6D-8

通信量を考慮した高速通信路設備配置の評価指標の検討

當山 孝義† 高橋 篤夫†
†日本工業大学電気電子工学科

1．はじめに

超並列・分散計算機システムにおいては，高性能でコストパフォーマンスの高い通信ネットワークが必要とされている．低速通信路と高速通信路で構成される不均質な通信ネットワークの性能は，高速通信路の数と位置に依存する．コストパフォーマンスの高い通信ネットワーク構築には，高速通信路の適切な配置が重要である．高速通信路の集まりは，設備と見ることができる．すなわち，通信ネットワークを低速通信路で構成したネットワークに設備を付加するモデルで表す(図1)．低速通信路ネットワークは，各プロセッサをノード，各通信路を辺とするネットワークで表す．各辺には長さが与えられ，2プロセッサ間の通信レイテンシは二点間の距離，すなわち二点間のパスの長さとなる．このパス上に設備を配置することで通信レイテンシを削減する．

本稿では，高速通信路設備の配置における評価指標として，プロセッサ間通信の通信量を考慮した指標である重み付き全対距離和を提案し，木構造ネットワーク上での性質を検討する．

2．設備配置の評価指標

筆者らは，二点間の平均通信レイテンシを表す評価指標として，全対距離和を提案した[4]．これは，全ての二点間距離の総和である．但し，二点と設備との距離の和が二点間の距離より小さい場合，後者でなく前者を用いる．設備内の通信が十分高速な場合，全対距離和最小の設備は，同サイズの設備のうちで，二点間の平均通信レイテンシを最小にする．しかし一般に,効率的な並列プログラムにおいては,遠距離の二点間の通信コストは近距離の場合よりも大きいので，遠距離の二点間の通信量は近距離よりも小さい．全対距離和最小の設備は，このような場合に対応しない．そこで，ノード間の距離lにより通信量が変化する場合を考える．この通信量を示す

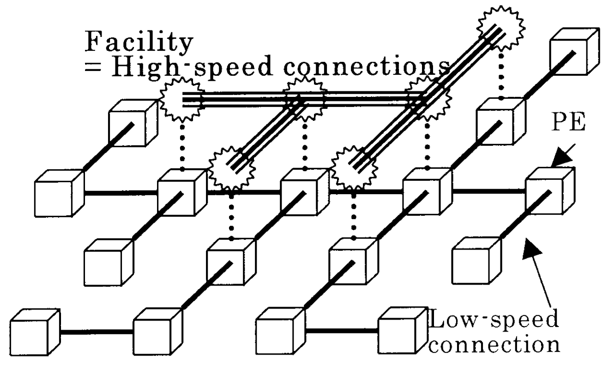

図1 設備が配置された木構造ネットワーク

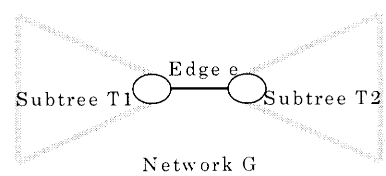

図2 木構造ネットワークG上の辺eと，辺eで分けられた部分木T1およびT2

関数を全対距離和に付加した評価指標として，重み付き全対距離和を提案する．

3．重み付き全対距離和

距離和[2] $DS(F)$ および全対距離和 $P(F)$ は，以下のように定義される．

$$DS(F) = \sum_{v \in V(G)} l(v,F). \tag{1}$$

$$P(F) = \sum_{u,v \in V(G)} \min(l(u,v), l(u,F) + l(v,F)). \tag{2}$$

但し，G はネットワーク，u，v は通信ネットワークのノード，F は設備，$l(u,v)$ は u と v 間の距離，$l(v,F)$ は v と F 間の距離である．

重み付き全対距離和 $WP(F)$ を以下に示す．

$$WP(F) = \sum_{u,v \in V(G)} \{\min(l(u,v), l(u,F) + l(v,F)) \cdot C(d(u,v))\}. \tag{3}$$

但し，$C(l)$ は距離 l を引数とする通信量関数である．

重み付き全対距離和最小の設備は，同サイズの設備のうちで，プロセッサ間通信の通信量が関数$C(l)$で定まる場合の，プロセッサ間通信の平均通信レイテンシを最小にする．以下では重み付き全対距離和最小の設備を最適設備と呼ぶ．なお，$C(l)=1$の場合，$WP(F)$は全対距離和となる．

