

サービスを考慮した施設配置問題に対する 近似アルゴリズムの実験評価

中塩 英良[†] 浅野 孝夫[‡]

中央大学大学院 理工学研究科 情報工学専攻[†]
中央大学 理工学部 情報工学科[‡]

1 はじめに

施設配置問題の1つとして、2004年に Shmoys, Swamy, Levi [1] が提唱したサービスを考慮した施設配置問題がある。本稿では、この問題に対して、容量制約なし施設配置問題に帰着させることによって得られる手法と、容量制約なし施設配置問題において現在もっとも近似率の良い1.52近似、1.61近似アルゴリズムの考え方に基づく手法を提案する。そして最後に計算機実験を行い、Shmoysらによって提案された6近似アルゴリズム [1] と実験的性能を比較、検討することによって、提案手法が高い性能を持つことを示す。

2 問題定義

最も有名な施設配置問題は容量制約なし施設配置問題と呼ばれるものである。これは、入力として n_f 個の開設候補施設の集合 F と n_c 人の利用者集合 C が与えられる。施設 i には施設を開設するための非負の開設コスト f_i が与えられ、施設 i と利用者 j との間には非負の接続コスト c_{ij} が与えられる。なお、接続コストは三角不等式を満たすものとする。この入力において、いくつかの施設を開設し、すべての利用者を適切な施設に接続することを考える。

これに対して、サービスを考慮した施設配置問題では、入力として n_s 個のサービス集合 S が加えられ、各利用者にはそれぞれが必要とするサービス $g(j)$ が決められている。また、各施設 i にサービス l をインストールするためのサービスインストールコスト f_i^l が与えられる。このとき本問題の目的は、総コスト(開設コストとサービスインストールコストと接続コストの合計)を最小とすることである。すなわち、いくつかの施設を開設し、開設した施設に対してインストールするサービスを決定し、すべての利用者を必要としているサービスがインストールされている施設に接続させることである。

この問題は、容量制約なし施設配置問題と同様、以下

Experimental Evaluation of Approximation Algorithms for the Facility Location Problem with Service Installation costs

[†]Hidekazu Nakashio, Information and System Engineering Course, Graduate School of Science and Engineering, CHUO University

[‡]Takao ASANO, Department of Information and System Engineering, Faculty of Science and Engineering, CHUO University

のように整数計画問題として定式化することができる。

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i \in F} f_i y_i + \sum_{i \in F} \sum_{l \in S} f_i^l y_i^l + \sum_{i \in F} \sum_{j \in C} c_{ij} x_{ij} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i \in F} x_{ij} = 1 \quad (j \in C), \\ & x_{ij} \leq y_i^{g(j)} \quad (i \in F, j \in C), \\ & x_{ij} \leq y_i \quad (i \in F, j \in C), \\ & x_{ij}, y_i, y_i^l \in \{0, 1\} \quad (i \in F, j \in C, l \in S). \end{aligned}$$

3 提案手法

この手法は容量制約なし施設配置問題に帰着させることによって解を得るものである。ポイントは与えられた入力に対して1つのサービスに絞って考えると、容量制約なし施設配置問題と等価となる点である。具体的な手順を以下に示す。

1. 与えられた入力に対して、サービス l を必要としている利用者へのみ注目し、新たに開設コストを $f_i + f_i^l$ とする。これにより、サービスの数 n_s だけ容量制約なし施設配置問題の入力を構築する。
2. 上記の入力に対して、容量制約なし施設配置問題に対するアルゴリズムを適用する。[§]
3. 得られた n_s 個の解を足し合わせ、本問題の解とする。

4 1.61 近似に基づく提案手法

各利用者 j に施設 i への費用 α_j を設ける。費用 α_j は、施設 i に接続するための費用、 $g(j)$ をインストールするための費用 θ_{ij} 、施設 i を開設させるための費用 β_{ij} からなるものとする。以下詳しい手順を述べる。

すべての利用者を未凍結の状態とする。3つの条件(1. 利用者を接続, 2. $g(j)$ をインストール, 3. 施設を開設)が成立したら凍結[¶]する。未凍結の利用者の費用 α_j をすべての割合で増加させながら以下の (a), (b), (c) を繰り返す。すべての利用者が凍結したら終了とする。

[§]本稿では現在もっとも近似率の良い1.52近似アルゴリズムを用いている。

[¶]凍結したら、凍結する要因となった施設以外の施設への貢献を無効にし、接続も未接続の状態に戻す。

(a) **if** (i, j に対して, $\alpha_j \geq c_{ij}$) **then**

利用者 j を施設 i に接続する.

- **if** ($y_i^{g(j)} = 0$) **then**
 θ_{ij} を増やし始める.
- **if** ($y_i^{g(j)} = 1$ かつ $y_i = 0$) **then**
 β_{ij} を増やし始める.
- **if** ($y_i^{g(j)} = 1$ かつ $y_i = 1$) **then**
利用者 j を凍結する.

