

トークン・パッシング・リング方式のステーション数 についての考察†

島 悦 郎^{††} 中 川 暲 夫^{†††} 沢 嘉 也^{†††}

最近、オフィス・オートメーション (OA) 活動の一環として、ローカル・エリア・ネットワーク (LAN) が注目されるようになった。従来の広域用ネットワークに比べて、設置性、費用などの要求が厳しく、理論的・物理的接続方法についていろいろ議論されている。ローカル・エリア・ネットワークの形態は、スター (star)、バス (bus)、リング (ring) の三つの形態に大別されるが、ここでは、トークン・パッシング・リング方式での理論的解析を行う。つまり、リング状につながれたワーク・ステーションからワーク・ステーションへの情報送信時の送信要求発生から送信完了までの時間を簡単な確率計算で求め、ネットワークでの最適なワーク・ステーションの数について議論する。たとえば、トークンが1周する時間とワーク・ステーションの数が与えられたときの送信待ち時間を含めた送信時間の上限と下限を示し、トークンが1周する時間と送信要求時間間隔が与えられたときの平均送信時間はワーク・ステーションの数が多くなるとワーク・ステーションの数にほぼ比例して待ち時間が増えることを示す。また、このときの待ち時間にあまり影響しないワーク・ステーションの数の上限について議論する。さらに、二つのネットワークがワーク・ステーションを通してつながっている場合の平均送信時間への影響を議論し、最後に数値例を示す。

1. ま え が き

近年の LSI 技術の発展によるパーソナルコンピュータの高機能化、低コスト化に端を発し、企業内のデータ処理機能の分散がこれまで以上に行われるようになった。同時に、比較的狭い地域内に分散されたこれらの情報の相互利用に合った通信網としてのローカル・エリア・ネットワーク (LAN)^{1)~5)} が一躍注目されるようになり、理論的・物理的接続方法についていろいろ議論されることとなっている。

LAN の形態には、スター (star)、バス (bus)、リング (ring)⁶⁾ の三つの形態があり、富士通では F-7300 としてスター方式、ゼロックス社ではイーサネット (Ethernet) としてバス方式の CSMA/CD 方式 (Carrier Sense Multiple Access with Collision Detection) を、また、IBM 社ではリング方式のトークン・パッシング・リング方式^{7,8)} を提唱している^{9),10)}。

CSMA/CD 方式では、情報を送信することを希望するワーク・ステーションはバスが空いているかどうかを調べ、空いていれば情報を送ることができる。媒体上の伝播遅れがあるため、二つのワーク・ステー

ションが、ほとんど同時にバスが空いていると判断し、送信を開始する場合がある。このとき、送信された情報は宛先のワーク・ステーションに到着する前に衝突することがある。衝突したときは、しばらく待つてから、再度バスが空いているかを調べ、送信をやり直す。このような方式では、データ送信後も衝突をモニタするための一定時間と情報の衝突が検出されたときに再び送信するときの正確なタイミング制御が必要となる。この問題について、米田¹¹⁾ はイーサネット方式で、パケット (packet) と呼ばれるビット列の情報を生成してから送信を完了するまでに要する時間の分布を計算するモデルを示した。

トークン・パッシング・リング方式では、リング上をトークンと呼ばれるただ一つのフレームが一方方向に流れている。このトークンがフリー・トークンとなって回ってきたときのみ、目的のワーク・ステーションへ送信することができる。しかし、ビジー・トークンが来たとき、送信はできず、フリー・トークンが回って来るまで待たなければならない。トークンの回る方向が一定のため、川上のワーク・ステーションの送信の頻度が多いと、川下のワーク・ステーションの送信がなかなかできなくなる可能性が生じる。これを防止するため、一度送信したワーク・ステーションは、次回は必ずフリー・トークンを出さなくてはならない。したがって、ある一定時間待つならば必ず送信することができるが、送信できるまでの待ち時間は、送信の頻度とワーク・ステーションの数に影響されると推測

† Considerations on the Number of Stations for a Token-Passing-Ring Network by ETSURO SHIMA (Vehicle Evaluation & Advanced Engineering Department, TOYOTA MOTOR Corp.), TOSHIO NAKAGAWA and YOSHIYA SAWA (Department of Mathematics, Faculty of Science and Engineering, Meiji University).