Gが木構造の場合，$WP(F)$は次式で表せる．

$$WP(F)=\sum_{e\in E(G)} DWP(e),$$
$$DWP(e)=w(e)\cdot dw(e)\cdot l(e), \qquad (4)$$
$$w(e)=|T_1||T_2|,$$
$$dw(e)=\sum_{u\in T_1, v\in T_2} C(d(u,v)).$$

但し，$l(e)$は辺eの長さ，T_1,T_2はeを含まずeの端点の一つを含む最大の部分木である（図２）．また，$DWP(e)$は辺eを設備に追加することによる重み付き全対距離和の削減量を示す．

４．重み付き全対距離和最小の設備の配置

(1) 各辺の長さ$l(e)$が任意の場合：全対距離和最小の設備を求めるのが困難なことから[2]，最適設備を求めるのも同様に困難である．

(2) $l(e)$が１の場合：$C(l)$によっては，最適設備は容易には求まらない．以下では$C(l)=1-l/R$の形式の場合を考える．但し，Rは定数で，ネットワークの直径D以上の値とする．このとき，図３のネットワークにおいて，

$$\begin{aligned}&DWP(e_0)-DWP(e_1)=(1+\frac{1}{R})\cdot\\&(|T_2|-|T_1|)(|T_1|+|T_2|+2|T_1||T_2|)\\&+\frac{1}{R}\{(|T_1|^2-2|T_1||T_2|-|T_2|)DS(v_1,T_2)\\&-(|T_2|^2-2|T_1||T_2|-|T_1|)DS(v_1,T_1)\}.\end{aligned} \qquad (5)$$

但し，$DS(v,T)$はノードvと部分木Tの各点との距離の和である．よって，図４のネットワークでは，

$$\begin{aligned}&DWP(e_0)-DWP(e_1)\\&=\frac{1}{R}(t^3+4t^2-2-R(2t^2+4t+1)).\end{aligned} \qquad (6)$$

$R<(n-2)/4$の場合，

$$DWP(e_0)=DWP(e_2)>DWP(e_1) \qquad (7)$$

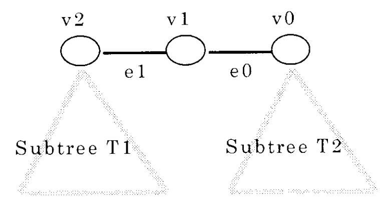

図３ 辺 e0，e1 と部分木 T1，T2 で構成されたネットワーク

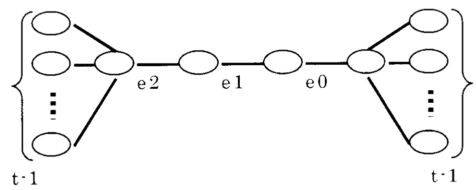

図４ ノード数 2t+2 の木構造ネットワーク

となるため，$DWP(e)$は凸にならない．[3]で示されている効率的な方法は関数が凸であることを利用しているため，このような場合には適用できない．

一方，$R\geq nD$の場合，図３で$|T_2|>|T_1|$なら$DWP(e_0)\geq DWP(e_1)$となるため，最適設備はネットワークの中心を含み，また$DWP(e)$は凸になる．従って，[3]の方法で最適設備が容易に求まる．

５． まとめ

高速通信路の評価指標として重み付き全対距離和を提案した．そして，通信量関数がある形式の場合について，最適設備の性質を示した．

今後の課題として，他の通信量関数の検討，重み付き全対距離和とｒ対距離和[5]など他の評価指標との比較検討などがある．更なる検討により実際のネットワークに重要な項目を逐次付加することで，設備配置の有用性が示されるようになると考えられる．

参考文献

[1]高橋義造編, "並列処理機構", 丸善, 1989

[2]S.Hakimi et.al., "On Locating Path- or Tree-Shaped Facilities on Networks", Networks, 23, pp.543-555, 1993.

[3]A.Tamir, "Fully Polynomial Approximation Scheme for Locating a Tree-Shaped Facility", Tech. Rep. of Tel-Aviv Uni., pp.1-18, 1993.

[4]當山他, "設備配置による超並列・分散計算機ネットワーク構築手法の検討", 情処学会第 57 回全国大会, 4G-07, 1998.

[5]當山他, "超並列・分散ネットワークにおける高速通信路設備の評価指標の検討", 情処学会第 60 回全国大会, 2J-8, 2000.