処刑確率と襲撃確率を用いた人狼ゲームの数理モデル

宮田洋輝[†1]　荒川達也[†2]

概要：処刑確率と襲撃確率という２つのパラメータを持つ人狼の数理モデルを提案する．また，簡単な設定において，提案モデルと現実の人狼プレイログを比較することにより，モデルの有効性を検討する．

Mathematical models of werewolf with execution probabilities and attack probabilities

HIROKI MIYATA[†1]　TATSUYA ARAKAWA[†2]

Abstract: We propose a mathematical model of werewolf with two parameters; execution probabilities and attack probabilities. We conduct a simple experiment in simple settings to compare our model with real play logs of werewolf and evaluate its validity.

1. はじめに

本研究の目的は，多人数不完全情報ゲームである人狼の数理モデルを提案することである．

人狼とは，多数のプレイヤーが村人陣営と人狼陣営に分かれて対戦するテーブルトークゲームである[1]．通常はGM（ゲームマスター）の指揮下で対面で行うが，近年では，ネットワーク対戦も盛んにおこなわれている．

オンラインで遊べる人狼の１つとして,「るる鯖」というサーバーが存在する[4]．このサーバーでは，過去の対戦のプレイヤー同士の会話や各役職持ちの能力の使用履歴，投票履歴及び襲撃履歴が記録されており，誰でも自由に閲覧することが可能である．本研究では，数理モデルのためのデータとして利用させていただいた．

数理モデルにより，人狼のゲーム進行を確率的に予測することにより，将来的には，

(1) ゲームの形勢判断
(2) 観戦者へのサービス
(3) 最適戦略の探索と人狼知能（人狼をプレイする人工知能）（[2][3]）への応用
(4) 人狼ゲーム解説者・聞き手支援

など様々な用途に応用可能であると期待している．

2. 関連研究

人狼ゲームにおける人狼の勝率の数理モデル化を行っている研究はいくつか存在する．Yao[5]では人狼陣営が勝利する確率を漸化式で表している．また，Migdał[6]では Yao の結果の近似式を求めている．これらの研究では，各プレイヤーは自分以外のプレイヤーからランダムに選択して投票を行うと仮定している．それに対し，西野[7]では，人狼同士はお互いに投票しないという，より現実に即した仮定の下でモデルを構築している．

以上で述べた研究では，占い師などの特殊な役職は存在せず，投票や襲撃の対象はランダムに選ばれると仮定している．それに対し本研究では，各プレイヤーがどれくらい危険な状況にあるかを示す２種類のパラメータ（処刑確率と襲撃確率）を導入することにより，各プレイヤーがどのように推理し，どのような意図をもってプレイしているかをある程度組み込んだモデルの構築を試みる．

3. モデルの概要

人狼のゲーム進行を確率的に予測する数理モデルを提案する．

3.1 モデルの目的

人狼ゲーム中の任意の昼のフェーズを起点として，次の２つを確率的に予測する．

(1) その日の投票において，どのプレイヤーが処刑されるか．
(2) （処刑後もゲームが継続する場合）その晩，どの村人プレイヤーが襲撃されるか．

人狼は各陣営の生存人数によって，勝敗が決まるため，上の２点を予測することにより，形勢判断や最適行動の決定などが可能になると考えられる．

3.2 設定

視点：モデルに使用する局面情報は，プレイヤー視点や観客視点など，様々なものが考えられるが，本研究では全ての情報を知る GM 視点とする．

パラメータ：モデルでは予想の起点における以下のデータ

†1 群馬工業高等専門学校　生産システム工学専攻科
Advanced Production, National Institute of Technology, Gunma College
†2 群馬工業高等専門学校　電子情報工学科
Information and Computer Engineering, National Institute of Technology, Gunma College

をパラメータとして使用する．

役職：今回は簡単化のために，村人陣営の役職は占い師のみとする．

- 生存している人狼の人数　m
- 生存している村人の人数　n
- 各プレイヤー$1,2,\cdots,m+n$がその日に処刑される確率

$$\mathrm{f_1, f_2, \cdots, f_{m+n}}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \ \leq f_1, f_2, \cdots, f_{m+n} & \leq 1 \\ f_1 + f_2 + \cdots + f_{m+n} & = 1 \end{pmatrix}$$

- 各プレイヤーがその夜のフェーズに襲撃される確率

$$\mathrm{g_1, g_2, \cdots, g_{m+n}}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \leq \ g_1, g_2, \cdots, g_{m+n} & \leq 1 \\ g_1 + g_2 + \cdots + g_{m+n} & = 1 \end{pmatrix}$$

