

小学校時間割作成における数理最適化モデルの構築

高橋 香^{1,a)} 林田 真治² 赤池 洋一² 山口 梨恵² 山本 剛大² 池上 敦子^{1,b)}

概要: 小学校の時間割作成では、限られた時限と教室を使って、各学年・各クラスに必要な科目を必要なコマ数だけ割り当てなければならない。各科目の授業はクラス担任教員だけでなく専科教員や出勤出来る曜日・時間帯に制約がある非常勤教員も行なう。1教員が授業を行なえるのは1つの時限に1クラスだけであり、各科目には授業可能教室が決まっている。さらに2コマ連続で授業を行なう科目や授業準備時間が必要な科目があるだけでなく、1日における科目構成のバランスも考慮しなければならない。本研究では、対象校や季節行事にあわせて柔軟な時間割作成を可能とする汎用性のある数理最適化モデルの構築を目指す。

1. はじめに

本研究では、学校教育機関における時間割作成を行なう。その中でも学年の数が最も多い小学校を対象とし、問題を考える。小学校は中学・高校と異なり、進級する度に科目の追加・削減と変動が多く行なわれる。また、低学年は幼稚園や保育園を卒園したばかりで、準備や移動を予定通りにこなすことが難しい。そのため、授業の前後を考えた余裕を持った時間割を組む必要がある。時間割を作成する上で考慮すべき点は他にも多々あげられる。これらの考慮点を踏まえつつ、限られた時限と教室を使って、各学年・各クラスの実施科目を必要なコマ数だけ割り当て、手作業で時間割を作成するのは困難であると言える。

対象小学校では4人の教員で2週分の時間割を作成している。また、通年で使用する時間割に加えて、運動会・文化祭といった季節行事の準備期間、プールの授業を行う夏季期間といった特殊な期間はそれぞれで専用の時間割を作成している。文部科学省が定めるカリキュラムや小学校側が決めるカリキュラムも毎年異なるため、一度決めた時間割を1年以上使い続けていくことが出来ず、毎年その年にあった時間割を新しく作成することが求められている。さらに小学校によっては毎週時間割を作成するところもあるという。よって、授業準備・クラス業務・会議やその他事務作業と忙しい日々を送る教員にとって、時間割作成にかかる時間の削減は急務と言える。

本研究では通常期間はもちろんのこと、特殊な期間にも対応可能で、様々な小学校で利用出来る汎用性のある数理最適化モデルの構築を目指す。

2. 提案モデル

小学校時間割作成において、考えられる制約は以下の通りである。本研究では図1のような1限と2限、3限と4限、5限と6限の間には5~10分程度の短い休憩時間(以下、小休憩)、2限と3限の間には20分程度の休憩時間(以下、中休憩)、4限と5限の間には給食やお弁当を食べて、生徒が自由に過ごせる昼休憩がある小学校を想定してモデルを説明する。

	月	火	水	木	金
1限			小休憩		
2限			中休憩		
3限			小休憩		
4限			昼休憩		
5限			小休憩		
6限					

図1 想定する時間割構成

- (1) 各学級の実施科目を時間割期間内で過不足無く必要なコマ数だけ授業を行なう
- (2) 各学級で授業がある日は、決められた時限まで穴をあけること無く授業を行なう
- (3) 同じ時限に1つの教室で行なえる授業は1つまで
- (4) 同じ時限に1人の教員が行なえる授業は1つまで

科目毎の必要コマ数を満たし、教室・教員の授業の重複を防ぐ上記4つの制約があれば、最低限の時間割の形を作ることが可能である。次に科目毎にある条件を満たす制約

¹ 成蹊大学
Seikei University, Musashino-shi, Tokyo 180-8633, Japan
² 成蹊小学校
Seikei Elementary School, Musashino-shi, Tokyo 180-8633, Japan
a) kaori@cleo.ci.seikei.ac.jp
b) atsuko@st.seikei.ac.jp

として以下のことが考えられる。

- (5) 教員毎に1日に行えるコマ数は上限まで
- (6) 科目毎に1日に行なえるコマ数は上限まで
- (7) 1日2コマが可能な科目は決められた日数だけ2コマ授業を行なえる
- (8) 2コマ連続科目は同一の教室で連続で授業を行なう
- (9) 同日に行えない科目のペアはそれぞれ別日に行なう

(5)の制約では、教員の1日の労働負荷を時間割期間内全体に満遍なく分散すると同時に、クラス担任教員が行なう科目授業と専科科目担当教員が行なう科目授業の1日のバランスを取ることが出来る。最後に、科目の割り当て位置に関する条件としては以下のことが考えられる。

- (10) 異なる特別教室で行なう授業を小休憩をはさむ各時限ペアで連続で行なわない
- (11) 小休憩をはさむ各時限ペアで連続で行なってはいけない学年・クラス・科目・教室の組合せで授業を行なわない
- (12) 専科科目が時間割期間内で指定した時限に集中しない
- (13) 曜日・時限が固定されている科目は必ずその曜日・時限に授業を行なう
- (14) やってはいけない曜日・時限で指定されている科目は必ずその曜日・時限に授業を行なうことを避ける

