

多面体に対する寸法指定情報の適正さとその判定法†

田中 敏光^{†*} 杉原 厚吉^{††} 杉江 昇^{††}

人間同士で形状情報を伝達する場合には、図でだいたいの形を表し、そこに長さ・角度等の寸法指定情報を与えて形状を一義的に決定する、という方法をよく使う。そこで、この方法により計算機に形状が入力できれば、正確な座標値などを直接入力する方法と比べて、人間にとっても苦痛の少ない入力方法になるであろう。このとき問題となるのは、与えられた寸法指定情報が適正か否かということである。従来この問題は、形状を決定するために寸法指定情報に過不足がないか否かの観点から論じられてきた。しかし、実際に寸法指定情報を使って部品加工をする場合、与えられる寸法指定情報は、それに従って一步一步加工が進められるものでなければならない。そこで、本研究においては、この観点から寸法指定情報の適正さを見直し、与えられた寸法指定情報により一步一步作図ができ、かつ、寸法指定情報に過不足がないとき、寸法指定情報が適正であると定義する。そして、この定義に従って、与えられた寸法指定情報の適正さを判定する試作システムを紹介する。

1. はじめに

近年、計算機利用技術の発展に伴い、CAD・CAMなど計算機を利用した形状の設計・製造が広く行われるようになってきた^{1),2)}。このように形状の処理に計算機を利用すると、各種の用途に合わせた図面が自動作成できる、形状の追加・修正が容易にできる、よく使う形状をデータベース化することにより形状データの作成の省力化を図ることができる、等多くの利点がある。

ところで、形状を計算機に入力するには、キーボードあるいはデータタブレットやヘアカーソルなどを使って頂点の座標を入力する方法があるが、いずれの場合にも、正確な形状を入力するには多くの苦痛を伴う。したがって、形状データを計算機に入力するための作業を軽減することが重要な課題の一つである。

一方、人間同士で形状情報を伝達する場合の一方法として、図はラフに描き、そこに長さ・角度等の寸法指定情報を与えて形状を一義的に表現する方法がある。そこで、計算機に対しても、このような方法で形状を入力できれば、入力作業はずっと苦痛の少ないものになるであろう。ただし、寸法の指定が不十分であると形状が一義的に決まらないし、また、寸法の指定が多すぎると寸法間で互いに矛盾してやはり形が決ま

らなくなってしまうという危険性がある。そのため、与えられた寸法指定情報が形状を決定するのに過不足がないか否かを計算機が自動判定できなければならない。しかし、この問題に対する従来の接近手法^{3),4)}では、寸法指定が適正であるというときの定義が、必ずしも実際の場面での適正さと一致するとはいいがたいものであった。

そこで、本研究では、多面体形状に関する寸法指定情報の適正さの概念を実用的な観点から定義しなおし、これを判定する手法を構成するとともに、試作システムによる実験例を紹介する。なお、本研究は2次元形状に関する寸法指定情報の処理システム^{5),6)}を3次元に拡張したものである。まず、第2章で従来の寸法指定情報の適正さの定義の問題点を指摘し、第3章で寸法指定情報の適正さをより実用的な観点より定義しなおす。第4章でこの定義に従って適正さを判定する手法を構成し、第5章で実験例を示す。

2. 従来の適正規準と問題点

形状を決定するために寸法指定情報に過不足がないかを判定する問題は、従来、頂点の座標など形状を表すパラメータを変数とし、寸法指定情報の組を連立方程式として定式化して、その解の性質を調べるという観点から扱われてきた^{3),4)}。このような扱いは、測量データから地形が一義的に決定できるか否かの判定問題^{7),8)}、骨組構造が剛であるか否かの判定問題^{9),10)}、として古くから考察されてきた問題を含み、実際に多くの成果が得られている。また、判定効率を上げるための工夫も行われている¹¹⁾。

しかし、連立方程式の解が一義的に定まるか否かで

† A Method for Checking the Correctness of Dimensioning for Polyhedral Objects by TOSHIMITSU TANAKA (Nippon Telegraph & Telephone Public Corporation), KŌKICHI SUGIHARA and NOBORU SUGIE (Department of Information Science, Faculty of Engineering, Nagoya University).

