印象派絵画における色彩情報の自己組織化

福本麻子（慶応義塾大学大学院政策・メディア研究）
水森　龍太（筑波大学システム情報工学研究科）
蔡東生（筑波大学電子・情報工学系）
安村通明（慶応義塾大学　環境情報学部）

印象派絵画は、19 世紀後半以降から現在にいたるまで幅広く愛され支持されてきた。この理由の１つとしては、印象派絵画の持つ明るく輝くような色彩とタッチに人々が魅了されてきたことが考えられる。その芸術性はいかにして生み出されているのであろうか。また印象派絵画はいかなる特徴を持った絵画なのであろうか。本研究はこの問題に対する新しいアプローチとして、印象派画家の絵画の色彩情報に対してχ^2推定を行い、画像からχ^2分布の自由度として画家が用いた色彩数とその理論χ^2分布を推定し、これらの情報から実際に分色を試みる。推定された分布は部分的に Zipf の法則に従うと仮定し、使用された絵の具の確率モデルとしてのχ^2分布からそのフラクタル次元が求められる。これらの自由度と、フラクタル次元は印象派画家の特徴解析に今後利用できると考えられる。

Impressionism is one of the greatest arts beloved by people all over the world. One of the greatest artistic appealings are their specific brightness and color touches. In this research, we use χ^2 fitting for color information obtained from the image of their paintings to estimate the number of colors used by its painter as a degree of freedom in χ^2–distribution in images, and then to estimate the fractal dimensions of their color information used in the image. Both the degree of freedom of the color they used and the fractal dimensions of colors as time-series data can be useful in characterizing the impressionist works.

１．　はじめに

本研究は印象派絵画が特徴として持つ色彩情報を自己組織化の観点から解析しようとしたものである。ここで印象派絵画とは絵の具の純色・原色を用い、点描画に近い手法を使いながら色彩を巧みに配置することで、明るい光の印象や色彩の輝きを重視して描く画法、画風の総称とする。印象派は絵の具の純色・原色を点描画のように用いることで、絵の具の明度が落ちることを排し、明るい独特な色調の絵を描くことが多い。しかし、その独特な色調がどのような特徴を持つかは現在まだよく解明されていない。本研究においては、印象派画家クロード・モネの代表作である『ルーアン大聖堂　―四部作―』と同じくクロード・モネの『小雨降る池』などの計五作品を研究対象としてχ^2推定を用いて分色数を推定し、これら印象派絵画の印象派独特の色調は２０－３５色前後の色によって描かれている事実を発見した。また、これらの分色により、色彩の出現ピクセル数はその順位順にならべると冪乗則（Zipf の法則）に従うこ

とを発見した。これらの特徴は今後あらたな印象派絵画の解釈につながるものと思われる。

２．　分色の理論

2-1 自己組織化臨界現象（ＳＯＣ：Self Organized Criticality）

自己組織化臨界現象理論[1]とは、拡散する力学系のシステムにおいて、時間やそのスケールによらず局所的なルールをもとに無秩序だった状態から秩序だった状態へと自己組織化し、その間位相的な変化をもたらす臨界状態が存在するという現象であり、Bak ら[1]はこの状態の特徴として冪乗則をあげている。一般的に多くの短距離相互作用を持つ多成分からなる大きな系複雑系では、自己組織化臨界現象と呼ばれる準安定状態へと絶え間なく自然に時間発展している。その臨界状態では、系に対するちょっとした変化でも連鎖的に系全体へと拡散していき、結果として破局的な激変を引き起こす事があるが、それでも常にその臨界状態へ回避し続ける。本研究では印象派絵画の色彩情報が自己組織化臨界現象の特徴である冪常則に従っていると仮定し、分色を行った。