（人狼プレイヤーiの襲撃される確率は常に$\mathrm{g_i} = 0$とする）

ここで，処刑確率$\mathrm{f_i}$や襲撃確率$\mathrm{g_i}$は，プレイヤーが他のプレイヤーからどう思われているかを表していると考えることができる．

例えば，プレイヤーiが人狼であるという疑いが強くなれば，iの処刑確率$\mathrm{f_i}$は大きな値となる．また，村人プレイヤーjが人狼陣営にとって邪魔な存在（例えば占い師などの役職）であれば，$\mathrm{g_j}$が大きな値となる（人狼がプレイヤーjに投票するので，$\mathrm{f_j}$も大きくなる可能性はあるが，その代わりに，ほかの村人がjに投票しなくなることもあり得る）．さらに，初期値として人狼プレイヤーの処刑確率を低めに設定しておくことで西野[7]による「人狼同士はお互いに投票しない」という仮定を取り入れることも可能である．

3.3 モデルの種類

本研究では次の３つのモデルを考える．

I. 均等モデル

処刑確率および襲撃確率を等確率に定める．

$$\mathrm{f_i} = \frac{1}{m+n} \quad , \quad \mathrm{g_i} = \frac{1}{n} \tag{3}$$

このモデルは，[5]で提案されたモデルと同等である．

II. 固定モデル

処刑確率および襲撃確率を初期値のまま固定する．但し，それぞれ合計１になるように比率を保ったまま，人数の変動に応じて全体を定数倍する．

例えば，5 人のプレイヤー1～5 の初期値が表 1 上段のように与えられたとする．ここから，プレイヤー1 が処刑された場合，それぞれの確率の合計を 1 にするために，残ったプレイヤーの処刑確率は 1.25 倍，襲撃確率は 2 倍されて表 1 下段のようになる．

表 1：固定モデルにおける確率の変動

プレイヤー		1	2	3	4	5
処刑前	処刑確率	0.2	0.2	0.1	0.1	0.4
	襲撃確率	0.5	0.2	0.2	0.1	0
処刑後	処刑確率		0.25	0.125	0.125	0.5
	襲撃確率		0.4	0.4	0.2	0

III. 更新モデル

ゲームの進行に応じて，各プレイヤーの処刑確率および襲撃確率を更新していく．具体的な更新方法は 5 節で検討する．

4. モデルによる勝敗予測

３．３節で述べた均等モデルと固定モデルに基づく，人狼陣営の勝利確率予測の実行例を示す．ここでは簡単のため，人狼$\mathrm{m} = 1$人，村人$\mathrm{n} = 4$人とした．固定モデルでは，人狼プレイヤー１の処刑確率$\mathrm{f_1}$のみ可変とし，その他のプレイヤーの処刑確率と襲撃確率は均等に割り振ることにした．表 2 に処刑確率と襲撃確率の値を示す．

表 2：固定モデルにおける確率の配分

プレイヤー		1	2	3	4	5
均等モデル	処刑確率	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
	襲撃確率	0	0.25	0.25	0.25	0.25
固定モデル	処刑確率	$\mathrm{f_1}$	$\frac{1-\mathrm{f_1}}{4}$	$\frac{1-\mathrm{f_1}}{4}$	$\frac{1-\mathrm{f_1}}{4}$	$\frac{1-\mathrm{f_1}}{4}$
	襲撃確率	0	0.25	0.25	0.25	0.25

以下に，[5]の方法による均等モデルの場合の人狼陣営が勝利する確率$\mathrm{w(n,m)}$の計算を示す．

$$\mathrm{w(n,m)} = \begin{cases} 0 & :(m=0) \\ 1 & :(m \geq n) \\ \frac{n}{n+m} w(n-2,m) + \frac{m}{n+m} w(n-2,m-1) & \end{cases} \tag{4}$$

(4)式は，昼のターンを村人または人狼が処刑される場合に分けて，漸化式で表したものである．以下，勝負がつくまで(4)式による再帰的な計算を繰り返す．固定モデルも同様に再帰的に計算するが，村人と人狼に分けるのではなく，一人ひとりが処刑または襲撃された場合に分ける．

表 2 の均等モデルと，プレイヤー1 の処刑確率$\mathrm{f_1}$を指定した固定モデルに対する計算結果および，比較のためのるる鯖のデータから抽出した同じ配役の人狼陣営の勝率を表 3 に示す．但し，引き分けは含めない（以下同様）．

表 3：5 人村の人狼陣営の勝率

モデル	人狼陣営の勝率
均等モデル	0.7500
固定モデル$\mathrm{f_1} = 0.1$	0.8710
固定モデル$\mathrm{f_1} = 0.2$	0.7500
固定モデル$\mathrm{f_1} = 0.3$	0.6364