†† 名古屋大学工学部情報工学科

* 現在 日本電信電話公社

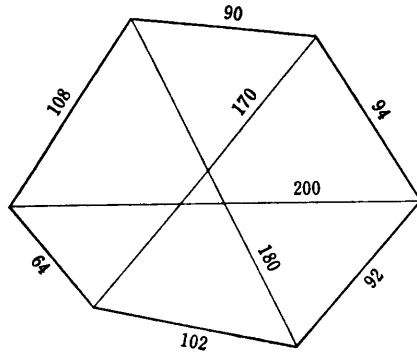


図1 形状は決定できるが一步一步加工はできない寸法指定の例

Fig. 1 Length specification that defines the shape uniquely but does not allow step-by-step construction.

寸法指定情報の過不足を判定することには問題がある。われわれが寸法指定情報を利用して部品加工をする場合には、まず基準となる点を決め、ここから寸法指定情報に従って定規などを当て、新しい点・直線・平面を決めて切削・切断などの加工をする、次に、すでに形の決定された部分より再び寸法指定情報を使って位置を決め、次の部分を加工する、という作業をくり返して全体を加工するのである。ところが、連立方程式がただ一つの解をもつということは、寸法指定情報を総合すれば形状が定まる、ということを保証しているだけで、その寸法指定に沿って定規を当てることによって一步一步加工が進められるとは限らない。この例を図1に示す。六角形に図1のように九つの距離指定情報を与えると、これを満たす形状は一義的に定まる。しかし、どの点から始めても順に位置決めをして全体の形状を決定することはできない。

そこで、実質的な適正さの定義としては、寸法指定情報に過不足がないという条件のほかに、その寸法指定に従って一步一步加工できるという条件がつけ加えられなければならない。

3. 逐次作図可能性に基づいた適正さの定義

適正さの定義に一步一步加工可能であるという条件を加えたいのであるが、実際の加工作業においては工具の使用に制限があり、これに沿って適正さを定義したのでは汎用性のある議論を展開することはできない。そこで、ここでは加工作業の第1次近似として、寸法指定情報を使って順々に位置決めするという作図作業を考える。

作図可能性を定義するために、すでに位置の定まっ

た部分から新たに点・直線・平面の位置を決定できる条件として表1に示す24個のものを選ぶ。すなわち、新しく平面が決定される条件を9種類(1)~(9)、直線の決定される条件を8種類(10)~(17)、点の決定される条件を7種類(18)~(24)である。この表では、いちばん左の列から条件番号、新しく決定される幾何学的要素の種類、決定のために利用される既知要素、新しい要素の決定される条件、決定結果の最も一般的な場合の数、を示してある。

これらの条件のうち一つが満たされ、かつ、物理的に実現不可能(たとえば、3点の間の相互距離が三角不等式を満たさなかったり、交わるべき2直線がねじれの位置にあるなど)でもなく、また誤差が大きくなるような悪条件(たとえば、三角形をなすはずの2辺の長さの和が他の1辺の長さに非常に近かったり、交わるべき直線や平面が互いに平行に近いなど)でもないときに、新しく平面・直線・点の位置が決定されるときとみなす。そして、これらの条件を使い、

1) あらかじめ指定された出発点となる部分図形(これは開始点と呼ばれる3個の点から決定される)より出発し、(1)~(24)のいずれかの条件が満たされたとき、新しい点・直線・平面の位置を決定するという作業をくり返すことにより、全体の形状が決定できる、

2) このとき、過剰な寸法指定情報が存在しない(すなわち、どの寸法指定情報を取り除いても、形状が決定できなくなってしまう)、の二つが満たされたとき、寸法指定情報が適正であると定義する。

形状が逐次決定できるか否かは、出発点となる部分図形の選び方に依存する。したがって、上の適正さの定義は、開始点としてどのような点の組を選ぶかに依存したものとなっている。一方、開始点を外からはとくに指定しないで、適正な出発点から始めて形状が決定できれば適性とみなそうという考え方もあろう。その場合には、本稿の定義による適正さの判定をすべての可能な開始点の組に対して適用すればよい。

また、2)の過剰な情報が存在しないことを適正さの条件に加えたのは、次のような理由からである。一般の図面では、他の情報から決まる冗長な寸法値が書き込まれることはよくある。しかし、それらの情報は、他の寸法の値や加工の際の許容誤差の値を変更したとき、連動して変化すべきものである。計算機でこれらの図面情報を扱う際に、ユーザが寸法値を変更してもデータに矛盾が生じないように管理するためには、

表 1 新しい幾何学的要素が決定される条件
Table 1 Conditions for new geometrical elements to be determined.