2-2 冪乗則

冪乗則には一般的に事象の性質により三種類に分類される。

（１）　周波数ごとのパワースペクトル密度分布
（２）　事象の頻度順位・サイズ順位に対する頻度・サイズ分布
（３）　事象の継続時間、発生間隔ごとの度数分布

本研究の実験対象である印象派の色彩情報は（２）の「事象の頻度順位・サイズ順位に対する頻度・サイズ分布」に当てはまると考えられる。（２）は一般的には Zipf の法則と呼ばれており、文章中の単語の出現頻度がこの法則に従うことで有名である。Zip f は冪乗則が、単語の出現頻度だけではなく、身の回りのいろいろな現象で発生することを発見し[1]また、人間の知性や、社会活動を議論する上で重要な現象の一つと考えた。印象派絵画のもつ特徴的な明るい色調は人間が行っている操作であるので、現象としてフラクタルもしくは統計的に相関のある現象であると推測し、冪乗則に従うことを検証しようとした。しかし、RGB 値は連属量であるので、その分色パターンは無限にあり、「分色数」、ここでは χ^2 分布の自由度と呼ぶが、自由度を決定することはきわめて困難であった。すなわち、描き上がった絵画から、画家が用いた色彩数を推定するという作業は主観に作用されやすく一意に定まらない壁にぶつかった。分色数すなわち RGB 値を等間隔の幅でとったとしても、扱う事象の継続間隔の取り方により分布の形が異なってしまうため扱いが難しい。また、RGB 色彩空間が正規化され直交空間である保証はない。以下に解決方法に関して述べる
いま、正規分布を考えるとある自由度の χ^2 分布において各順位を τ 、分布関数をＮ（τ）

としたとき、冪乗則に従う形として以下のような式で表せる。

$$N(\tau) = A\frac{1}{\tau^{\beta}}e^{\frac{-\tau}{T}} \qquad (1)$$

N：各色のピクセル数　s：順位
A：調整パラメータ　T：カットオフパラメータ

ここで、τ は順位、Nはある色のピクセル数とする。Tはカットオフパラメターであり、分布のとりうる最大値である。A は調整パラメーター。ここで、画家が使う色彩情報は自由度ｎの χ^2分布に従うとした場合、T が十分大きいとτ <<1 の領域で Zip f の法則に従うことがわかる。この分布を仮定し χ^2推定を行う。ここで分色数すなわち自由度はここではわからないので、（１）の関数の積分は不完全Γ関数となるので、たとえば２５６色の分色を行い、得られたΓ分布に対して適合するためのβの値を求める。これによって（１）の理論的分布を推定する。

2-3　χ^2適合度検定

2-2 でもとめた理論分布に対して、約５－２５６分色のどの自由度のときに χ^2適合度が最小になるかを調べる。χ^2適合度検定は以下のような式で定義される。

$$x^2 = \sum_{i=1}^{k}\frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} \qquad (2)$$

ｋ：データの個数、ｏ：観測値、（実測値）、ｅ：期待値（理論値）

この検定を適用することにより、理論値と実測値の適合度を数値的に表すことが可能となる。しかし、この適合度検定には以下のような欠点を持つ。

（１）　標本が大きいとモデルが棄却されやすい。
（２）　逆に、標本が小さいとモデルが棄却されにくい。
（３）　χ^2分布の自由度が標本に依存せず、専らｋの値によって決まる。

本研究は画像データの１ピクセルごとの色彩情報を取り扱っているため、標本が大きい。つまり、上記の欠点のうち欠点（１）に相当する。その対処法として、標本数をスケーリングすることが知られており、またスケーリングによる標本数は１００～１０００の間が適当であると

いわれている。本研究においてもこの手法を採用し、標本を１０００までスケーリングを行った。

3　実験

3-1　各絵画より取り出した各部分に対して *Adobe Photoshop 6.0* を使用し、本実験において色の最も細かい分類であると考える２５６色で分色し、各色のピクセル数を降順に並べたヒストグラムを得る。このデータを $N(\tau)$式(1) の実測データとする。

3-2　次に *Mathematica* を使用して、3-1 で求めた $N(\tau)$（式 (1)）の実測データを積分し、理論分布（理論的不完全Γ関数）即ち最も適合していると思われる時の各パラメータを求める。これにより $N(\tau)$ の理論分布の傾きを求めることができる。

3-3　その後、選択した絵画を様々な分色数で分色を行い、その都度実測データのヒストグラムと 3-2 で求めた $N(\tau)$ の理論分布との相対的な適合度を求めることで最も適合すると考えられる分色数を得る。