†† トヨタ自動車(株)第2技術部

††† 名城大学理工学部数学科

される。もし、送信頻度が一定のとき、ワーク・ステーションの数が非常に多ければ、フリー・トークンが回って来るまでの時間が長くなり、ユーザの不満が募るであろう。リング方式ネットワークについて、Hayes and Sherman¹²⁾がマルチフレーム方式のネットワークを理論的に解析し、回線利用率と平均送信遅延時間の関係を求めているが、トークン・パッシング・リング方式の解析はされていない。

この論文では、トークン・パッシング・リング方式での送信要求発生から送信完了までの時間をいくつかの妥当な仮定のもとで、簡単な確率計算によって求め、ネットワークの最適なワーク・ステーションの数について議論する。たとえば、トークンが1周する時間 a とワーク・ステーションの数 $n+1$ が与えられたときの平均送信時間の上限は $a(n+2)$ 、下限は $2a$ となることを示し、トークンが1周する時間 a と送信要求時間間隔 $1/\lambda$ が与えられたときの平均送信時間はワーク・ステーションの数 $n+1$ が多くなるとほぼ an の割合で待ち時間が増えることを示す。また、このときの待ち時間にあまり影響しないワーク・ステーションの数の上限について議論する。さらに、二つのネットワークがステーションを通してつながっている場合を想定し、一つのワーク・ステーションの送信要求確率を p_0 、他のワーク・ステーションを p としたときの平均送信時間が $T=a[2+(n-1)p+p_0]$ となることを求め、 p_0 の平均送信時間への影響を議論する。最後に、数値例を示す。

2. モデル

図1のような $n+1$ 個のワーク・ステーションをもつネットワークを考える。

(1) ネットワークのコントロール機能は、接続されている装置に平等に分散されている。

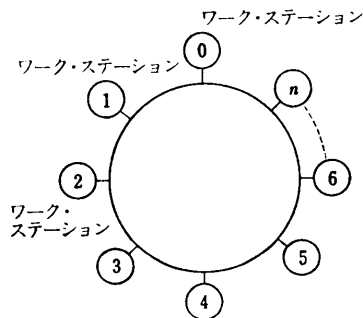


図1 リング・ネットワークの形態
Fig. 1 Diagram of a ring network.

(2) 情報は、ビジー・トークンが来たとき送信できないが、フリー・トークンが回って来たときのみ送信可能となる。

(3) 一度送信したワーク・ステーションは続けて情報を送る必要が生じていても、次回に必ずフリー・トークンを送り出さなくてはならない。

(4) 各ワーク・ステーションはつねに確率 p ($0 < p < 1$) で送信要求が発生しているとする。いったん出された送信要求は、その要求が満たされるまで保持されるとする。

(5) ワーク・ステーションは故障しないものとし、また、送信の誤りや受信の失敗はないものとする。

3. 平均送信待ち時間

ワーク・ステーションに発信要求が発生してから、フリー・トークンが回って来て、送信ができるまでの平均待ち時間を考える。

一つのワーク・ステーションに注目し、そのステーションに発信要求が生じたとき、その直前にフリー・トークンを送り出した状態であると仮定する。これは、トークンがどこを回っているかをつねに考えるのは解析を複雑にするばかりで、この仮定をしても待ち時間が実際の待ち時間より少し多めに見積もられるにすぎない。この仮定による実際の待ち時間との差は大きくともフリー・トークンが1周する時間であり、非常に微小であろう。

発信要求が生じたとき、他の n 個のワーク・ステーションのなかで送信要求があるワーク・ステーションの数は、仮定(4)より、 ${}_n C_k p^k (1-p)^{n-k}$ である2項分布に従う。よって、送信できるまでにトークンがネットワークを回る平均回数は、

$$\sum_{k=0}^n (k+1) {}_n C_k p^k (1-p)^{n-k} = 1 + np \quad (1)$$

で与えられる。以上より、トークンがネットワークを1周する時間を a とおくと、平均待ち時間は、 $a(1+np)$ となる。したがって、送信要求が発生してから送信が完了するまでの平均時間は、

$$T = a(2+np) \quad (2)$$

で与えられる。

4. 送信完了までの平均時間 T の性質

送信要求の発生が平均 λ をもつポアソン分布に従って起こるとしよう。すなわち、発生は単位時間当たり λ 回起こるとする。そのとき、ワーク・ステーションは

送信要求が発生しているときと発生していないときの二つの状態を交互に繰り返す確率過程を形成する。もし、送信要求が発生しているとき、新たに送信要求が発生してもそれは考慮しないとする。この仮定のもとで送信要求が発生していない平均時間は $1/\lambda$, 送信要求が出てから送信完了するまでの平均時間は $a(2+np)$ であるから、 p を

$$p = \frac{a(2+np)}{1/\lambda + a(2+np)} \quad (3)$$

と定義する。これは、各ワーク・ステーションの送信要求が生じている率を送信要求が発生してから完了するまでの平均時間と送信が完了してフリー・トークンを送り出してから次の送信が完了するまでの平均時間の比で置き換えたものである。送信要求の発生がきわめて頻繁な例を除いて、この仮定は妥当であろう。

