7B-4

条件付き入札に基づく相互依存価値オークションの設計

伊藤 孝行　　David C. Parkes

名古屋工業大学　　ハーバード大学

e-mail: itota@ics.nitech.ac.jp, parkes@eecs.harvard.edu

1　はじめに

本稿では，相互依存価値を持つエージェント間のオークション [1][2] について考察する．相互に依存する価値は，様々な状況で観察できる．例えば，財に対する評価を多くのエージェントが持つ場合や，エージェントが競争的な状況に置かれているとき他のエージェントの価値を気にする場合などがある．電子取引などで顕著である．本稿では，論文 [1] で提案されている条件付き入札モデルを採用する．ここでは，エージェントの入札は「もし，あのプレイヤが財 A に対して x 円を入札するなら，私は y 円を入札する」という形式になる．本稿の目的は，単一財において効率的（efficient）なオークションが存在するような，**線形**の評価モデルを具体的に提案する．そして，単一財において収益を改善する方法を提案する．さらに入札者が**シングルマインド**かつ，複数の財があるという状況で，近似的に効率なオークションに拡張する．

2　線形条件付き入札価値モデル

本稿では，条件付き入札形式として線形モデルを提案する．

$$b_i(v_{-i}) = s_i + \sum_{j \neq i} \alpha_{ij} v_j \qquad (1)$$

ここで $s_i \in S_i$ は入札者 i の個人的なシグナルであり，$\alpha_{ij} \in [0,1)$ は他の入札者の価値へ割当てるウェイトである．s_i は他の入札者がゼロの価値を持っているとした場合の，入札者 i 単独の価値である．

3つの企業 h，b，及び m がオークションに参加するとする．例えば，企業 h は企業 b と企業 m の価値に注意を払うとすると，式 (2) のように定義できる．

$$v_h(v_b, v_m) = 50 + 0.3v_b + 0.5v_m \qquad (2)$$

式 (2) では，企業 h は企業 b の価値にはウェイト 0.3 を付け，企業 m の価値にはウェイト 0.5 を付けている．同じように，企業 b と企業 m にも次の価値関数を定義する．

$$v_b(v_h, v_m) = 60 + 0.4v_h + 0.4v_m$$
$$v_m(v_b, v_h) = 70$$

正直な入札は以下のようになる：

$$b_h(v_b, v_m) = v_h(v_b, v_m)$$
$$b_b(v_h, v_m) = v_b(v_h, v_m)$$
$$b_m(v_b, v_h) = v_m(v_b, v_h)$$

これらの入札によって，以下の写像の不動点が得られる：

$$(v_h^\circ, v_b^\circ, v_m^\circ) \mapsto (b_h(v_b^\circ, v_m^\circ), b_b(v_h^\circ, v_m^\circ), b_m(v_b^\circ, v_h^\circ)) \qquad (3)$$

ここでは，不動点は以下の式 (4)，式 (5)，及び，式 (6) を解くことによって得られる：

$$v_h^\circ = 50 + 0.3v_b^\circ + 0.5v_m^\circ \qquad (4)$$
$$v_b^\circ = 60 + 0.4v_h^\circ + 0.4v_m^\circ \qquad (5)$$
$$v_m^\circ = 70 \qquad (6)$$

一般に，写像を繰り返し適用することによって不動点を求めることができる．ここでは，不動点は $(v_h^\circ, v_b^\circ, v_m^\circ) = (126.6, 138.6, 70.0)$

不動点において企業 b は最大値を持っているため，企業 b が勝者となる．支払額は下記を解くことによって v'_b として計算される．

$$v'_b = \max\{v_h^*, v_m^*\},$$

ここで $v_h^* = b_h(v'_b, v_m^*)$ および $v_m^* = b_m(v'_b, v_h^*)$ である．ここで，$v_h^* > v_m^*$ である．なぜなら，$b_h(v'_b, v_m^*) = 50 + 0.3v'_b + 0.5v_m^*$，$b_m(v'_b, v_h^*) = 70$，及び $v_h^* = 85 + 0.3\max\{v_h^*, v_m^*\}$ であるからである．よって，$v'_b = b_h(v'_b, v_m^*)$ より，$v'_b = 121.4$ が得られる．