3-4　3-3 により得られた最適な分色数に対して有意水準５％にてカイ二乗適合検定を行う。その際標本サイズは 1000 に調節する。またカイ二乗適合した分色数の実測データのヒストグラムに対して、最小二乗法により求めた近似直線を実践で両対数グラフを用いて示し、考察を行う。

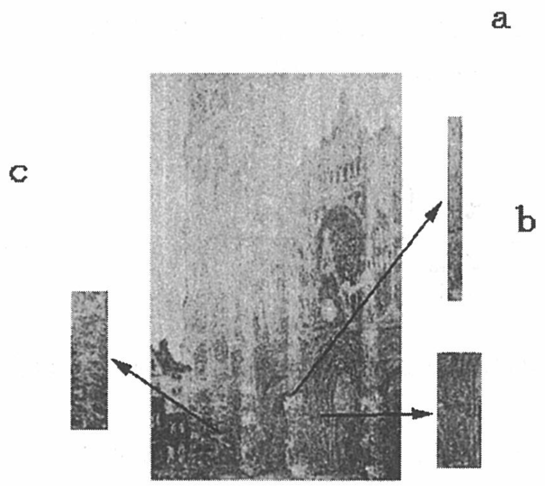

図１　ルーアン大聖堂　朝

4　結果と考察

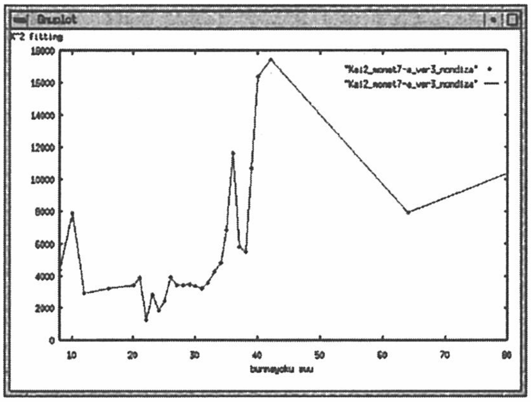

図 2

色数	22
A	50800
β	0. 4577
T	4096
χ^2	$1.2866*10^3$

表 1

表 1 は推定された理論分布の各パラメータ, 図 1 から推定される自由度すなわち分色数である。図 2、表 1 はの分色数の χ^2適合度検定である。この結果より 22 色で分色されていると推定される。ほかにクロード・モネの絵に対しても同様の推定と検定を行い、クロードモネは主に２０－３５，６色を用いて分色していることを確認した。

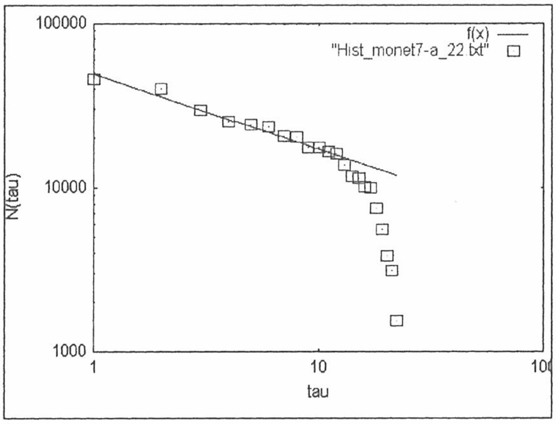

図 3　β_1=0. 457716

分色数	χ^2-値	パーセント点 有意水準 5%
22	7. 5589	33. 9244

表 2

表 2 は、表 1 で得られた χ2 値が最も小さくなる分色数に対して、有意水準５%にてカイ二乗適合検定を行った結果、有効であることが確認された。また図 3 では、各絵画においてどの分色数に対してもノイズであると考えられる右端の数色を除いた約 70%－80%のところまでを直線で近似する事ができた。他の印象派画家の絵画においても同様の実験を行い同じ結果を得ることが出来た。これにより印象派絵画の色彩情報は羃乗則、即ち *Zipf* の法則に近似的に従っていると考えられる。

参考文献

[1] Bak, Per, How nature works, Springer-Verlag, 1996.

[2] Mandelbrot, B. Benoit, The fractal geometry of nature, Freeman, 1977.