(3)式を p について解くと、

$$p = \frac{a(n-2) - 1/\lambda + \sqrt{[a(n-2) - 1/\lambda]^2 + 8a^2n}}{2an} \quad (4)$$

で与えられる。よって、送信要求が生じてから、完了するまでの平均時間 T は、

$$\begin{aligned} T &= a(2+np) \\ &= 2a + \frac{a(n-2) - 1/\lambda + \sqrt{[a(n-2) - (1/\lambda)]^2 + 8a^2n}}{2} \end{aligned} \quad (5)$$

となる。したがって、発生率 λ とネットワークのステーション数 $n+1$ が与えられるならば、平均時間は (5)式より求めることができる。明らかに、 n を固定して、 T を $1/\lambda$ の変数としたとき、

$$T(0) = \lim_{1/\lambda \rightarrow 0} T(1/\lambda) = a(n+2)$$

$$T(\infty) = \lim_{1/\lambda \rightarrow \infty} T(1/\lambda) = 2a$$

$$\frac{dT(1/\lambda)}{d(1/\lambda)} < 0$$

であることが示されるから、 T は $a(n+2)$ から $2a$ に単調減少する関数である。ここで、 $a(n+2)$ は他のすべてのワーク・ステーションに送信要求が発生している場合の待ち時間、 $2a$ は逆に他のすべてのワーク・ステーションに送信要求が発生していない場合の待ち時間を表している。とくに、(3)式において、 $p=1/2$, すなわち、 $1/\lambda = a(2+n/2)$ とおくと、 $T=1/\lambda = [T(0)+T(\infty)]/2$ となることは興味深い。このことから、

$$\frac{1}{\lambda} > a\left(2 + \frac{n}{2}\right)$$

ならば、

$$T < a\left(2 + \frac{n}{2}\right) \quad (6)$$

$$\frac{1}{\lambda} < a\left(2 + \frac{n}{2}\right)$$

ならば、

$$T > a\left(2 + \frac{n}{2}\right) \quad (7)$$

であることも示される。

次に、 $1/\lambda$ を固定したとき、 T と n の関係を調べよう。(5)式から、 T は n の増加関数で、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T}{n} = a$$

である。したがって、 n が大きいとき、ワーク・ステーションの数を一つ増やすと、 T はほぼ a だけ増加する。さらに、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (T - na) = 2a - \frac{1}{\lambda}$$

であるから、 T の漸近線 T' は、

$$T' = an + 2a - \frac{1}{\lambda} \quad (8)$$

で与えられる。この直線と $T=2a$ との交点は $1/(a\lambda)$ である。

つぎに、いままではすべてのワーク・ステーションの送信要求確率 p が一定と仮定したが、一つのワーク・ステーションだけ異なり、 p_0 としよう。これは二つのネットワークがステーションを通してつながっている場合である。この確率 p_0 が与えられたとき、平均時間 T がどのような影響を受けるか考察してみよう。(2)式を求めるときと同様にして、

$$T = a[2 + (n-1)p + p_0]$$

$$p = \frac{a(n-3-p_0) - 1/\lambda + \sqrt{[a(n-3-p_0) - 1/\lambda]^2 + 4a^2(n-1)(2+p_0)}}{2a(n-1)}$$

$$\quad (9)$$

を得る。したがって、

$$T = 2a + \frac{a(n-3+p_0) - 1/\lambda + \sqrt{[a(n-3-p_0) - 1/\lambda]^2 + 4a^2(n-1)(2+p_0)}}{2}$$

$$\quad (10)$$

よって、

$$\lim_{p_0 \rightarrow 1} T$$

$$= 2a + \frac{a(n-2) - 1/\lambda + \sqrt{[a(n-4) - 1/\lambda]^2 + 12a^2(n-1)}}{2} \quad (11)$$

$$\lim_{p_0 \rightarrow 0} T$$

$$= 2a + \frac{a(n-3) - 1/\lambda + \sqrt{[a(n-3) - 1/\lambda]^2 + 8a^2(n-1)}}{2}$$