固定モデル$f_1 = 0.4$	0.5294
固定モデル$f_1 = 0.5$	0.4286
るる鯖	0.4933

表 3 より，均等モデルの場合，人狼陣営の勝率がるる鯖の結果よりかなり大きいことが分かる．また，固定モデルにおいては処刑確率$f_1 = 0.4$程度のときにるる鯖に近い結果になることが分かる．これら結果は，実際の人狼においては，ランダムな投票が行われるのではなく，村人陣営により，人狼が見破られることが多いことを示している．

5. 更新モデル

更新モデルでは，各プレイヤーの処刑確率や襲撃確率を動的に更新することにより，参加プレイヤーの推理や意図をモデル化することを試みる．

高精度のモデル化には，より深い考察が必要と考えられるが，今回はそのための一歩として，5.1 節に述べる単純な更新を用いることにする．具体的な更新幅はるる鯖のログデータを参考に決める．(5.2 節参照)．

5.1 更新ルール

設定：人狼 1 人以上，村人 2 人以上．そのうち占い師 1 人．

更新ルール１：誰も CO（カミングアウト）していない状況で，プレイヤーA が CO した場合．

⇒A の処刑確率f_Aを下げ，襲撃確率g_Aを上げる．

理由：占い師は CO する可能性が高く，1 人しかいない場合は暫定的に本物と考えられるため，処刑確率は下がる．占い師がいると占いで人狼であると見破られる可能性が高くなるため，A は人狼陣営にとって邪魔な存在であり，襲撃確率が上がると考えられる．

更新ルール２：プレイヤーA のみ占い師 CO している状況で，A が他のプレイヤーB を村人と占った場合．

⇒B の処刑確率f_Bを下げる．

理由：1 人しか占い師がいない場合，本物と仮定して行動することが多いため，占い結果は信用される．そのため，処刑確率は下がると考えられる．

更新ルール３：プレイヤーA のみ占い師 CO している状況で，A が他のプレイヤーB を人狼と占った場合．

⇒B の処刑確率f_Bを上げる．

理由：更新ルール 2 と同様に，1 人しか占い師がいない場合，本物と仮定して行動することが多いため，処刑確率は上がると考えられる．

更新ルール４：プレイヤーA のみ占い師 CO している状況で，他のプレイヤーB も占い師 CO した場合．

⇒A と B の処刑確率f_Aを上げる．

理由：占い師は 1 人しかいない設定なので，そのうち少なくとも 1 人は偽物，つまり人狼であると確定するため．

このように，プレイヤーの行動（主に CO する/しない選択）に応じて，処刑確率と襲撃確率は増加する場合も減少する場合も存在する．そして，このことが人狼のゲーム性を保証していると考えることができる．

つまり，ほとんどの局面において，絶対的に利益になる行動は存在せず，プレイヤーの行動には通常，利益と不利益の両方が伴う．だからこそ，プレイヤーがそれらを比較考慮して戦略を立てる余地が生じると言える．（ただし，絶対的に不利益になる行動は存在する）．また，人狼の数理モデルの最大の目的も，それらの利益と不利益を定量的に比較可能にすることであると言える．

5.2 更新幅

5.1 節で述べた更新ルールに対し，るる鯖から無作為に取得した 50 試合分のデータに基づいて，人狼 1 人，占い師 1 人，村人 4 人の場合の，各確率の更新幅を表 4 のように定める．

表 4：6 人村の更新幅

更新ルール	f_A	f_B	g_A
1	-0.166		+0.250
2		-0.200	
3		+0.550	
4	+0.300	+0.300	

ただし，更新した値が 1 を超える場合は 1，0 を下回る場合は 0 とする．また，更新したプレイヤー以外の確率を，定数倍することで確率の合計が 1 になるようにする．

5.3 更新モデルによる人狼のゲーム展開シミュレーション

6 人村を例にして考える．ここで，各プレイヤーの役職はプレイヤー1 が人狼，プレイヤー2 が占い師，プレイヤー3 からプレイヤー6 は村人とする．また，1 日目の前に，プレイヤー6 が襲撃されているものとする．また，各確率の初期値は表 5 に示す通りとする．

表 5：シミュレーション第 1 日目の各確率の初期値

プレイヤー	1 人狼	2 占い師	3 村人	4 村人	5 村人	6 村人
処刑確率	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	
襲撃確率	0.000	0.250	0.250	0.250	0.250	

(1) 第 1 日昼

プレイヤー2 が占い師をカミングアウトし，プレイヤー3 を村人だと占ったとする．このとき，更新ルール 1 と更新ルール 2 より，プレイヤーの各確率は表 6 のようになる．

