Vol.2019-MPS-123 No.32
Vol.2019-BIO-58 No.32
2019/6/18

ブレーク数最小となる対戦可能HAT作成とチーム割当 ーJ1リーグ2018年に対するスケジューリングー

仲田 周平[1]　呉 偉[1,a)]　池上 敦子[1,b)]

概要：2重総当たり戦のためのスポーツスケジューリングに対し，2段階のアプローチを提案する．第1段階では，与えられたチーム数に対し，対戦可能なhome-away table（HAT）を最小ブレーク数で作成する．第2段階では，作成されたHATに対し，シードチームの対戦や各チームの移動距離を考慮して，チーム割当を行う．基本制約に対するブレーク数最小の対戦可能なHAT作成に対して高速なアルゴリズムを提案するとともに，一般的に考えられる制約も加えた場合のモデルを構築し，2018年の実データに対し，J1リーグの年間スケジュールを作成することに成功した．

1. はじめに

1.1 研究の背景

現在，J1リーグでは18チームの間で2重総当たり戦（double round robin tournament）が行われる．各チームがHome（自チームが保有しているグラウンド）ゲーム，Away（対戦相手チームが保有しているグラウンド）ゲームを1回ずつ行い，その結果で順位を決定する．従って，J1リーグの年間スケジュール（第1節から第34節のそれぞれにおける対戦と開催地）を作成する必要がある．

1.2 研究の目的

本研究では，J1リーグにおいて，各チームの負荷バランスや，興行性を考慮した年間スケジュール作成を行うことを目的とする．本来であれば，他の3つの大会，ルヴァンカップ，天皇杯，ACL（アジアチャンピオンズリーグ）を含めたスケジューリング行うべきだが，グループリーグの組合せやトーナメント表はシーズンの直前にならないとわからないため，J1リーグのスケジューリングのみを対象とする．しかし，Homeばかり続く，もしくはAwayばかり続くことを避けながら，全てのチームが34の各節を使ってHomeとAwayでそれぞれ1回ずつ対戦するスケジュールを作ることは簡単ではない．さらに，開幕や閉幕，観客動員数が多くなる日程におけるHomeゲームを均等化することや，全てのチームが年間を通して移動する距離をできるだけ均等にするスケジュールを作ることは，難しい問題となることが多い．

本研究では，J1リーグのような2重総当たり戦のためのスポーツスケジューリングに対して，2段階のアプローチを考える．第1段階では，対戦可能なHome-Away Table（HAT）を最小ブレーク数で作成する．第2段階では，シードチームの対戦と各チームの移動距離の公平さを考慮してHATへのチーム割当を行う．また，各段階では一般的に考えられる制約条件をできるだけ設定し，2018年の実データの下で計算実験を行う．

2. サッカーのスポーツスケジューリング

20世紀後半からの計算機高速化に伴い，スポーツスケジューリングの研究は注目を浴びてきた [1], [2]．そして，グラフ理論 [3]，整数計画 [4]，半正定値計画 [5]，制約計画 [6] を含め，様々なモデルとアルゴリズムが提案された．また，スポーツスケジューリング，そして，その部分問題の中にも理論上未解決な問題が残っている [7]．

サッカーのスポーツスケジューリングについては，Della CroceとOliveriはセリエA（イタリアのプロサッカーリーグ）のために，テレビ会社，観客，チームの3者の都合を考慮した3段階のアプローチを提案した [8]．Kendallは「クリスマスや新年などの長期休暇における移動の均等化」や，「治安的な安全性のための同地域のチームが同時Home開催禁止」などの現実的な要素を考慮し，プレミアリーグ（イングランドのプロサッカーリーグ）のスケジューリング問題に対して，近傍探索に基づいたアルゴリズムを提案した [9]．