となる。とくに、 $p_0 \rightarrow 1$ ，すなわち，つながっているワーク・ステーションの送信要求が非常に高いとき，平均時間は，

$$a[3+(n-1)p] - a[2+np] = a(1-p) \quad (12)$$

だけ増加されることが示される。ここで， p は次のようになる。

$$p = \frac{a(n-4) - 1/\lambda}{a(n-4) - 1/\lambda + \sqrt{[a(n-4) - 1/\lambda]^2 + 12a^2(n-1)}} / 2a(n-1) \quad (13)$$

5. 数値例

具体的に n と $1/\lambda$ の数値を与え，平均時間 T を検討する。フリー・トークンがネットワークのループを1周する時間を簡単化のため1，送信要求発生が単位時間に平均 10^{-1} ， 10^{-2} ， 10^{-3} 回とし，ワーク・ステーションの数を $n=2 \sim 200$ としたときの平均時間 T を図2に示す。送信要求発生時間間隔が平均 $1/\lambda=100$ のとき，ワーク・ステーションの数 n が $1/(a\lambda)=100$ 以下の場合，平均時間 T は n にあまり影響されない。もし， $1/\lambda$ が何らかの方法で推定されたとき，ワーク・ステーションの数は $1/(a\lambda)$ 以下であることが望ましいことがわかる。

図3では， $a=1$ ， $n=30$ としたときの送信要求発生時間間隔 $1/\lambda$ と平均時間 T との関係を示す。このとき， $T(0)=32$ ， $T(\infty)=2$ で， $1/\lambda=17$ のとき $T=17$ となる。 $1/\lambda=1 \sim 100$ の間で T は大きく変動しており，図2で求めた $n=1/(a\lambda)=30$ のとき， $T=8.81$ となる。この T が大きすぎると判断されれば， n の数を減少しなければならない。

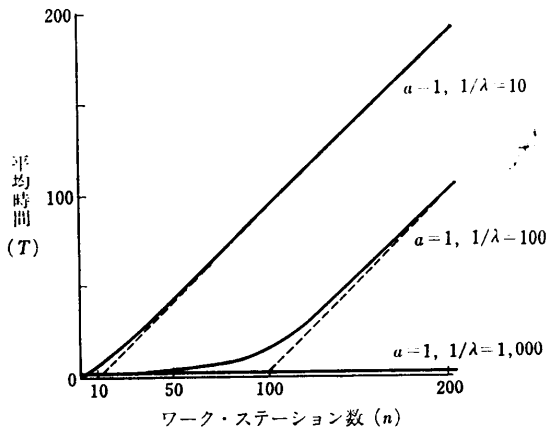


図2 ワーク・ステーション数と平均時間の関係
Fig. 2 Relationship among the number of stations and the average waiting time.

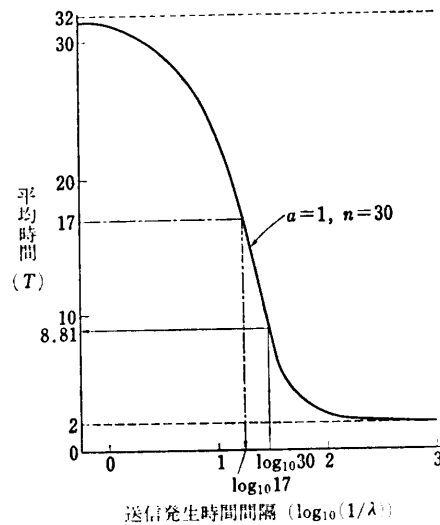


図3 送信要求発生時間間隔と平均時間の関係
Fig. 3 Relationship among the mean interval of the occurrences of data to transmit and the average waiting time.

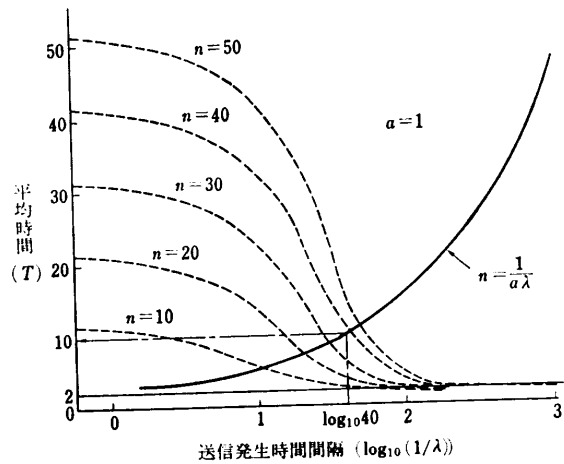


図4 $n=1/(a\lambda)$ 時の送信要求発生時間間隔と平均時間の関係
Fig. 4 Relationship among the mean interval of the occurrences of data to transmit and the average waiting time when $n=1/(a\lambda)$.

