

近傍セルの境界条件に着目したパラメータを用いた 1次元セルオートマトンのクラス分類

佐藤 正平[†] 狩野 均[†]

筑波大学 システム情報工学研究科[†]

1 はじめに

セルオートマトン(以下、CA)は、単純で局所的なルールから全体として複雑な現象が生じるモデルであるため、複雑系のモデルとして研究されている。

Wolfram は 1 次元 CA に現れるパターンを 4 つのクラスに分類した[1]。Langton は各クラスの出現条件について、 λ パラメータをその指標として用いることを提案した[2]。その後も新たなパラメータが提案され、クラスとの関係が研究されている[3][4]。パラメータを用いると、CA を実行しなくてもその性質を事前に予測できるという利点がある。

本稿では、近傍セルの境界条件に着目することによって計算される新たなパラメータ NI を定義し、クラスを予測する性能について従来のパラメータとの比較検討を行う。

2 研究分野の概要

本稿では 1 次元 2 状態の CA を対象とする。セルの位置座標を i 、セル数を N 、時間ステップを t 、セルの状態を s^i 、時刻 t における全てのセルの状態を形態 S_t とする。時刻 $t+1$ におけるセルの状態 s_{t+1}^i は、時刻 t における、自身と両隣 r 個の計 $2r+1$ 個の近傍セルの状態から状態遷移ルール(以下、ルール)によって決定する。ただし一般に周期的境界条件 $s_t^i = s_t^{i+N}$ を用いる。

ルールは、ルールテーブルと呼ばれる表によって記述できる。表 1 は $r=1$ のルールを表すルールテーブルの例である。ルールテーブルの上段($s_t^{i-1}, s_t^i, s_t^{i+1}$)を近傍状態、下段 s_{t+1}^i を出力ビットと呼ぶ。

表 1 1次元2状態 CA ルールテーブル ($r=1$)

近傍状態	000	001	010	011	100	101	110	111
出力ビット	0	0	0	1	1	1	0	1

2.2 従来研究

Wolfram は 1 次元 CA の時空間的なパターンを、4 つのクラスに分類した[1]。この分類方法は定性的

Classification of One Dimensional Cellular Automata Using a new Parameter Based on the Boundary Condition of Neighborhood Cells

[†]Shohei Sato, Hitoshi Kanoh

[†]Graduate School of Systems and Information Engineering, University of Tsukuba

な定義によるものであり、特にクラス III と IV を厳密に分類することが困難であるといわれている[5]。

Langton の λ パラメータは、セルがとりうる状態のうち任意の一状態を「静状態」とみなし、出力ビットに静状態が現れる割合として定義される[2]。2 状態 CA の場合は、どちらの状態を静状態と考えるとも良いため、対称性を排除した λ -ratio が定義された[4]。

Binder は、近傍状態の変化に対する出力ビットの敏感さを示す Sensitivity を提案した[3]。Sensitivity は、近傍状態が 1 セルだけ異なる 2 つの出力ビットが異なる割合として定義される。

Wuensche は、CA の逆計算を行うことによってルールの性質を分析する過程で Z パラメータを提案した[4]。この値によって、形態の繰り返しが生じるまでの速さ(収束速度)を予測することができるといわれている。

上に挙げた 3 つのパラメータでは、低い値でクラス I、中間的な値でクラス II、高い値でクラス III が出現する確率が高い[2][3][4]。またクラス IV のルールは、クラス II とクラス III の中間の値で出現するといわれている[2]。

3 提案するパラメータ NI

3.1 パラメータの性質

ルールテーブルは近傍セルの状態から次の時刻の中央のセルの状態が決定することを表している。本稿において提案するパラメータでは、近傍セル全体の遷移について考える。一般的に $2r+1$ 個の近傍セル全てが遷移可能であるためには、近傍セルの両側にそれぞれ r 個ずつのセルの状態が境界条件として必要となる。

しかし図 1 のように境界条件が与えられていない場合でも、ルールの性質によって遷移可能なセルが存在する場合がある。このような性質を持つルールは、近傍セルがその外側のセルの状態に依存する度合いが低いと考えられる。この性質が CA の全体的な振る舞いに影響を与えると考え、パラメータ NI(Neighborhood Information)として定義する。

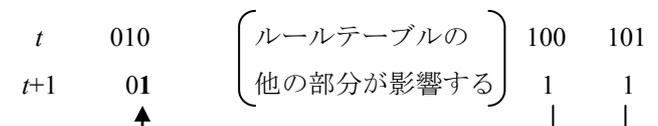


図 1 遷移が可能であるセルが存在する仕組み

3.2 アルゴリズム

NI は近傍セルに境界条件を与え、それに依存せずに遷移するセルの数 L に応じた係数の和の平均値として計算される。以下にアルゴリズムを示す。

```

P = 0.0;
for(すべての近傍状態に対して){
  for(すべての境界条件に対して)
    境界条件に依存しないセル数(L)を求める;
    P = P + 2L - (2r+1);
}
NI = 1.0 - P/22r+1;