1 成蹊大学
Seikei University,
a) wuwei@st.seikei.ac.jp
b) atsuko@st.seikei.ac.jp

2.1 用語の定義

スポーツスケジューリング（サッカー）において，一般的に使われる用語の意味を以下に示す．

- Home ゲーム，Away ゲーム
  チーム i と j が対戦する際，チーム i の Home で試合を行うならば，この試合はチーム i の Home ゲームであるといい，チーム j の Away ゲームであるという．
- HA パターン
  ある 1 つのチームについて，各日程の試合が Home ゲーム（H）であるか，Away ゲーム（A）であるかを表す H と A の列を HA パターン（Home-Away パターン）という．
- ミラーリング
  総当り戦のスケジュールを作成した下で，それを全体スケジュールの前半とし，そのスケジュールの中で，各試合を行うグラウンド（Home と Away）のみを交換したスケジュールを，後半に付けるという操作をミラーリングという．
- Home-Away Table（HAT）
  各チームについて各日程の試合が Home ゲームであるか Away ゲームであるかを示したもの（ミラーリング前，つまり全日程の前半部分）を Home-Away Table（HAT）という．行は，1 つのチームに割り当てられる HA パターン，列は節を表す．例えば，2 行目 4 列の「A」は 2 番目の HA パターン（このパターンを割り当てられるチーム）が 4 節に Away ゲームを行うことを表す．
- ブレーク
  チーム i が節 t と節 $t+1$ で Home（Away）ゲームが連続するとき，節 $t+1$ の試合はチーム i のブレークであるという．Home（Away）ゲームが k 回連続するときに $(k-1)$ ブレークという．
- ブレーク数
  HA パターンに出現するブレークの数．
- ブレーク総数
  HAT に出現する（全チームの）ブレークの総数．

2.2 スポーツスケジューリング

原則的に，チーム n が偶数である状況を対象とする．各チーム対が双方の Home で 1 回ずつ対戦する 2 重総当たり戦とする．各節 $n/2$ 試合が並行して行われるので，全試合は $2(n-1)$ 節で終了し，総試合数は $n(n-1)$ である．このような対戦スケジュールを作成することをスポーツスケジューリングという．

3. 提案手法の枠組み

J1 リーグのためのスケジューリング問題に対し，2 段階のアプローチを提案する．第 1 段階では，リーグ戦の基本制約や現実的に考えられる制約を考慮し，ブレーク総数が最小となる HAT と対戦スケジュールを生成する．第 2 段階では，生成した HAT に含まれる HA パターンにチームの割当を行う．その際に，移動距離とシードチームの対戦を考慮する．

4. HAT と対戦スケジュールの作成

第 1 段階では，HAT と対戦スケジュールを作成する．

これまでの研究では，各節において対戦相手のチームが決められている下でブレーク総数が最小となる HAT を求める問題（ブレーク数最小化問題）や，HAT が与えられたときに対戦可能か否かを判定する問題（HAT 許容性判定問題）等が考えられてきた [7]．本研究では，それらと異なる問題の切り分けをし，その第 1 段階では，ブレーク総数が最小となる HAT および対戦スケジュールを同時に生成することを目的とする．

本研究ではミラーリング利用を前提とする．そして，2018 年の J1 スケジュールを生成するにあたって，7 つの制約を設定する．

I 各節で全チームが試合を行う（リーグ戦制約）．

II ミラーリング前の期間で各チームがちょうど 1 回対戦する（リーグ戦制約）．

III 2 ブレーク（AAA/HHH）を許さない（興行性）．

IV 開幕 2 節のうちの 1 つ以上は Home にする，閉幕 2 節も同じ（公平性）．
理由：Home サポーターにとって，開幕閉幕間近の 2 戦は Home で試合を観たいと思うためである．

V 開幕と閉幕のどちらか 1 つ以上は Home にする（公平性）．
理由：シーズンの中で開幕戦と閉幕戦は多くの観客が見込めるため，開幕と閉幕において Home で行うチームと両方 Away で行うチームでは利益の差が大きくでてしまうためである．

VI 7 節，10 節，12 節，16 節，19 節，22 節の平日開催の Home を平等にする（公平性）．
理由：浦和レッズの 2018 年の観客動員数[*1]を見ると，平日と土日開催では，平均で約 10,000 人の差が出ることがわかる．この現象は他のチームにおいても同様である．

VII GW 等の長期休暇の Home を平等にする（公平性）．
理由：夏休みや GW などの長期休みは，普段より多くの Away サポーターが駆けつけるためである．

チーム数を n，HA パターン i の節 t の Home（Away）ゲームを w_{it}（Home なら 0，Away なら 1）とするとき，対戦制約（制約 I－II），制約IVと制約Vから以下のことがい