新しく決定される幾何学的要素	決定に利用する既知の要素	新しい要素の決まる条件	一意性
(1) 平面	交わる2直線	これらを通る	一意
(2) 平面	1直線とその上にない1点	これらを通る	一意
(3) 平面	1直線上にない3点	これらを通る	一意
(4) 平面	1平面とそれに平行な1直線	直線を通り平面に平行	一意
(5) 平面	1平面と1点	この点を通り平面に平行	一意
(6) 平面	1平面	この平面に平行で指定された距離にある	2通り
(7) 平面	1平面と1直線	この直線を通り、この平面と指定された角度をなす	2通り
(8) 平面	1平面と2点	この2点を通り、この平面と指定された角度をなす	2通り
(9) 平面	2平面と1点	この点を通り、2平面とそれぞれ指定された角度をなす	2通り
(10) 直線	2点	これらを通る	一意
(11) 直線	2平面	これらの交線	一意
(12) 直線	1点と1直線	この点を通り直線に平行	一意
(13) 直線	1直線とその上にない1点	この点を通り、この直線と指定された角度で交わる	2通り
(14) 直線	1直線とその上の1点と、その直線を含む1平面	この平面内において、この点を通り、この直線と指定された角度をなす	2通り
(15) 直線	1平面とその上の1直線	この平面内にあり、この直線に平行で、この直線から指定された距離にある	2通り
(16) 直線	平行な2直線	これらに平行で、これらからそれぞれ指定された距離にある	2通り
(17) 直線	交わる2直線	交点を通り、この2直線と指定された角度をなす	8通り
(18) 点	同一平面上の2直線	これらの交点	一意
(19) 点	1直線と1平面	これらの交点	一意
(20) 点	3平面	これらの交点	一意
(21) 点	1直線と1点	この直線上において、この点から指定された距離にある	2通り
(22) 点	1平面と2点	この平面上にあり、この2点から指定された距離にある	2通り
(23) 点	3点	これら3点から、それぞれ指定された距離にある	2通り
(24) 点	2平面と1点	2平面の交線上にあり、この点から指定された距離にある	2通り

‘連動した変化’の及ぶ範囲をシステムが明確に知っていなければならない。そのためには、必要最小限の寸法指定の組（主となる情報）をもって、その他の寸法値（従となる情報）は必要に応じて計算するという管理法が、最も簡単で実用的であると思われる。このような必要最小限の寸法指定の組を‘適正’とみなそうというのが、上の定義を採用したわれわれの立場である。

次章では、この定義に基づいて、寸法指定情報の適正さを判定するシステムを構成する。

4. 適正判定システム

本システムは、3次元形状に与えられた寸法指定情報が適正か否かを判定し、決定される形状を図形表示するものである。全体の構成を図2に示す。中心は適

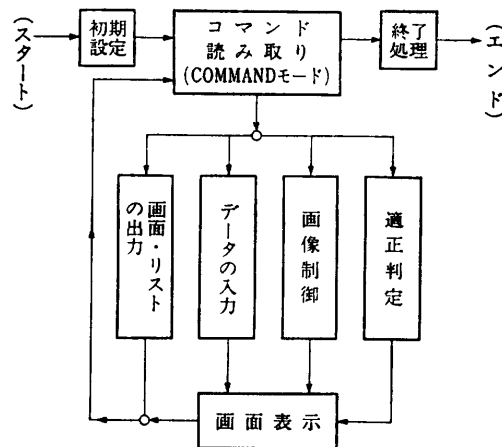


図 2 システムの構成
Fig. 2 Structure of the system.

正判定部であるが、その他、データファイルよりデータを読み込むルーチン、画面のハードコピーや結果のリストを出力するルーチン、画面に拡大/縮小、回転、平行移動等の変換を加えるルーチンなどが用意されている。システムは FORTRAN 77 で作成され、画像表示には 3 次元ディスプレイ端末 (富士通 F9532A) を使用している。

4.1 システムへの入力

多面体の構成要素は平面・直線・点である。これらのあいだに次の 10 種類の情報を与えることができるものとする。

- (1) 点のほしい位置
- (2) 表示する稜線
- (3) 直線上に並ぶ点のリスト
- (4) 直線上にある点と直線のリスト
- (5) 平面の平行性指定情報と距離指定情報
- (6) 直線の平行性指定情報と距離指定情報
- (7) 平面の角度指定情報
- (8) 直線の角度指定情報 (ただし同一平面上にある直線に限る)
- (9) 点と点の距離指定情報
- (10) 開始点