```

4 実験

4.1 実験方法

NI と従来のパラメータのクラス予測の性能を定量的に比較するため実験を行った。本実験では以下のようにクラスを定義する。

- [I]: 時刻 t_{max} と $t_{max}-1$ で同じ形態であり、かつ全セルが同じ状態である。
- [II]: [I] に該当せず、かつ時刻 t_{max} と時刻 $t_{max}-t_c$ ($t_c < N$) で形態が繰り返し現れる。ただし形態が、空間的にずれて出現する場合も含む。
- [III・IV]: 上記 2 つのどちらにも該当しない場合。

上の定義ではクラス IV とクラス III を区別できないため、クラス IV に対するパラメータの予測性能を検討することはできない。定義 [II] は、Wuensche の研究 [6] から、クラス III・IV のルールの繰り返し周期はセル数 N よりも大きいことを仮定している。本実験では $N=150$ 、 $t_{max}=500$ とした。

この方法による分類結果と、従来研究における結果 [1][7] とを比較したところ、 $r=1$ のルールで 97.7%、 $r=3$ の Totalistic ルールで 91.2% が一致した。 $r=2$ のルールをランダムに、または λ の値が一樣となるようにそれぞれ 10^5 個ずつ生成してクラスを判別し、図 2 のようにクラスを予測する。 p_1 と p_2 は 0.01 刻みの値として、パラメータごとにクラス予測の正解率が最大となるよう探索する。このときの正解率によって各パラメータを評価する。

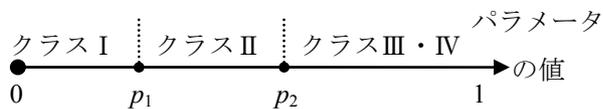


図 2 パラメータによるクラス予測方法

4.2 実験結果と考察

表 2 が各パラメータの正解率である。どちらのルール生成方法でも NI の値が最も高く、従来のパラメータよりもクラス予測の性能が高いといえる。

表 3 に λ が一樣となるようにルールを生成した場合の、2 つのクラスを見分ける性能を示す。この結果から、クラス予測の正解率のパラメータによる差が主にクラス II とクラス III・IV を見分ける性能の差によるものと考えられる。

表 2 クラス予測の正解率(%)

	NI	Sensitivity	Z	λ -ratio
ランダム	64.8	63.2	61.6	55.8
λ が一樣	65.1	64.7	64.1	62.3

表 3 クラスを見分ける性能(%)

分類対象	NI	Sensitivity	Z	λ -ratio
I と II	78.9	78.7	79.2	78.3
II と III・IV	73.6	72.8	72.0	69.6

表 4 各クラスの出現確率(%)

	I	II	III・IV
ランダム	1.4	49.2	49.4
λ が一樣	20.2	55.3	24.6

表 4 はルールの生成方法ごとの、各クラスの出現確率である。ランダムに生成した場合の方が、クラス II、III・IV の割合が高くなっている。また前述のように、クラス II とクラス III・IV の分類が正解率に大きな影響を与えると考えられる。表 2 においてランダムに生成した場合のほうがクラス予測の正解率に大きな差が出ているのは、これらのことが原因であると考えられる。

5 おわりに

本稿ではパラメータ NI を提案し、これを用いて従来よりも精度の高いクラス予測が可能であることを実験によって確認した。

今後の課題として、今回検討しなかったクラス III とクラス IV についての予測性能の調査が挙げられる。また近傍セル全体に着目する考え方の応用として、近傍セルの遷移をルールテーブルとして記述し、それを分析する手法が考えられるため、今後検討したい。

参考文献

- [1] S. Wolfram: Universality and Complexity in Cellular Automata, Physica D, vol. 10, pp. 1-35, 1984.
- [2] C. Langton: Computation at the Edge of Chaos, Physica D, vol. 42, pp. 12-37, 1990.
- [3] P. M. Binder: A phase diagram for Elementary Cellular Automata, Complex Systems, vol. 7, pp. 241-247, 1993.
- [4] A. Wuensche: Classifying Cellular Automata Automatically, Complexity, vol. 4, no. 3, pp. 47-66, 1999.
- [5] 蛭川, 広瀬, 長谷, 米田: スペクトル解析による 1 次元セルオートマトンの分類, 電子情報通信学会論文誌, Vol. J80-D- I, no. 11, pp. 856-865, 1997.
- [6] A. Wuensche, M. J. Lesser: The Global Dynamics of Cellular Automata, Addison-Wesley, 1992.
- [7] D. Kunkle: Automatically Classifying One-Dimensional Cellular Automata, Master's Thesis in Computer Science, Rochester Institute of Technology, 2003.