小休憩をはさむ時限ペアで異なる特別教室で授業を行なうことは、2科目分の教材の重さと小学生の力を考えると避けるべきである。一旦自教室に戻り、別の教材を取りに行くとしても、小学生の足や行動スピードでは移動に十分な時間が確保出来ない。したがって、(10)の制約を追加した。(11)では教科書以外の教材を主とした専科科目を想定している。例えば理科の授業では学年毎に使用する道具や薬品が異なるため、小休憩の間に片付けと準備を行なうのは難しい。この制約の考え方は専科科目はもちろん、専科科目以外の科目も対象にすることが出来る。また、ここでは小休憩として記したが、小休憩以外の指定した2つの時限間に対して同様の制約を持つことが可能である。(12)の制約では小学生の集中力や授業後の予定を考慮している。具体的には1-4限が対象であり、1限は1日で1番最初の授業であるため、授業に対して集中しにくく、その間は出来る限りクラス担任教員が授業を行なうことが望まれる。同様に、4限は授業終了後に昼食の準備が控えているため、小学生がすばやく行動出来るようにこちらでも出来る限りクラス担任教員が授業を行なうことが望まれる。また(13)(14)はどちらか得非常勤教員の出勤不可能曜日・時限を考慮することが可能である。

(5)(12)の上限設定は、値によって条件を満たすことが難しいことがある。したがって2つの条件は緩和制約とし、過剰分を表わす変数を使って違反を許し、その代わりに目的関数においてそれらの違反量の総和を最小化することにした。

3. 定式化

2節のモデルを基に定式化を行なった。教員の集合を T 、学年の集合を K 、学年 $k \in K$ のクラスの集合を C_k 、時間割を作成する週の集合を W 、週 $w \in W$ の曜日の集合を D_w 、学年 k 、クラス $c \in C_k$ 、週 w 、曜日 $d \in D_w$ に授業を行なえる時限の集合を J_{kcw} 、学年 k 、クラス c の科目の集合を S_{kc} 、学年 k 、クラス c 、科目 $s \in S_{kc}$ の授業可能な教室の集合を R_{kcs} とする。

(1)~(14)の制約を定式化するために、意決定変数として、学年 k 、クラス c で週 w の曜日 d の時限 j に科目 s を教室 $r \in R_{kcs}$ で行う場合1、そうでない場合0となる x_{kcwdsr} を利用する。

(5)の上限に対する違反量を表わす変数 γ_{twd} とする。また、ここでは(12)は専科科目が時間割期間内で1限と4限に集中しないようにするものとし、これらのコマ数の上限に対する違反量を表わす変数は α_{kcw} と β_{kcw} とする。そして、これら違反量の総和が最小となる時間割を求める。したがって、目的関数は以下ようになる。

minimize

$$\sum_{t \in T} \sum_{w \in W} \sum_{d \in D_w} \gamma_{twd} + \sum_{k \in K} \sum_{c \in C_k} \sum_{w \in W} \alpha_{kcw} + \sum_{k \in K} \sum_{c \in C_k} \sum_{w \in W} \beta_{kcw}$$

4. おわりに

3節の定式化と数理最適化汎用ソルバー [1] を利用し、計算実験を行なった。対象小学校で2週間分の合計10日間の時間割を作成した。6学年、各学年に4クラスの合計24クラスである。したがって $W = \{1, 2\}$ 、 $D_1 = \{\text{月, 火, \dots, 金}\}$ 、 $D_2 = \{\text{月, 火, \dots, 金}\}$ 、 $K = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 、 $C_1 = \{1, 2, 3, 4\}$ 、 \dots 、 $C_6 = \{1, 2, 3, 4\}$ とする。

表1 各学年1クラス毎の1週間分コマ数

学年	1年	2年	3年	4年	5年	6年	合計
コマ数	24	25	27	28	30	30	164

対象コマ数は $164(\text{コマ}) \times 4(\text{クラス}) \times 2(\text{週}) = 1,312$ コマである。教員は43人、教室は35教室である。詳細な制約条件の説明は省くが、意思決定変数の数は16,752、それ以外の変数の数は3,096、制約式の数は64,380となった。この問題を解いた結果、最適目的関数値(違反量)は62、計算時間が135.33秒であった。(計算環境にIntel core i3-3220 3.30GHz、メモリ4.00GとCPLEX12.5.0.0を用いた。)ここでは紙面の関係で定式化の掲載や結果の時間割の評価を省略しているが、発表において紹介する予定である。

参考文献

[1] 宮代隆平, 整数計画ソルバー入門, オペレーションズ・リサーチ, Vol.57, pp.183-189, 2012.