[*1] `https://data.j-league.or.jp/`

える．

補題 4.1. 対戦制約（制約Ⅰ–Ⅱ），制約Ⅳと制約Ⅴを守る対戦可能な HA パターン i（ミラーリング前）は必ず

$$w_{i1} = 0, w_{i2} = 1, w_{i,n-2} = 1, w_{i,n-1} = 0 \text{ or}$$
$$w_{i1} = 1, w_{i2} = 0, w_{i,n-2} = 0, w_{i,n-1} = 1$$

になる．

制約Ⅰ–Ⅶ（あるいはその一部）を考慮しながら，対戦可能なスケジュールとブレーク総数が最小（以降，ブレーク数最小）となる HAT を作成する問題を本研究では最小許容 HAT 問題とよぶ．その最小許容 HAT 問題に対し，Kirkman スケジュールによる最小 HAT 生成法と整数計画法という 2 つの手法を試す．

4.1 Kirkman スケジュールによる最小 HAT 生成

Kirkman は 1840 年代に総当たり戦に適用できるスケジューリング手法を設計した [10]．チーム数 $n = 8$ の Kirkman スケジュールの構築方法を図 1 に示す．3 つのグラフは節 1 から節 3 までの対戦状況を表している．円盤上の 7 つとその上方の 1 つの各頂点の番号はチーム番号（アプローチの第 1 段階におけるチーム番号は特定のチームを表さない．対応 HA パターンを割り当てられるチームの仮番号とする．第 2 段階において，この仮チームに具体的なチームを割り当てることになる）を表し，太線が「対戦」を意味する．1 番左のグラフのように，節 1 はチーム 2 とチーム 7，チーム 3 とチーム 6，チーム 4 とチーム 5，チーム 1 とチーム 8 の対戦を表す．次の節には，円盤上のすべてのチームを反時計回りに $\frac{2\pi}{n-1}$ 回転すると，新たな対戦が与えられる．それをミラーリング前の節 $n-1$ まで続ける．作成された対戦スケジュールは制約Ⅰ–Ⅱを守ることがわかる．

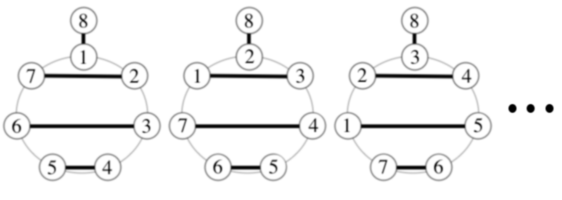

図 1 チーム数 8 の Kirkman スケジュール

Kirkman スケジュールについては，制約Ⅰ–Ⅱ（対戦可能）と制約Ⅲのみ考慮するとき，ブレーク数最小の HAT を $O(n^2)$ 時間で構築可能であること，そして，制約Ⅰ–Ⅲのみを残した最小許容 HAT 問題の最適値（ミラーリング後）は $2n-4$ であることが知られている [3]．

基本制約（制約Ⅰ–Ⅳ）を対象にした場合

本研究では，Kirkman スケジュールを利用し，制約Ⅰ–Ⅳを満たす最小許容 HAT 問題の解く手法を示す．チーム番号の集合を $N = \{1, 2, \ldots, n\}$，ミラーリング前の節の集合を $N' = \{1, 2, \ldots, n-1\}$ として，Kirkman スケジュールの各チームの HA パターンを以下のように生成する．

$$w_{it} = \begin{cases} 0 & \forall i \in N, \forall t \in N', i+t \text{ は偶数}, i < t \\ 1 & \forall i \in N, \forall t \in N', i+t \text{ は奇数}, i < t \end{cases} \tag{1}$$

$$w_{it} = \begin{cases} 0 & \forall i, t \in N', i+t \text{ は奇数}, i > t \\ 1 & \forall i, t \in N', i+t \text{ は偶数}, i > t \end{cases} \tag{2}$$

$$w_{nt} = \begin{cases} 0 & \forall t \in \{2, 4, \ldots, n-4\} \cup \{n-1\} \\ 1 & \forall t \in \{1, 3, \ldots, n-3\} \cup \{n-2\} \end{cases} \tag{3}$$

$$w_{tt} = 1 - w_{nt} \qquad \forall t \in N' \tag{4}$$

チーム数 $n = 8$ のとき，生成した HAT の例を表 1 に示す．式 (1)–(2) により白いセルを，式 (3)–(4) によりグレーのセルに「H」か「A」を決められる．また，チーム番号を変えず，図 1 の Kirkman スケジュールを利用できるため，対戦制約を守れる．式 (1)–(4) の手順で生成する方法を本研究では最小 HAT 生成法とよぶ．