このうち(1), (2)は図面に相当するものである。

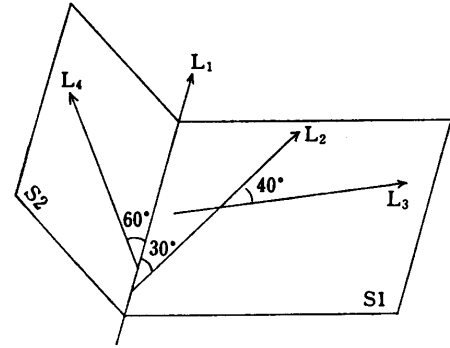
また(3), (4)は図面に陽には表されていないが、人間なら読みとることのできる情報である。この情報もデータとして与えることにした。(5)~(9)が寸法指定情報である。(10)の開始点は形状決定を始めるための基準となる点で、3点が必要である。これらのデータはファイルとして作成しておき、コマンドにより読み込む。

4.2 グループ化

寸法指定情報を組み合わせて間接的に決まる情報も利用しなければならないから、そのために、まずデータのグループ化を行う。グループとして、

- (1) 平行な平面のグループ、
- (2) 距離の定まった平面のグループ、
- (3) 互いの交角の定まった平面のグループ、
- (4) 平行な直線のグループ、
- (5) 互いの距離の定まった直線のグループ、
- (6) 互いの角度の定まった直線のグループ、
- (7) 互いの距離の定まった点のグループ、

の 7 種類が作られる。各グループ化が実行されるのは、寸法指定情報のほか、(3)のグループでは交直線が平行である、(5), (6)のグループでは直線が同一



$$\begin{aligned}
 &L_1 \angle L_2 = 30^\circ, \\
 &L_2 \angle L_3 = 40^\circ, \\
 &L_1 \angle L_4 = 60^\circ, \\
 &L_1 \text{ on } S_1 \text{ and } S_2 \Rightarrow G_1 = \{S_1 : L_1(0), L_2(30), L_3(70)\} \\
 &L_2 \text{ on } S_1 \Rightarrow G_2 = \{S_2 : L_1(0), L_4(60)\} \\
 &L_3 \text{ on } S_1 \\
 &L_4 \text{ on } S_2
 \end{aligned}$$

図 3 直線の角度のグループ化の例
Fig. 3 Grouping of angle specifications.

平面上にある、(7)のグループでは点が同一直線上にある、という条件が満たされたときに限られる。角度の定まった直線のグループ化の例を図 3 に示す。この場合、直線 L_1, L_2, L_3 は平面 S_1 上にあるが、 L_4 は S_1 上にはない。そのため L_1, L_2, L_3 は一つのグループにまとめられるが、 L_1 と L_4 の角度は別のグループになる。

4.3 形状の決定

寸法指定情報が適正であるためには、まず定義の 1) より全体の形状が決定できなければならない。そこで、システムは、与られた寸法指定情報によって形状の一義的な決定を試みる。この決定の手順を図 4 に示す。まず 4.2 節で述べたグループ化を行う。次に開始点を使い内部座標系を設定する。与えられた開始点を P_1, P_2, P_3 としたとき、 P_1 を原点にとり、 X, Y, Z 軸方向の単位ベクトル $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ を、

$$\begin{aligned}
 \vec{i} &= \frac{\overrightarrow{P_1 P_2}}{|\overrightarrow{P_1 P_2}|}, \\
 \vec{k} &= \frac{\overrightarrow{P_1 P_2} \times \overrightarrow{P_1 P_3}}{|\overrightarrow{P_1 P_2} \times \overrightarrow{P_1 P_3}|}, \\
 \vec{j} &= \vec{k} \times \vec{i},
 \end{aligned}$$

となるように決める。すなわち、 P_1 を原点としたあと、 P_2 が x 軸正方向にあり P_3 が $x-y$ 平面上にあるように右手系座標軸を決める。したがってこの時点では、点 P_1, P_1 と P_2 を通る直線、 P_1 と P_2 と P_3 を通る平面という 3 個の幾何学的要素の位置が決定さ