表 6：シミュレーション第 1 日目昼の各確率

プレイヤー	1 人狼	2 占い師	3 村人	4 村人	5 村人	6 村人

処刑確率	0.322	0.034	0.000	0.322	0.322	
襲撃確率	0.000	0.500	0.167	0.167	0.167	

(2) 第 1 日夜

表 6 より，処刑確率が高いプレイヤー5 が処刑されたものとする．このとき，プレイヤーの各確率は，それぞれ合計が 1 になるように定数倍されて，表 7 のようになる．

表 7：シミュレーション第 1 日目夜の各確率

プレイヤー	1 人狼	2 占い師	3 村人	4 村人	5 村人	6 村人
処刑確率	0.475	0.050	0.000	0.475		
襲撃確率	0.000	0.600	0.200	0.200		

(3) 第 2 日昼

表 7 より，襲撃確率が最も高いプレイヤー2 が襲撃されたものとする．また，昼の話し合いでは誰も CO しなかったものとする．このとき，5.1 節，5.2 節で設定した更新ルールは適用されないため，プレイヤーの各確率は単純に定数倍されて，表 8 のようになる．

表 8：シミュレーション第 2 日目昼の各確率

プレイヤー	1 人狼	2 占い師	3 村人	4 村人	5 村人	6 村人
処刑確率	0.500		0.000	0.500		
襲撃確率	0.000		0.500	0.500		

表 8 より，人狼プレイヤーであるプレイヤー1 の処刑確率f_1は 0.500 である．この昼のターンが最後なので，人狼が処刑されれば村人陣営の勝利，村人が処刑されれば人狼陣営の勝利となる．よって，この局面での，人狼が勝利する確率は 50%となることが分かる．

5.4 プレイヤーの行動

5.3 節で見たシミュレーションは参加プレイヤーの行動（主に CO する・しない）が与えられている場合である．現実の試合を対象とするためには，プレイヤーの行動も含めてモデル化する必要がある．そのため，今後は，次のような方法の導入を検討する予定である．

(1) CO 確率の導入

今回の 2 つのパラメータ（処刑確率と襲撃確率）に加えて，3 つ目のパラメータとして，占い師ないし人狼が CO する確率を導入する．具体的な値については，5.2 節と同様にるる鯖などのデータに基づいて決める．なお，将来的には，霊媒師や狩人，狂人などの他の役職の行動の確率もパラメータとして追加していくことも考えられる．

(2) モンテカルロ法（[8]など）

現局面以降，各プレイヤーがランダムに行動を選択すると仮定して，各陣営の勝利確率を計算することにより，現局面の形勢を判断する．

(3) ゲーム理論（[9]など）

各プレイヤーが，完全合理性に従って行動すると仮定して，ゲームの均衡解を求める．

6. まとめと今後の予定

処刑確率と襲撃確率の２つのパラメータを用いた人狼ゲームの数理モデルを提案した．

今後はモデルの検証を行い精度向上を図るとともに，5.4 節で述べたプレイヤーも含めたモデル化及び，プレイヤー視点や観客視点など，より実用的なモデルへの展開を検討する．

参考文献

[1] 丹野宏昭，児玉健．人狼ゲームで学ぶコミュニケーションの心理学 –嘘と説得、コミュニケーション．新曜社. 2015/07.

[2] 狩野芳伸，大槻恭士，園田亜斗夢，中田洋平，箕輪峻，鳥海不二夫．『人狼知能で学ぶ AI プログラミング　欺瞞・推理・会話で不完全情報ゲームを戦う人工知能の作り方』．株式会社マイナビ出版.2017 年

[3] 鳥海不二夫，片上大輔，大澤博隆，稲葉通将，篠田孝祐，狩野芳伸．人狼知能 だます・見破る・説得する人工知能．森北出版. 2016/08.

[4] るる: “人狼ゲーム るる鯖”．https://ruru-jinro.net,(参照 2019-07-15).

[5] E.Yao. A Theoretical Study of Mafia Games, arXiv:0804.0071, (1 Apr 2008).

[6] P.Migdał . A Mathematical Model of The Mafia Game, arXiv:1009.1031, (12 Mar 2013)

[7] 西野順二． 自然な人狼の勝率． 情報処理学会研究報告． Vol.2015-GI-33 No.18, (2015/3/6)

[8] 松原仁(編）美添一樹(著), 山下宏(著).『コンピュータ囲碁―モンテカルロ法の理論と実践―』.共立出版.2012 年.

[9] 岡田章.『ゲーム理論 新版』. 有斐閣. 2011 年.