チーム	1 節	2 節	3 節	4 節	5 節	6 節	7 節
1	H	A	H	A	H	A	H
2	H	A	A	H	A	H	A
3	A	H	H	A	H	A	H
4	H	A	H	A	A	H	A
5	A	H	A	H	H	A	H
6	H	A	H	A	H	H	A
7	A	H	A	H	A	H	A
8	A	H	A	H	A	A	H

表 1 $n = 8$ の例

チーム数 $n \geq 6$ のとき，最小 HAT 生成法について，以下の性質を持つ．

補題 4.2. 最小 HAT 生成法によって生成した HAT と対戦スケジュールは，制約Ⅰ–Ⅳを満たす．生成時間は $O(n^2)$ である．

補題 4.3. 最小 HAT 生成法で構築した HAT のブレーク総数は $3n-6$ である．

また，最小 HAT 生成法により，制約Ⅰ–Ⅳのみを考える最小許容 HAT 問題について，以下の性質がいえる．

補題 4.4. チーム数 n が 6 以上であれば，制約Ⅰ–Ⅳを満たす HAT が存在する．

補題 4.5. 制約Ⅰ–Ⅳのみを考える最小許容 HAT 問題の最適値の下界は $3n-6$ である．

補題 4.1，4.3，4.5 より最小 HAT 生成法で得られた解は，制約Ⅰ–Ⅳを満たした上の最小許容 HAT 問題における最適解である．

定理 4.1. 最小 HAT 生成法で構築した HA パターン集合は，制約Ⅰ–Ⅳを満たした上の最小許容 HAT 問題における最適解である．

開幕閉幕制約を加えた（制約 I–V）場合

次に，制約 I–V を満たす最小許容 HAT 問題を考える．この最小許容 HAT 問題については，以下の性質がいえる．

補題 4.6. $4n-8$ は，最適値の下界である．

補題 4.7. すべての n に対して，Kickman スケジュールの下で制約 I–V を満たす許容可能な HAT が作成できない．

また，制約 I–V を満たす最小許容 HAT 問題に対して以下の予想をする：

予想 4.1. チーム数 $n \geq 10$ のとき，実行可能である．

予想 4.2. 多項式時間で解くアルゴリズムが存在する（P である）．

予想 4.3. チーム数 $n \geq 10$ のとき，最適値は $4n-8$ である．

4.2 整数計画に基づくアルゴリズム

本研究では制約 I–VII を満す HAT を目指すため，アプローチの第 1 段階をさらに 2 つのフェーズに分け，以下の整数計画（IP）に基づくアルゴリズムを提案する．

- 制約III–VIIを満たす HA パターンを全て生成する．
- 整数計画法で対戦可能なスケジュール（制約 I–II を満たす）を生成する．

4.2.1 対戦可能な HA パターンを選択する定式化

フェーズ 1 で生成された HA パターンから各節において，各チームが対戦可能なチーム数分の HA パターンを選択する．以下にモデルで使用する記号を示す．

定数

I： 生成された HA パターンの集合

p_i： HA パターン i のブレーク数

Π_{it}： HA パターン i にとって節 t で対戦可能となる HA パターンの集合

変数

x_i： HA パターン i を選択するなら 1，そうでないなら 0 とする変数

$y_{ii't}$： HA パターン i を割り当てられたチームが HA パターン i' を割り当てられたチームと節 t で対戦するなら 1，そうでないなら 0 となる変数