不動点が唯一であるための条件は以下の定理で示される．

定理 1　入札者数が $N \geq 2$ の場合，すべての入札者 i に関して $\sum_{j \neq i} \alpha_{ij} < 1$ の時，唯一の評価均衡が存在する．そして，この均衡は任意の点 $v^0 \in S$ から始まる数列 $f(v^{t+1}) = f(v^t)$ の極限として計算される．

すなわち，各入札者が他の入札者の価値に対して割当てるウェイトの合計が $\sum_{j \neq i} \alpha_{ij} < 1$ となるように正規化されている限り，評価均衡がただ一つ存在する（唯一の不動点に収束する）．

ここで，線形モデルに関する単調性は明らかである．単一交差条件（SCC）が成立することから，以下を得る．

定理 2　線形条件付き入札言語で定義された条件付き入札オークションは，その言語が表現に富む（*expressive*）なら，事後ナッシュ均衡において効率的である．

3　収益の改善

最大の収益特性を持つオークションを見つけるために，売り手を表す「ダミーエージェント」を導入する．そして，勝者決定問題をウェイト付きの割当て問題として下記の通りに定義する．$\sum_{i=0}^{N} x_i = 1$ となるような割当て $x = (x_0, x_1, \ldots, x_N)$ を探す．

$$\max_x w_0 v_0(x) + \sum_{i=1}^{N} w_i v_i(x) \qquad (7)$$

Desiging an Interdependent Value Auction based on Contingent bids

Takayuki Ito and David C. Parkes

Information Science, Nagoya Institute of Technology, Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya, 466-8555

Division of Engineering and Applied Science, Harvard University, 33 Oxford St., Cambridge, MA 02138, US

ここで，v_0 は，売り手の代わりをするダミーエージェントの価値，すなわち売り手の留保価格を表す．

本実験では，すべてのエージェントのシグナルと α-ウェイトが同じ分布関数から導かれている対称環境と，そうでない場合の非対称環境を設定した．各エージェント $i(\neq 0)$ に関して，α ウェイトは，対称環境と非対称環境に合わせて設定し正規化したウェイトを用いる．

以上を与えて，両方の環境においてオークションパラメータの探索を行った．この探索では，エージェントの数を変えながら，期待収益が最大化される $w_0, w_1, \ldots, w_N$ 及び v_0 の設定を探索する．すべてのケースにおいて，ウェイトは $w_0 = 1/N$ 及び $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$ となるように正規化する．ウェイトはもともと競争力のないエージェントに対してウェイトの正のバイアスをかけることによって，収益が改善されることが期待できる．

本実験において，対称環境では 4000，非対称環境では 5000 のインスタンスを実行し平均をとり，最適オークションと標準的なオークションの収入を比較した．図 1 は，最適オークションの平均正規化収入を示している．ここでは標準オークションと最適オークションで得られた収入の，割合の平均を，異なるエージェント数に関して表している．結果として，収益に関して最適化できている．しかし，エージェント数が 5 以上になると利益は急激に減少し，利益は非対称環境のほうが対称環境より大きい．

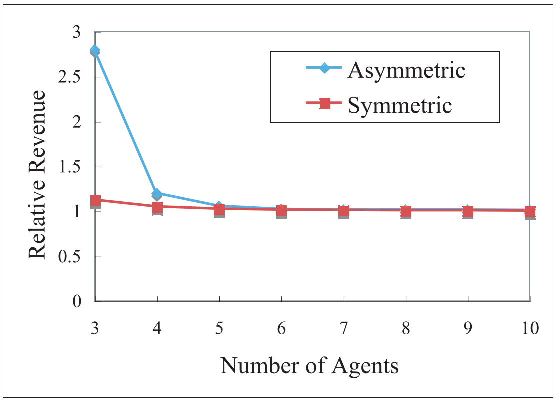

図 1: 対称及び非対称環境における平均収入

最適なパラメータに関しては，対称環境における最適収入は，ウェイトが対称で売り手の評価値が平均的には 30 前後の場合に得られている．非対称環境では，最適ウェイトは非対称になる場合がある．非対称環境での最適な売り手の評価値は平均は 80 前後である．