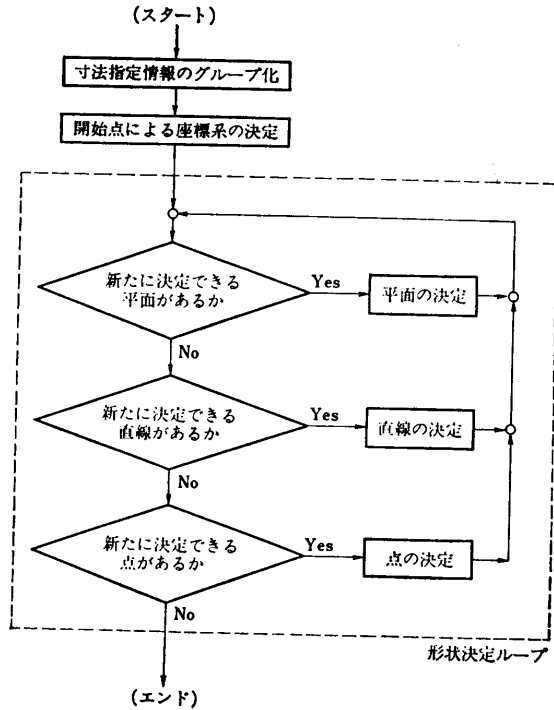


図4 形状の決定手順

Fig. 4 Flow chart for shape determination.

れたことになる (ただし 'P₁ と P₂ を通る直線' などの幾何学的要素が入力時に与えられていない場合には、システムが内部でこれらの要素を生成して登録する)。点 P₂, P₃ 自身の位置はまだ決定されていないため、入力データには点のだいたいの位置しか与えられていなくても何ら支障はないことに注意されたい。

次に 24 個の条件を使って平面・直線・点の決定を行う。このとき、平面の決定を優先し、平面が決定できなくなったら直線の決定へ、直線が決定できなくなったら点の決定へと移る。もし、途中で直線や点の一つでも決定できれば再び平面の決定にもどる。このループをくり返すことにより形状を決定していく。

平面・直線・点を決定するとき、寸法指定情報を使って定まる位置に複数の可能な場合が生じることがある。このときは点のだいたいの位置を使い、相対的な位置関係が入力値と最も近くなるように選択される。

たとえば、直線 L_a と平面 S_a が定まっており、平面 S を ①平面 S は直線 L_a を含む、②平面 S と平面 S_a の角度が θ である、の二つの情報を使って決定することを考える。直線 L_a の方向ベクトルを \vec{a} 、平面 S, S_a の法線ベクトルを \vec{h} , \vec{h}_a (いずれも単位ベクトル) とすると、決定する法線ベクトル \vec{h} の候補として、図 5 の \vec{h}_1 と \vec{h}_2 の二つが考えられる。この場合、与えら

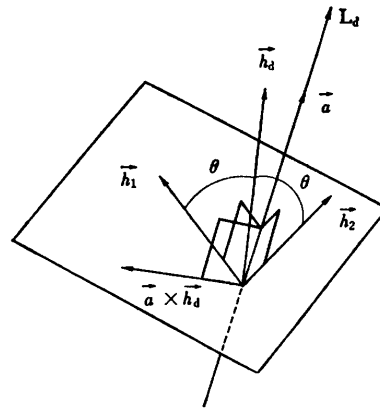


図5 複数の可能な法線ベクトルが生じる例

Fig. 5 Ambiguity in determination of a new plane.

れた点のだいたいの位置を使って求められる L_a の方向ベクトル \vec{a}_0 (これは、直線 L_a に載るべき点のうちの一つと他のすべての点を結ぶ方向ベクトルの平均として求める) と S, S_a の法線ベクトル \vec{h}_0, \vec{h}_{a0} (これらは、平面に載るべき点のうちの一つから他のすべての点へのばしたベクトル同士の外積の平均として求める) において、

$$(\vec{a}_0 \times \vec{h}_{a0}) \cdot \vec{h}_0 \geq 0 \text{ ならば } \vec{h}_1,$$