(b) **if** (i, l に対して, $\sum_j \theta_{ij} = f_i^l$) **then**

施設 i にサービス l をインストールする.

- **if** ($y_i = 0$) **then**
 β_{ij} を増やし始める.
- **if** ($y_i = 1$) **then**
利用者 j を凍結する.

(c) **if** (i に対して, $\sum_j \beta_{ij} = f_i$)^{††} **then**

施設 i を開設し, 3つ条件が揃っている利用者 j を凍結する.

- **if** (j が既に i' に接続 かつ $c_{ij} < c_{i'j}$) **then**
利用者 j の接続を i' から i に変更し, 必要なければ施設 i' にインストールされているサービス $g(j)$ をアンインストールする.

5 1.52 近似に基づく提案手法

(初期解) スケーリングパラメータを $\delta = 1.504$ とする. このとき, 開設コストを一様に δ 倍した問題に対して, 1.61 近似に基づく提案手法を適用する.

(貪欲改善) 開設コストをもとに戻した問題に対して, 総コストが減少するかぎり, 施設を開設しサービスをインストールする.

6 計算機実験

Shmoys らによって提案された 6 近似アルゴリズム, 容量制約なし施設配置問題に帰着させる提案手法, 1.61 近似, 1.52 近似に基づく提案手法を Visual C++ を用いて実装し, 計算機実験を行なうことで実際的な性能評価を行なう. 最適解としては, IP を線形計画ソフト NUOPT で解くことで得られる整数解を用いることにする. 入力データは

標準入力データ

- 施設は, 整数格子点の座標 (0, 0) から (500, 500) の間でランダムに 100 個ずつ発生
- 利用者は, 整数格子点の座標 (0, 0) から (500, 500) の間でランダムに 100 個ずつ発生
- サービスは 50 種類ずつ発生させ, 利用者が必要とするサービスはランダムに決定
- 開設コストは, 1 から 1000 の間のランダムな正整数
- サービスインストールコストは, 1 から 300 の間のランダムな正整数

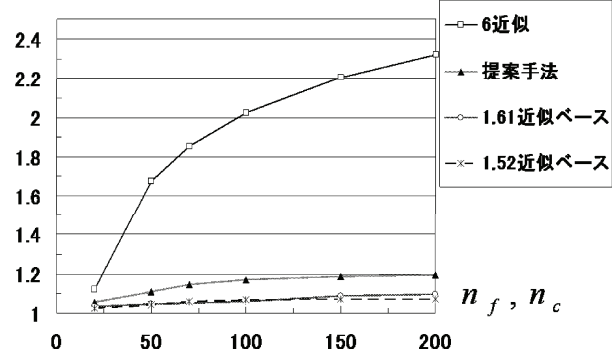
^{††}凍結していない利用者は $\beta_{ij} = \alpha_j - c_{ij} - \theta_{ij} \geq 0$, 凍結している利用者は $\beta_{ij} = c_{i'j} - c_{ij} - \theta_{ij} \geq 0$ により値を求める.

- 施設と利用者の接続コストは, 施設と利用者のユークリッド距離

としたものを用い, この入力データの一部を変化させることで様々な実験を行なう.

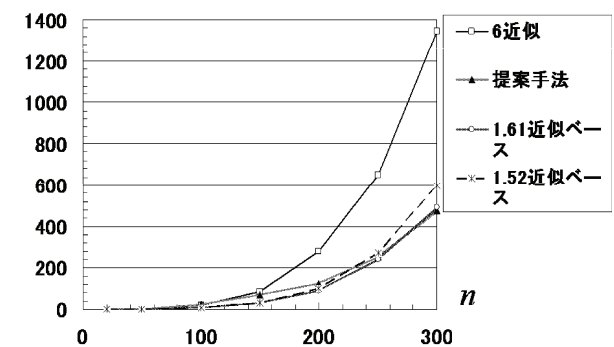
実験 1 施設数 n_f , 利用者数 n_c を変化させた場合

近似比率



実験 2 計算時間 ($n = n_f + n_c + n_s$)

秒



実験 1 より, 1.61 近似, 1.52 近似に基づく提案手法がもっとも良い値を出力することがわかる. これは 6 近似アルゴリズムは開設する施設数が極端に少なく, 逆に提案手法は開設する施設数が多いので, 余分なコストがかかってしまっているためと考えられる.

7 まとめ

提案する 3つの手法は, Shmoys らによって提案された 6 近似アルゴリズムより, かなり良い値を出力することができた. 特に 1.61 近似, 1.52 近似に基づく提案手法は開設する施設数が適切であるため, 安定して高い性能を持つことがわかる. また提案する 3つの手法は計算時間においても短縮できているため, 有益な手法であるといえる.

参考文献

- [1] D. B. Shmoys, C. Swamy and R. Levi: Facility Location with Service Installation Costs. *Proceedings of the Fifteenth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms*, 2004, pp. 1081-1090.