4　複数財への拡張

本章では，複数財の場合の相互依存価値モデルにおいて効率的なオークションに関して議論する．最も重要なのは単調性と単一交差条件の適切な一般化である．重要な単調性の条件に加えて，エージェントのシグナルを 1 次元にする必要がある．本稿では，**シングルマインド**である場合の複数財オークションに注目する．シングルマインドな入札者は，単一のバンドルにのみ興味を持つ．各入札者は異なるバンドルに興味を持ち，その価値は他の入札者が持つバンドルへの価値に依存し得る．シグナルを s とし，財 G に関してバンドル $W_i \subseteq G$ に興味のある入札者 i は，以下の価値を持つ：

$$v_i(X, s) = \begin{cases} v_i(s) & X \supseteq W_i \text{ の場合} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}$$

ここで，$v_i(s_1, \ldots, s_N)$ は，興味あるバンドル W_i への（相互依存）価値である．本稿では，単一財の入札を以下のように拡張する．

$$b_i(X, v_{-i}) = \begin{cases} s_i + \sum_{j\neq i} \alpha_{ij} v_j(X_{ij}), & \text{for } X \supseteq \hat{W}_i \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

ここで，$\hat{W}_i$ は，入札者 i が入札することを選んだバンドルを表す．X_{ij} は入札者 j のバンドルで，入札者 i がその入札を条件付きとして選んだバンドルを表す．本論文では，単一財のケースのように α 値に関して同じ制約 $\sum_{j\neq i} \alpha_{ij} < 1,\quad \forall i$ を課す．

定理 3 すべての i に関して $\sum_{j\neq i} \alpha_{ij} < 1$ が与えられた時，上記条件付き入札で定義された写像 $(v_1, \ldots, v_N) \mapsto (b_1(v_{-1}), \ldots, b_N(v_{-N}))$ の $N \geq 2$ の入札者に関して唯一の不動点（「評価値均衡」）が存在する．

ここで，以下のように，単一財の効率的なオークションを一般化する．（1）上記条件付き入札によって得られる写像によって定義される不動点を計算する．（2）合計値を最大化するために効率的な割当て $X^* = (X_1^*, \ldots, X_N^*)$ を計算する．（3）以下の支払額を計算する．

$$\min\ v_i' \quad \text{s.t.} \quad v_i' + \sum_{j\neq i} v_j^*(X_j^*) = \max_{X\in\Gamma} \sum_{j\neq i} v_j^*(X_j),$$

以上の式を各勝者に関して計算する．ここでは Γ は実行可能な割当て集合，すべての $X \subseteq G$ に関して $v_j^*(X) = b_j(X, \vec{v}_i', v_{-ij}^*)$，$X \supseteq \hat{w}_i$ なら $\vec{v}_i'(X) = v_i'$ であり，それ以外なら 0 である．つまり，v_j^* は，一時的な i の入札関数 $b_i'(X) = \vec{v}_i'(X)$ が与えられた時の不動点を表す．

しかし，条件付き入札として提出された入札による不動点で定義される価値関数に関して一般化 SCC は成立しない．従って，シングルマインドな条件付き入札かつ複数財の効率的なオークションを実装することはできない．そこで，グリーディな割当てルールを用いて，近似的に効率的なオークションを実装する．グリーディな割当てルールでは，不動点における評価値をバンドルの大きさで割った値の小さい順に，勝者を決定する（詳細は論文 [2] を参照）．

定理 4 すべての $s_1, \ldots, s_N$ と j に対して $\sum_{k\neq j} \alpha_{jk} < 1$ となるようなすべての α に対して，グリーディ割当てルールは一般化単一交差条件を満たす．

定理 5 シングルマインドな入札者と複数財に関するグリーディな条件付き入札オークションは，入札形式がエクスプレッシブならば，事後ナッシュ均衡において正直な入札を実現する．

5　まとめ

本稿では，相互依存価値オークションの具体的なプロトコルを実現するために論文 [1] の条件付き入札モデルを具体化し，効率性のために必要とされる条件を満たしていることを示した．また，期待収益を増加させる方法も提案した．さらに，本稿では，本プロトコルを相互依存価値かつ複数財を対象としたオークションでシングルマインドな入札者のケースに拡張した．

参考文献

[1] Partha Dasgupta and Eric Maskin. Efficient auctions. *The Quarterly Journal of Economics*, CXV:341–388, 2000.

[2] Takayuki Ito and David C. Parkes. Instantiating the Contingent Bids Model of Truthful Interdependent Value Auctions Proc. of AAMAS2006 (to appear). *Econometrica*, 69(5):1237–1259, 2001.