定式化

全節で全チームが対戦可能となるよう HA パターンをチーム数だけ選択するモデルの定式化を以下に示す．

minimize

$$\sum_{i\in I} p_i x_i \tag{5}$$

subject to

$$\sum_{i\in I} x_i = n \tag{6}$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in I} y_{ii't} = n \quad \forall t\in N' \tag{7}$$

$$\sum_{i'\in I}(y_{ii't}+y_{i'it}) \leq 2x_i \quad \forall i\in I, \forall t\in N' \tag{8}$$

$$\sum_{t\in N'} y_{ii't} \leq 1 \quad \forall i,i'\in I \tag{9}$$

$$y_{ii't} = y_{i'it} \quad \forall i,i'\in I, i>i', \forall t\in N' \tag{10}$$

$$y_{ii't} = 0 \quad \forall i\in I, \forall t\in N', \forall i'\in I\setminus\Pi_{it} \tag{11}$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad \forall i\in I \tag{12}$$

$$y_{ii't} \in \{0,1\} \quad \forall i,i'\in I, \forall t\in N' \tag{13}$$

各式の意味は以下である．

(5) ブレーク総数を最小化する．

(6) 選択する HA パターンの数は，チーム数と等しい．

(7) 各節で全チームが試合を行う．

(8) HA パターン i が選択されるときのみ，HA パターン i' が節 t の HA パターン i と対戦できる．

(9) HA パターン i と i' は期間で高々 1 回だけ対戦する．

(10) HA パターン i のチームが節 t で HA パターン i' のチームの対戦するならば，HA パターン i' のチームにとっても HA パターン i のチームと節 t で対戦する．

(11) 節 t で対戦不可能な 2 つの HA パターンのチームは対戦できない．

(12)–(13) x_i，$y_{ii't}$ は 0-1 変数である．

4.3 検証実験

本研究では，4.2 節で提案した整数計画に基づくアルゴリズムについて，IP ソルバーである Gurobi（8.0.1）を利用し，計算実験を行なった．計算環境は Intel Xeon X5660 (2.80GHz)，メモリは 64G である．

制約 I–IVに対する最小許容 HAT 問題

表 2 は制約 I–IVを含めた最小許容 HAT 問題の実験結果を示す．この設定においては，4.1 節で提案した最小 HAT 生成法も適用できるため，その結果を右に付けた．表における「列挙時間」は対戦制約以外の各制約を満たす HA パターンを列挙するのにかかった時間，「パターン数」は列挙された HA パターンの数，「最適値」は最小ブレーク数，「計算時間」は列挙後の計算時間（秒）を表す．また，「-」は制限時間（5000 秒）内に実行可能解を得ることができなかったこと，「×」は実行不可能だったことを表す．

制約 I–V に対する最小許容 HAT 問題

表 3 では，IP に基づく 2 フェーズ生成法の実験結果により，制約 I–V を含めた場合の HA パターン生成ではチーム数が 8 以下の場合は実行不可能であることがわかった．そして，チーム数が 18 の場合は制限時間（5000 秒）内に解くことができなかった．また，得られた最適値によって，予想 4.1 と予想 4.3 の $n=16$ まで検証できた．

制約 I–VIIに対する最小許容 HAT 問題

表 4 では，制約 I–VIIを全部含めた場合の HAT ではチーム数が 16 以下の場合は実行不可能で，チーム数が 18 の場

表 2 制約 I –IVを含めた最小許容 HAT 問題の実験結果

チーム数	IP に基づく 2 フェーズ生成法				最小 HAT 生成法	
	列挙時間	パターン数	最適値	計算時間	最適値	計算時間
4 以下	×	×	×	×	×	×
6	0.01	6	12	0.04	12	0.01
8	0.01	16	18	0.21	18	0.01
10	0.01	42	24	5.74	24	0.01
12	0.02	110	30	56.20	30	0.01
14	0.07	288	36	3424.10	36	0.01
16	0.09	754	-	-	42	0.01
18	0.45	1974	-	-	48	0.01

表 3 制約 I – V を含めた最小許容 HAT 問題に対して，IP に基づく 2 フェーズ生成法の実験結果

チーム数	列挙時間	パターン数	最適値	計算時間
8 以下	×	×	×	×
10	0.01	22	32	1.06
12	0.02	54	40	9.85
14	0.03	144	48	202.69
16	0.16	378	56	4876.88
18	0.44	986	-	-

