

粒子法による安定な多流体モデル

阪本 重隆 Henry Johan 高橋 成雄 西田 友是

東京大学 大学院新領域創成科学研究科

1. はじめに

コンピュータグラフィックスの分野において、流体シミュレーションでの安定な解法と可視化に関する研究が盛んに行われている。従来、流体シミュレーションの多くはオイラー的手法（空間を離散化した格子に区切る手法）によりなされてきた[4][6]。しかし、一方ではラグランジュ的手法である、粒子法を用い流体の振舞いを記述するものも多く提案されてきている[1][2][3][5]。また近年では、2種類の異なる流体の相互作用のシミュレーションが重要な課題となっており、オイラー的手法、ラグランジュ的手法ともに2流体を扱うことのできるモデルは提案されてきている。しかし、従来の粒子法による2流体の解法は不安定であり、シミュレーションにおけるタイムステップを非常に細かくとる必要がある。そこで本提案法ではタイムステップを大きくとっても安定に多流体の振る舞いを扱うことの出来るモデルを提案する。

2. 関連研究

Hong らは性質の異なる2流体をオイラー的手法（空間を離散化した格子に区切る手法）を用いて同時に扱うモデルを提案している[4]。この手法は2流体間の境界での値を Ghost Value（仮想的な値）を用いて解決している。しかし Navier-Stokes 方程式中の移流項に起因する数値拡散が生じてしまうことや、流体の分裂や合体が生じるような大きなトポロジーの変化を伴うような界面の変形には特別なアルゴリズムを用いなければならないため、拡張性に欠ける。また、Premoze らや、Muller らは、それぞれ粒子法である MPS(Moving Particle Semi-implicit)法[5]、SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) 法[1]を用いて流体の振る舞いを記述している。しかし、これらの手法では1流体しか扱うことができないため、複数流体を扱うにはこれらの手法を拡張する必要があった。そこで Muller らは color value（流体を区別する指標）を用いて2流体間の相互作用を記述するモデルを提案した[3]。ただし、このモデルではシミュレーションにおけるタイムステップを非常に細かく取らなければならないことや、流体の振る舞いが各パラメータ（e.g. 拡散係数など）に非常に敏感であり、直感的に設定するのは困難である。また Clavet らは Prediction-relaxation scheme と称した陰的な手続きにより、タイムステップに関わらず、安定かつ堅牢なモデルを提案している[2]。ただしこのモデルで

は2流体、またはそれ以上の複数流体を扱うモデルは提案されておらず、複数流体を扱うには新たなモデルを導入する必要がある。

3. 提案法

提案法では Clavet らが[2]で提案している通り、シミュレーションステップには Prediction-relaxation scheme という手続きを用い、圧力の計算には Double Density Relaxation という手法を用いる。以下それぞれの手法と、複数流体の扱いについて述べる。

3.1 Prediction - Relaxation Scheme

予め計算しておいた速度から、次のタイムステップでの粒子の位置を予測し、その後に様々な力を加えていくことで最終的な位置に落ち着かせる。この手法の特徴としては陽的に解いていく従来の SPH 法などに比べ、非常に安定であり、タイムステップを大きくとれるという点である。

3.2 Double Density Relaxation

圧力項の計算は流体の振る舞いに大きな影響を及ぼすため、様々な工夫がなされてきた。本提案法では Double Density Relaxation と称されるモデルを用いる。各粒子の近傍密度は2種類のカーネル $(1-r/h)^2$ 、 $(1-r/h)^3$ を用いて ρ_i 、 ρ_i^{near} の2段階に見積もられ、各粒子にかかる圧力も同様に2段階に計算される。 ρ_i からは収束密度 (rest-density) に落ち着くような力を働かせ、 ρ_i^{near} からは、クラスターになるのを避けるための力を作用させている。そしてこれらの力を直接、次のタイムステップでの予測された粒子の位置に作用させる。カーネル中心に位置する粒子以外には、この力の半分を作用させ、中心に位置する粒子には、その力の半分の和を作用させる。

3.3 各流体への指標づけ

Muller らは color value（流体を区別する指標）を用いて各々の流体に静的に指標づけをおこなった。しかし、本提案法では多流体を扱うため、静的な指標では各々の流体を区別する際の計算が煩雑になってしまうため、ここでは動的に各流体へ指標づけを行う。図1に指標付けの概略図を示す。

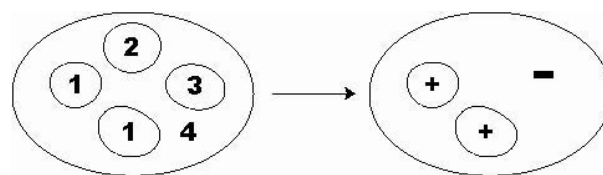


図1: 流体1から見た各流体への指標づけ
(区切られた領域は各々指標付けされた流体を示す。)

3.4 流体間の相互作用を表現する力の導入

提案手法では指標が同一である流体間に引力を働かせることで各流体を分離している。例えば、無極性溶媒と極性溶媒が交じり合わないことをシュミレートするようなものである。ここで、Clavet らが提案する手法では表面張力を表す力が圧力項の計算に包含されているため、これとは異なった力を導入する必要がある。そこで、本手法では各流体間のラベルとその密度差に基づく力を導入する。

$$\mathbf{F}_{\text{interaction}}(i) = \sum_{j \in N_i} \text{sign}(\text{label})(\rho_j - \rho_i) \mathbf{n}_{i \rightarrow j} \text{Kernel}(r, h) \quad (1)$$

$$\text{sign}(\text{label}) = \begin{cases} + & \text{if } 2 \text{ つの粒子のラベルが同じ場合} \\ - & \text{if } 2 \text{ つの粒子のラベルが違う場合} \end{cases} \quad (2)$$

