  は探索における現在解,  $\pi_{best}$  は現探索時における最良解,  $\pi'$  は現在解の近傍内で条件を満たす最良解である. また,  $h_k(k=1, 2, 3)$  は式(2)で定義されるハッシュ関数である. 本手法では文献[3]と同様に, 式(2)における  $\gamma_k(k=1, 2, 3)$  の  $\gamma_1$  を 1.2,  $\gamma_2$  を 1.6,  $\gamma_3$  を 2.0 とした3つのハッシュ関数を用いる. また, ハッシュベクトルのサイズとなる  $L$  を  $10^8$  とした.  $H_k(k=1, 2, 3)$  は解を記録するサイズ  $L$  のハッシュベクトル(すなわち, タブーリスト)であり, ハッシュ関数から求められるバイナリ値  $H_k[h_k(\pi)]$  で  $\pi$  がタブーリストに存在するかを判断する.  $H_1[h_1(\pi)] = 1$ ,  $H_2[h_2(\pi)] = 1$ ,  $H_3[h_3(\pi)] = 1$  の条件を満たした場合のみ  $\pi$  をタブー状態と判定することで解の衝突を防いでいる.

$$h_k(\pi) = \left( \sum_{i=1}^n [i^{\gamma_k}] \times \pi(i) \right) \bmod L \quad (2)$$

Solution-based tabu search for the quadratic assignment problem

† Masafumi Saito, Hiroshi Mori, Fubito Toyama, Graduate School of Regional Development and Creativity, Utsunomiya University

```

Procedure Solution-based tabu search
begin
1: generate a random solution  $\pi_{init}$ ;
2:  $\pi := \pi_{init}$ ;
3:  $\pi_{best} := \pi$ ;
4: for  $i := 0$  to  $L - 1$  do
5:    $H_1[i] := 0, H_2[i] := 0, H_3[i] := 0$ ;
6: endfor
7: repeat
8:   find a best neighbor solution  $\pi'$ 
   that satisfies
    $H_1(h_1(\pi')) \wedge H_2(h_2(\pi')) \wedge H_3(h_3(\pi')) = 0$ 
9:    $\pi := \pi'$ ;
10:  if  $f(\pi) < f(\pi_{best})$  then
11:     $\pi_{best} := \pi$ ;
12:  endif
13:   $H_1[h_1(\pi)] := 1$ ;
14:   $H_2[h_2(\pi)] := 1$ ;
15:   $H_3[h_3(\pi)] := 1$ ;
16: until terminate = true;
17: return  $\pi_{best}$ ;
end

```

図1 QAP に対する SBTS の疑似コード

## 4 実験

提案手法の有効性を確認するために、提案手法である SBTS と RoTS の比較実験を行った。実験は、Taillard により公開されている問題 (<http://www.seas.upenn.edu/qaplib/>) から5題と、新たに作成した5題に対して行った。実験はすべて同じ計算機上 (CPU: Intel Xeon E5-2660 2.20GHz, メモリ: 196GB) で実行し、処理時間は3,600秒、試行回数は各問題ごとに10回とした。すべての手法のプログラムはC++で記述し、-O3 オプションとともに g++(version 4.8.5) でコンパイルした。

SBTS と RoTS の各手法を適用した結果を表1に示す。表1において、問題名中の数値は問題サイズを表しており、tai は Taillard, RR は新たに作成した問題を示す。表1の tai における最良評価値は公開されている最良評価値、RR の最良評価値は各問題の全ての試行において評価値が最良のものである。また、best(%) と avg(%) はそれぞれ最良評価値の精度 (%) および平均評価値の精度 (%) を表し、各手法10回試行で得られた、最良評価値および平均評価値に対して式(3)を用いて算出した値である。最良評価値の精度、および平均評価値の精度は0に近いほど良い結果となる。表1内の太字の数値は、両手法の結果を比較してより良い結果で

あることを示している。

$$\text{解値の精度 (\%)} = \frac{\text{得られた解値} - \text{最良評価値}}{\text{最良評価値}} \times 100 \quad (3)$$

表1より、 $n = 40, 50$  の問題では提案手法の精度が劣る結果となったが、 $n = 60, 80, 100$  の問題では SBTS の方がより精度の高い解を得た。さらに、問題サイズが  $n = 100$  よりさらに大きくなっても SBTS の方が優良な解を得た。これらのことから、QAP に SBTS を導入することの有効性が確認できた。

表1 QAP に対する SBTS と RoTS の比較

問題	最良評価値	best(%)		avg(%)	
		SBTS	RoTS	SBTS	RoTS
tai40a	3139370	<b>0.074</b>	<b>0.074</b>	0.414	<b>0.098</b>
tai50a	4938796	0.414	<b>0.000</b>	0.623	<b>0.458</b>
tai60a	7205962	<b>0.407</b>	0.653	<b>0.516</b>	0.770
tai80a	13499184	<b>0.516</b>	0.994	<b>0.634</b>	1.076
tai100a	21052466	<b>0.379</b>	0.918	<b>0.531</b>	1.047
RR100	21214550	<b>0.000</b>	0.660	<b>0.256</b>	0.828
RR140	42552042	<b>0.000</b>	0.469	<b>0.129</b>	0.613
RR180	72038076	<b>0.000</b>	0.473	<b>0.093</b>	0.570
RR200	89817078	<b>0.000</b>	0.413	<b>0.111</b>	0.532
RR300	206917274	<b>0.000</b>	0.298	<b>0.052</b>	0.346

## 5 おわりに

本研究では、QAP に対するアルゴリズムとして、SBTS の導入を提案した。実験では、従来手法である RoTS との比較を行い、提案手法の有効性を確認した。今後の課題としては、様々な問題に適用し結果を得ることや、メタ戦略アルゴリズムとの組み合わせを検討することなどが挙げられる。

## 参考文献

- [1] F.Glover, "Tabu Search—part I", ORSA Journal on Computing, vol.1, no.3, pp.190-206, 1989.
- [2] E.Taillard, "Robust Taboo Search for Quadratic Assignment Problem", Parallel Computing, Vol.17, pp.443-445, 1991.
- [3] X.Lai, D.Yue, J.-K.Hao, F.Glover, "Solution-based tabu search for the maximum min-sum dispersion problem", Information Sciences 441, pp.79-94, 2018.