$$(\vec{a}_0 \times \vec{h}_{a0}) \cdot \vec{h}_0 < 0 \text{ ならば } \vec{h}_2,$$

を選ぶ。

4.4 適正判定

適正であるためには、3章で述べたように、1)形状が決定できる、2)過剰な寸法指定情報がない、の二つの条件が満たされなければならない。そこで、適正さの判定を図 6 の手順で行う。最初に、与えられた全情報を使い形状決定を試みる。ここで全体の形状が決定できなければ 1) の条件が満たされないので「寸法指定情報が不足である」と判定する。形状が決定できれば、次に過剰な情報がないか否かを検出するため、一つ情報を除いて形状決定を試みる。このとき、もし形状が決定できれば、「情報が過剰である」と表示する。そして、①判定を終了する、②寸法指定情報を除いたまま判定を続ける、③除いた寸法指定情報を戻して判定を続ける、のうち一つを選択して判定を停止または継続する。どの情報を除いても形状が決定できなければ、適正な寸法指定情報であると判定し、一つでも除ける情報があれば過剰な寸法指定情報であると判定を下す。TSS 用端末に判定結果が表示されるとともに、決定された最終形状が 3 次元ディスプレイ装置に表示される。

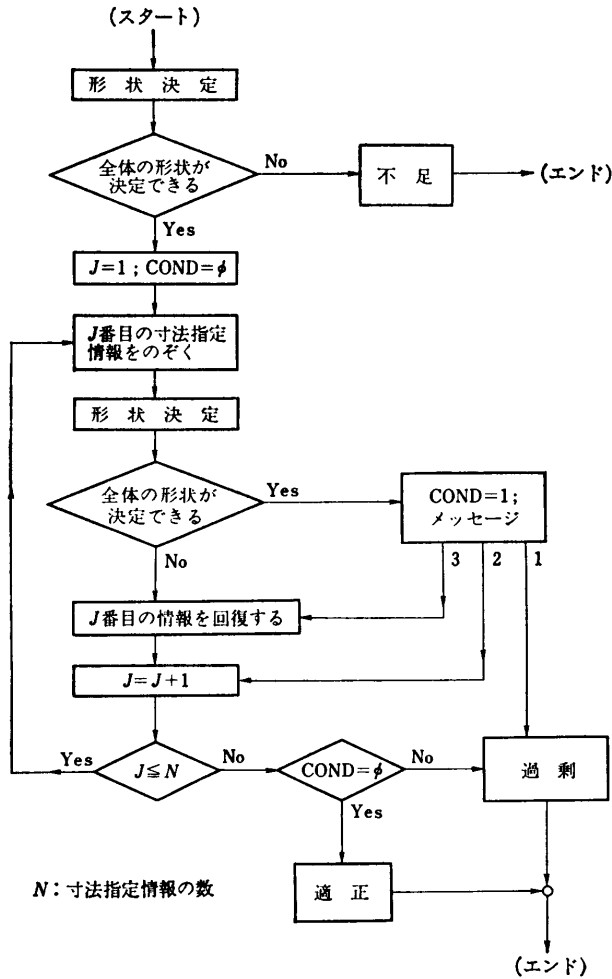


図 6 適正さの判定手順
Fig. 6 Flow chart for the consistency checking.

POINT					ANGLE(LINE)	
1	0.	0.	10.			
2	5.	0.	12.		LENGTH	
3	4.	5.	11.		4	5
4	0.	1.	0.		5	6
5	6.	0.	0.		6	4
6	4.	4.	0.		1	4
					1	2
LINE						
PLANE					INITIAL	
1	(1 2 3) ()				4	5
2	(4 5 6) ()					
3	(1 2 5 4) ()				EDGE	
4	(2 5 6 3) ()				1	2
5	(3 6 1 4) ()				2	3
					3	1
PARALLEL(PLANE)					4	5
					5	6
PARALLEL(LINE)					6	4
					1	4
ANGLE(PLANE)					2	5
2	3	90.			3	6
2	4	90.				
2	5	90.			END	

図 7 実験 1 の入力リスト
Fig. 7 Input data used in Experiment 2.