表 4 制約 I –VIIを全部含めた最小許容 HAT 問題に対して，IP に基づく 2 フェーズ生成法の実験結果

チーム数	列挙時間	パターン数	最適値	計算時間
16 以下	×	×	×	×
18	0.42	162	72	1791.33

合は 30 分未満で最適解が得られた．

5. チームの割当

4 節で生成した HAT の各 HA パターンをチームへ割り当てる問題を考える．その割当モデルを設計する際に，シードされたチーム同士の対戦と各チームの移動距離を考慮する．HAT と対戦スケジュール作成する際（アプローチの第 1 段階）に，移動距離を考慮しなかった理由としては，サッカーのリーグ戦では各節の間は数日空くため，総移動距離より総ブレーク数の最小化を優先することが挙げられる．

5.1 提案モデル

割当を行う際に，開幕，閉幕期間中の試合は元々多くの観客動員数が見込めるため，昨年度の上位 4 チームはシードチームとし，シードされたチーム同士の試合は，スケジュール期間の最初と最後の 3 節には発生しない制約を加える．また，選手にとって長距離の遠征は身体に負担がかかる．そのため疲労が蓄積して，怪我につながる場合少なくない．そこで，選手の負担をできる限り減らすために，1 年間を通してチームが移動する距離を最小化するモデルを提案する．提案モデルでは，移動距離の総和（チーム数分）を最小化するとともに，移動距離が最大となってしまうチームの移動距離を最小化することを考えた．

集合

$\hat{I}$： 4 節で生成された HAT に含まれる HA パターンの集合

J： チームの集合

$S(\subseteq J)$： シードされたチームの集合

$E_i(\subseteq \hat{I})$： HA パターン i のチームど最初の 3 節と最後の 3 節で対戦する HA パターンの集合.

L_i： 4 節で生成された HAT と対戦表の下で，HA パターン i と節 t と節 $t+1$ にそれぞれ対戦する HA パターン i'，i'' を (i', i'', t) と表す集合

$d_{jj'}$： チーム j の Home グランドからチーム j' の Home グランドまでの移動距離とする

変数

z_{ij}： HA パターン i をチーム j に割り当てるなら 1，そうでないなら 0 となる変数

$x_{ii'jj'}$： HA パターン i がチーム j に割り当てられ，HA パターン i' がチーム j' に割り当てられるとき 1，そうでないなら 0 となる変数

u： チームの移動距離の最大値を表す変数

定式化

モデルの定式化を以下に示す．

$$\text{minimize}$$
$$nu + \sum_{i \in \hat{I}} \sum_{(i',i'',t) \in L_i} d(i,i',i'',t) \tag{14}$$
$$\text{subject to}$$
$$\sum_{i \in \hat{I}} z_{ij} = 1 \qquad \forall j \in J \tag{15}$$
$$\sum_{j \in J} z_{ij} = 1 \qquad \forall i \in \hat{I} \tag{16}$$
$$\sum_{s \in S} (z_{is} + z_{i's}) \leq 1 \qquad \forall i \in \hat{I}, \forall i' \in E_i \tag{17}$$
$$\sum_{(i',i'',t) \in L} d(i,i',i'',t) \leq u \qquad \forall i \in \hat{I} \tag{18}$$
$$x_{ii'jj'} \leq z_{ij} \qquad \forall i,i' \in \hat{I}, i \neq i', \forall j,j' \in J, j \neq j' \tag{19}$$
$$x_{ii'jj'} \leq z_{i'j'} \qquad \forall i,i' \in \hat{I}, i \neq i', \forall j,j' \in J, j \neq j' \tag{20}$$
$$x_{ii'jj'} \geq z_{ij} + z_{i'j'} - 1 \qquad \forall i,i' \in \hat{I}, i \neq i', \forall j,j' \in J, j \neq j' \tag{21}$$
$$z_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall i \in \hat{I}, \forall j \in J \tag{22}$$
$$x_{ii'jj'} \in \{0,1\} \qquad \forall i \in \hat{I}, \forall i' \in \hat{I}, \forall j \in J, \forall j' \in J \tag{23}$$