ここで ρ_i 、 ρ_j はそれぞれ粒子の密度であり、 $\mathbf{n}_{i \rightarrow j}$ は単位ベクトルである。また $\text{Kernel}(r, h)$ には $(1 - r/h)^2$ を用いる。ここで r は各粒子間の距離であり、 h は与えられたカーネル半径である。ここで、 $\mathbf{F}_{\text{interaction}}$ のイメージを図 2 に示す。

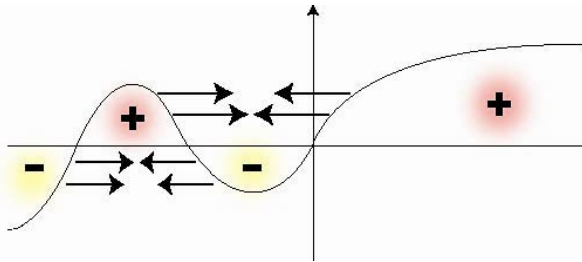


図 2: 流体間の相互作用の概念図

さらに粒子の位置に直接作用させるために Prediction-relaxation scheme を基に、移動ベクトルを式 (1) を用いて以下のように求める。

$$\mathbf{dx} = \text{InterfaceCoef} \cdot dt^2 \cdot (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) \cdot (\|\mathbf{F}_{\text{interaction}}(i)\| + \|\mathbf{F}_{\text{interaction}}(j)\|) \quad (3)$$

ここで \mathbf{x}_i 、 \mathbf{x}_j はそれぞれ粒子の位置であり、 dt はタイムステップの大きさ、 InterfaceCoef は流体間の相互作用の大きさを調節する係数である。ここで求められた移動ベクトル \mathbf{dx} も圧力と同様にカーネル内の粒子に陰的に分散され、安定に計算される。

3.5 流体の生成

沸騰や凝固などで、流体中に新たな流体が生成した時、その周辺での計算は非常に不安定になり、計算が破綻する可能性がある。そこで、収束密度を新たな流体が発生した地点から緩やかに変化させ、最終的に基の収束密度に戻す手続きをとる。

4. 結果

本提案法では従来の SPH 法でシュミレーションしたものに比べ約 10 倍のタイムステップを用いても安定であることを確かめた。計算には、CPU:Pentium 4 3.0 GHz CPU, 1GB RAM を用いた。複数流体のレンダリングは各流体ごとに行われる。各々の流体の密度を別々のレイヤーにマッピングし、Marching Cubes 法により、等値面を抽出し、最終的に全てのレイヤーを重ね合わせたものが結果となる。表示には、GPU:GeForce 7800GTX を用いた。図 3 に本提案法を用いて 3 流体をシュミレートした結果を示す。

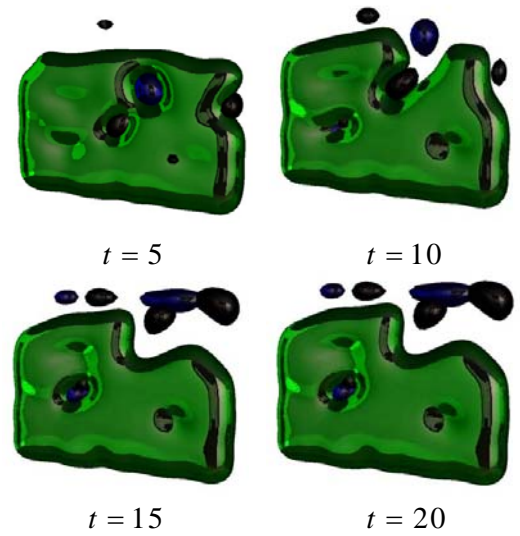


図 3: 各タイムステップ t でのシュミレーション結果 (流体 2, 3 (黒色) には浮力を働かせている)

6. まとめと今後の課題

Clavet らの手法を拡張することで複数流体でのシュミレーションを安定に解くモデルを提案した。今後の課題としては、レンダリングにおける各流体間の境界面の抽出が挙げられる。これは、各流体間の境界面が閾値によって重なってしまうなどの問題があり、改善しなければならない点の一つである。

参考文献

- [1] Muller M., Charypar D., Gross M.: Particle-Based Fluid Simulation for Interactive Applications, In ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation, 2003, pp.154-159.
- [2] Clavet S., Beaudoin P., Poulin P.: Particle-based Viscoelastic Fluid Simulation. In ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation, 2005, pp.219-228.
- [3] Muller M., Solenthaler B., Keiser R., Gross M.: Particle-Based Fluid-Fluid Interaction, In ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation, 2005, pp.237-244.
- [4] Hong J-M., Kim C-H.: Discontinuous Fluids, In ACM SIGGRAPH, 2005, pp.915-920.
- [5] Premoze S., Tasdizen T., Bigler J., Leforn A., and Whitaker R.: Particle-Based Simulation of Fluids, In EUROGRAPHICS, 2003, pp.401-410.
- [6] Stam J.: Stable Fluids. In SIGGRAPH, 1999, pp.121-128.