図4は，破線が $n=10 \sim 50$ のとき， $1/\lambda$ と T との関係を示し，実線が $n=1/(a\lambda)$ のとき， T と $1/\lambda$ の関係を示す。この図から， $1/\lambda$ が与えられたとき， $1/(a\lambda)$ 以下となる最大のワーク・ステーション数 N とそのときの T が求まる。たとえば， $1/\lambda=40$ のとき， $N=40$ まで T はステーション数にあまり影響されず，ただだか 10 であることを示している。

図5は， p_0 と T の関係を示す。 p_0 が1に近づくとき， T は大きくなるが，その増加量はわずかながら減

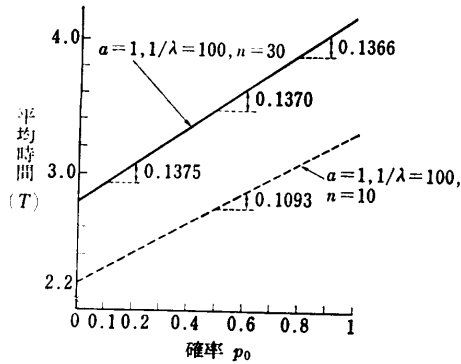


図5 送信要求確率 p_0 と平均時間の関係
Fig. 5 Relationship among the probability p_0 of the occurrences of data to transmit and the average waiting time.

少してゆく。実験は $a=1, 1/\lambda=100, n=30$ のときの p_0 と T の関係を示すが、 $p_0=0.1\sim 0.2$ のとき T の増加量が 0.1375 に対し、 $p_0=0.8\sim 0.9$ のとき 0.1366 となる。さらに、ワーク・ステーション数 n が少なくなれば、 T の増加量が少なくなることもわかる。破線は $a=1, 1/\lambda=100, n=10$ のときの p_0 と T の関係を示すが、 $n=30$ に比べて T の増加量が少ない。たとえば、 $n=30$ の場合、 $p_0=0.5\sim 0.6$ のとき T の増加量が 0.1370 に対し、 $n=10$ の場合、0.1093 となる。

6. 実験結果と理論式との比較

IBM 社のチューリッヒ研究所では、トークン・パッシング・リングの遅延特性について、ケーブル長が 2 km, パケット・サイズ 1,000 bit, 50 の端末装置で、実験を行っている⁷⁾。この論文の結果の式の妥当性を検証するため、IBM 社の実験結果と比較しよう。この実験値では、縦軸はシステム効率で、

$$\begin{aligned} \text{システム効率} &= \frac{\text{平均パケット転送時間}}{\text{平均伝送時間}} \\ &= \frac{\text{アクセス待時間} + \text{伝送時間} + \text{伝播遅れ}}{\text{平均伝送時間}} \end{aligned}$$

と定義されているが、この論文では、伝播遅れを考慮していないので、

$$\begin{aligned} \text{システム効率} &= \frac{\text{アクセス待時間} + \text{伝送時間}}{\text{平均伝送時間}} \\ &= \frac{T}{2a} \\ &= 1 + \frac{np}{2} \end{aligned} \quad (14)$$

とおく。横軸は回線利用率であり、

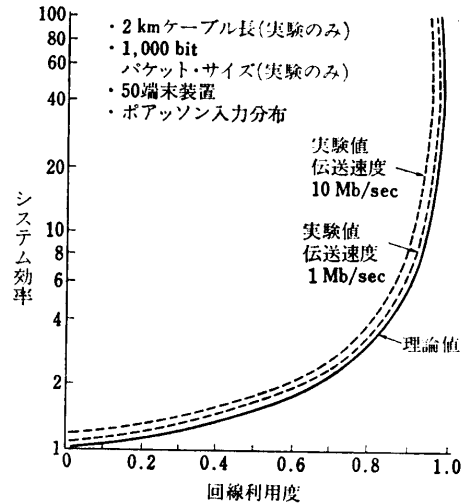


図6 遅延特性における実験値と理論値の比較
Fig. 6 Comparison with delays for theory and experiment.