ここで，

表 5 チームの移動距離を考慮した J リーグの対戦表

第 1 節	第 2 節	第 3 節	第 4 節	第 5 節	第 6 節	第 7 節	第 8 節	第 9 節
G 大阪 - 名古屋	札幌 - G 大阪	G 大阪 - 東京	神戸 - G 大阪	G 大阪 - 柏	長崎 - G 大阪	G 大阪 - 仙台	磐田 - G 大阪	清水 - G 大阪
柏 - 浦和	浦和 - 広島	仙台 - 浦和	浦和 - 長崎	湘南 - 浦和	浦和 - 札幌	C 大阪 - 浦和	浦和 - 横浜	鳥栖 - 浦和
清水 - 神戸	神戸 - 柏	長崎 - 神戸	C 大阪 - 鳥栖	川崎 - 神戸	神戸 - 横浜	鳥栖 - 神戸	神戸 - 湘南	東京 - 神戸
広島 - 鹿島	鹿島 - 横浜	清水 - 鹿島	鹿島 - 湘南	鳥栖 - 鹿島	鹿島 - 川崎	柏 - 鹿島	鹿島 - C 大阪	名古屋 - 鹿島
長崎 - 東京	名古屋 - 長崎	札幌 - C 大阪	柏 - 広島	清水 - 長崎	柏 - 湘南	横浜 - 長崎	長崎 - 柏	札幌 - 長崎
鳥栖 - 川崎	C 大阪 - 清水	広島 - 名古屋	名古屋 - 仙台	札幌 - 名古屋	名古屋 - C 大阪	東京 - 名古屋	名古屋 - 清水	柏 - 横浜
仙台 - 磐田	東京 - 仙台	鳥栖 - 柏	川崎 - 札幌	横浜 - 仙台	仙台 - 清水	清水 - 川崎	仙台 - 札幌	湘南 - 仙台
横浜 - 札幌	磐田 - 鳥栖	湘南 - 磐田	磐田 - 横浜	C 大阪 - 磐田	磐田 - 広島	札幌 - 磐田	鳥栖 - 神戸	磐田 - 川崎
湘南 - C 大阪	川崎 - 湘南	横浜 - 川崎	東京 - 清水	広島 - 東京	東京 - 鳥栖	湘南 - 広島	川崎 - 東京	C 大阪 - 広島
第 10 節	第 11 節	第 12 節	第 13 節	第 14 節	第 15 節	第 16 節	第 17 節	
G 大阪 - 鳥栖	横浜 - G 大阪	湘南 - G 大阪	G 大阪 - 広島	川崎 - G 大阪	G 大阪 - C 大阪	鹿島 - G 大阪	G 大阪 - 浦和	
浦和 - 磐田	東京 - 浦和	川崎 - 浦和	浦和 - 名古屋	鹿島 - 浦和	神戸 - 浦和	浦和 - 清水	湘南 - 札幌	
神戸 - C 大阪	鹿島 - 神戸	札幌 - 神戸	神戸 - 磐田	名古屋 - 神戸	柏 - 札幌	神戸 - 仙台	広島 - 神戸	
鹿島 - 札幌	柏 - 清水	磐田 - 鹿島	長崎 - 鹿島	湘南 - 横浜	東京 - 鹿島	札幌 - 鳥栖	仙台 - 鹿島	
長崎 - 湘南	長崎 - 仙台	広島 - 長崎	横浜 - 鳥栖	鳥栖 - 長崎	長崎 - 磐田	C 大阪 - 長崎	長崎 - 川崎	
川崎 - 名古屋	磐田 - 名古屋	名古屋 - 柏	柏 - 川崎	札幌 - 清水	湘南 - 名古屋	名古屋 - 横浜	鳥栖 - 名古屋	
仙台 - 柏	湘南 - 鳥栖	鳥栖 - 仙台	仙台 - C 大阪	広島 - 仙台	仙台 - 川崎	川崎 - 広島	横浜 - C 大阪	
広島 - 清水	札幌 - 広島	清水 - 横浜	清水 - 湘南	磐田 - 東京	横浜 - 広島	磐田 - 柏	清水 - 磐田	
横浜 - 東京	C 大阪 - 川崎	C 大阪 - 東京	東京 - 札幌	C 大阪 - 柏	清水 - 鳥栖	東京 - 湘南	柏 - 東京	

$$d(i,i',i'',t) = \begin{cases} \sum_{j\in J}\sum_{j''\in J} d_{jj''}x_{ii''jj''} & w_{it}=0, w_{i,t+1}=1 \\ \sum_{j'\in J}\sum_{j\in J} d_{j'j}x_{i'ij'j} & w_{it}=1, w_{i,t+1}=0 \\ \sum_{j'\in J}\sum_{j''\in J} d_{j'j''}x_{i'i''j'j''} & w_{it}=1, w_{i,t+1}=1 \\ 0 & w_{it}=0, w_{i,t+1}=0 \end{cases}$$