5. 実験と考察

システムの働きを説明するためいくつかの実験例を紹介する。

実験 1: システムに図 7 のリストをデータとして入力する。このリストで、“POINT” は点のほしい位置の定義であり、最初から、点番号、X座標、Y座標、Z座標となっている。また“PLANE” は平面の定義で、最初が平面番号、最初のカッコが平面上の点のリスト、2 番目のカッコが平面上の直線のリストである。“PARALLEL (PLANE)”, “PARALLEL (LINE)”, “ANGLE (PLANE)”, “ANGLE (LINE)”, “LENGTH”, はそれぞれ、平面の平行・距離情報、直線の平行・距離情報、平面の角度情報、直線の角度情報、点の距離情報であり、情報が与えられる平面(直線、点)番号二つとその間の距離(角度)を与える。ただし平行性指定のみのときは距離は与えない。角度の単位は度である。“INITIAL” は開始点で、3 点の番号を与える。“EDGE” は表示する稜線で両端の番号を記述する。この入力座標値を表示したものが図 8 (a) である。この寸法指定情報では点 2 と点 3 が決定できないので、システムは寸法指定が不足していると判定を下す。このときの結果が図 8 (b) である。点 2 については、点 1 と点 2 の距離が 40 であるという情報と、点 2 が平面 3 と平面 4 の上にあるという情報より、決定条件(24)が満たされるが、物理的に実現不可能なので決定されない。次に平面 1 と平面 2 が平行であるという情報を追加する。これにより全体の形状が決定できるようになるため、一つの情報を除いて決定判定をする部分に進む。寸法指定情報の削除はリストの先頭から順に行われる。そして、平面 2 と平面 4 の角度を取り除いても決定できるため、過剰であるというメッセージを表示する。このときの決定形状は図 8 (c) のようになる。

実験 2: 図 9 のリストをシステムに入力する。入力形状を表示したものが図 10 (a) である。点と点の距離指定情報が点 1 と点 6、点 1 と点 2、点 2 と点 6 の間に与えられているが、点 1, 2, 6 が直線 1 上にあると定義されているので、グループ化のときに過剰であると判定でき

間の苦痛を軽減するのに役立つであろう。

現在のシステムでは、物体の形状を点の座標と稜線のリストで与えているが、今後データタブレット等で対話的に入力できるようにしなければならない。また対象とする形状を曲線・曲面にまで広げることが必要である。自由な曲線・曲面に対応することは困難であるが、部品加工等によく使われるのは、円、球面、円筒面、円錐面などであるので、これら限られた曲線・曲面も含む形状も対象とできるように拡張することは可能であると思われる。

本研究の実験には、名古屋大学大型計算機センターを利用した。なお、本研究の一部は文部省科学研究費補助金 (No. 57780035, No. 58780036) の援助を受けている。

参 考 文 献

- 1) 須見 彰(編): 小特集 設計・生産の自動化 (CAD/CAM), 計測と制御, Vol. 19, No. 5, pp. 449-526 (1980).
- 2) 松下武史(編): 特集 設計・生産の自動化, 情報処理, Vol. 24, No. 1, pp. 2-93 (1983).
- 3) Hillyard, R. C. and Braid, I. C.: Analysis of Dimensions and Tolerances in Computer-Aided Mechanical Design, *Comput. Aided Des.*, Vol. 10, No. 3, pp. 161-166 (1978).
- 4) Hillyard, R. C.: Characterizing Non-ideal

Shapes in Terms of Dimensions and Tolerances, SIGGRAPH '78 Cont. Proc., pp. 234-238 (1978).

- 5) 田中敏光, 杉原厚吉, 杉江 昇: 工業用図面における寸法指定情報の計算機処理, 情報処理学会グラフィックスとCAD研究会 10-1, pp. 1-10 (1983).
- 6) 田中敏光, 杉原厚吉, 杉江 昇: 平面図形における寸法指定情報の計算機処理, 情報処理学会第27回(昭和58年度後期)全国大会論文集Ⅲ, pp. 1575-1576 (1983).
- 7) Snay, R.: Solvability Analysis of Horizontal Networks by Identification of Rigidity Components, Proc. 2nd Int. Symp. on Problems Related to the Redefinition of North American Geodetic.
- 8) Bolker, E. D. and Roth, B.: When Is a Bipartite Graph a Rigid Framework?, *Pacific J. Math.*, Vol. 90, No. 1, pp. 27-44 (1983).
- 9) Laman, G.: On Graphs and Rigidity of Plane Skeletal Structures, *J. Eng. Math.*, Vol. 4, pp. 331-340 (1970).
- 10) Asimow, L. and Roth, B.: The Rigidity of Graphs II, *J. Math. Anal. Appl.*, Vol. 68, No. 1, pp. 171-190 (1979).
- 11) 杉原厚吉: 内部自由度をもった連立方程式における構造的不整合とその検出方法, 電子通信学会論文誌, Vol. J 65-A, No. 9, pp. 911-918 (1982).
(昭和59年4月5日受付)
(昭和59年7月19日採録)