$$\text{回線利用率} = \frac{\text{作動時間}}{\text{作動時間} + \text{待時間}}$$

と定義されているので、ここでは、

$$\begin{aligned} \text{回線利用率} &= \frac{\text{ビジー・トークンの回っている平均時間}}{\left(\text{ビジー・トークンの回っている平均時間}\right) + \left(\text{フリー・トークンの回っている平均時間}\right)} \\ &= \frac{a(n+1)p}{a\{1+(n+1)p\}} \quad (15) \\ &= 1/[1+(n+1)p] \end{aligned}$$

とおく。ここで、 $a(n+1)p$ は、注目するワーク・ステーションが、送信完了直後、フリー・トークンを出してから、再び送信完了して、フリー・トークンを出すか、または、送信要求が生じなくて、フリー・トークンを初めて通過させるまでのビジー・トークンの回っている平均時間を表している。この場合、フリー・トークンの回っている時間は明らかに a である。

図6に $n=49$ のとき、IBM 社の実験結果との比較を示す。実験結果とこの論文の理論値とは非常によく一致しており、理論式を導出した仮定の妥当性が示される。

7. まとめ

トークン・パッシング・リングにおける送信要求の発生から完了までの時間について、ワーク・ステーションの数、送信要求発生頻度との関係を議論した。ループを1周する時間とワーク・ステーションの数から、送信完了するまでの平均時間の上限、下限が決定

され、発生頻度が与えられるならば待ち時間の許容範囲の中でステーションの最大数を決定する方法を示した。ここで、 ρ を定義するとき、かなり大胆な仮定をしたが、IBM 社の実験結果と比較した結果、遅延特性は非常によく合っており、モデル解析の妥当性が確認された。

ネットワークを設計する際に、適当なステーションの数が何個であるかは重要な問題であり、ここで提案した理論式の導出は、実際面でのネットワークの構築の検討に大いに役立つであろう。

なお、この論文は、島個人と名城大学との共同研究であることを付記する。

謝辞 最後に、日本 IBM (株)の宇都宮猛氏に、この論文に関する資料収集にご協力いただいたことを深謝する。

参 考 文 献

- 1) 所真理雄, 田丸喜一郎: ローカルコンピュータ・ネットワーク [I], 電子通信学会誌, Vol. 65, No. 5, pp. 506-513 (1982).
- 2) 所真理雄, 田丸喜一郎: ローカルコンピュータ・ネットワーク [II・完], 電子通信学会誌, Vol. 65, No. 6, pp. 624-628 (1982).
- 3) 島 直, 明石文雄: ローカルネットワークの手引き, 情報処理, Vol. 23, No. 12, pp. 1169-1177 (1982).
- 4) 齊藤忠夫: ローカルエリアネットワーク総説, 情報処理, Vol. 23, No. 12, pp. 1123-1128 (1982).
- 5) 上谷晃引: コンピュータ通信, 電子通信学会誌, Vol. 62, No. 11, pp. 1310-1316 (1979).
- 6) 矢田光治, 八星禮剛: リング型ローカルエリアネットワーク, 情報処理, Vol. 23, No. 12, pp. 1146-1153 (1982).
- 7) Access 編集部: 情報機器利用の効率化を目指すローカル・エリア・ネットワーク (LAN), ACCESS, JAN/FEB, 日本アイ・ビー・エム(株), pp. 1-12 (1983).
- 8) Dixon, R. C., Strole, N. C. and Markov, J. D.: A Token-Ring Network for Local Data Communication, *IBM Syst. J.*, Vol. 22, Nos. 1/2, pp. 47-62 (1983).
- 9) 坂本正元: ローカル・エリア・ネットワーク, ビジネス・コミュニケーション '83, Vol. 20, No. 3, pp. 79-86 (1983).
- 10) 室伏章郎(編): ローカルネットワークの現状, 日経データプロ, DP 2-303-001~DP 2-303-012 (1983).
- 11) 米田 清: Ethernet の実時間応用のための遅延解析, 1982年度 OR 春季研究発表会, pp. 21-22 (1982).
- 12) Hayes, J.F. and Sherman, D.N.: Traffic Analysis of a Ring Switched Data Transmission System, *Bell Syst. Tech. J.*, Vol. 50, No. 9, November, pp. 2947-2978 (1971).

(昭和59年5月29日受付)
(昭和59年10月18日採録)