とする．各式の意味は以下である．
(14) 各チームの移動距離の総和と各チームの間移動距離最大となるチームの移動距離 u を最小化する目的関数.
(15) 各 HA パターンを 1 つのチームに割り当てる.
(16) 各チームを 1 つの HA パターンに割り当てる.
(17) シードされたチーム同士の試合は，スケジュール期間の最初と最後の 3 節には発生しない.
(18) 各チームの移動距離は u 以下になる.
(19)–(21) z_{ij} と $z_{i'j'}$ が同時に 1 になるときのみ $x_{ii'jj'}$ は 1 になる.
(22)–(23) z_{ij}，$x_{ii'jj'}$ は 0-1 変数である.

5.2 計算実験

チームの移動距離を最小化するモデルを 4.3 節と同じ計算環境で計算実験を行った．制限時間は 150,000 秒とした．結果の対戦表を表 5 に示す．コンサドーレ札幌の年間で移動した距離を計算すると，移動距離を考慮しない対戦表に比べて約 1150km の短縮になった．

6. おわりに

本研究では，2 重総当たり戦のリーグ戦を対象として 2 段階アプローチを提案した．第 1 段階では，対戦可能な HAT を最小ブレーク数で作成する．その際に，チーム（選手）の疲労度，観客動員数，チーム間の公平さなどを考慮した 7 つの制約（制約 I –IV）を考えた．その問題を解く際に，整数計画に基づく 2 フェーズのアルゴリズムを提案した．また，制約 I –IVを制約としての問題に対して，高速な構築アルゴリズムを提案し，その効果を確認した．第 2 段階では，シードチームの対戦及び移動距離を考慮した HAT へのチーム割当を行なった．結果として，J リーグの 1 部リーグである J1 を対象にスケジューリングを行い，年間スケジュールを完成することができた．

参考文献

[1] 松井知己：スポーツのスケジューリング，オペレーションズ・リサーチ， Vol. 44, No. 3, pp. 141–146 (1999).
[2] Rasmussen, R. V. and Trick, M. A.: Round robin scheduling–a survey, *European Journal of Operational Research*, Vol. 188, No. 3, pp. 617–636 (2008).
[3] Dinitz, J., Froncek, D., Lamken, E. R. and Wallis, W. D.: Scheduling a tournament, *Handbook of Combinatorial Designs*, Chapman and Hall/CRC, pp. 617–631 (2006).
[4] Nemhauser, G. L. and Trick, M. A.: Scheduling a major college basketball conference, *Operations Research*, Vol. 46, No. 1, pp. 1–8 (1998).
[5] Miyashiro, R. and Matsui, T.: Semidefinite programming based approaches to the break minimization problem, *Computers & Operations Research*, Vol. 33, No. 7, pp. 1975–1982 (2006).
[6] Henz, M.: Scheduling a major college basketball conference—revisited, *Operations research*, Vol. 49, No. 1, pp. 163–168 (2001).
[7] 宮代隆平，松井知己：スポーツスケジューリング-未解決問題を中心に，オペレーションズ・リサーチ，Vol. 50, No. 2, pp. 119–124 (2005).
[8] Della Croce, F. and Oliveri, D.: Scheduling the Italian football league: An ILP-based approach, *Computers & Operations Research*, Vol. 33, No. 7, pp. 1963–1974 (2006).
[9] Kendall, G.: Scheduling English football fixtures over holiday periods, *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 59, No. 6, pp. 743–755 (2008).
[10] Kirkman, T. P.: On a problem in combinations, *Cambridge and Dublin Mathematical Journal*, Vol. 2, pp. 191–204 (1847).