

# べき則分布に基づいた RS-PSO の性能評価

橋本廉<sup>†1</sup> 金子正人<sup>†2</sup> 岩井俊哉<sup>†2</sup>

**概要** : Particle Swarm Optimization (PSO) は、関数の最小値問題のような連続値最適化問題に適用できるメタヒューリスティクスの一つである。PSO は大域探索能力に乏しく、複雑な構造を有する問題において最適解を探索することは困難である。そこで、本研究では解探索性能の向上のため PSO の既存の改良手法である Random Search PSO (RS-PSO) においてべき則分布を使用する PSO の改良手法を提案する。提案手法の数値実験を行った結果、変数間依存関係のある多峰性関数の最小値探索において既存の PSO, RS-PSO より提案手法が有効であることが示された。

**キーワード** : 粒子群最適化法, 連続値最適化問題, べき則分布, ランダムウォーク, レヴィウォーク

## Performance evaluation of RS-PSO based on power law distribution

REN HASHIMOTO<sup>†1</sup> MASATO KANEKO<sup>†2</sup> TOSHIYA IWAI<sup>†2</sup>

**Abstract** : Particle Swarm Optimization (PSO) is one of meta-heuristics that can be applied to such continuous optimization problems as minimization problems of function. It is difficult to find solution for problems with complicated structure by use of PSO, because PSO does not have much effective ability on global search. Hence, in order to improve search abilities we propose a variant for PSO that use Power Law Distribution in Random Search PSO (RS-PSO). By our numerical simulation, proposed method shows high efficiency to search solutions for minimization problems of multimodal and non-separable functions by comparison with PSO and original RS-PSO.

**Keywords** : particle swarm optimization, continuous optimization problem, power law distribution, random walk, lévy walk

### 1. はじめに

PSO[1] (Particle Swarm Optimization) とは群知能の一種で鳥や魚の群れの運動を模倣した最適化手法である。PSO を関数最適化問題へ適用する場合、関数の定義域である多次元空間 (以下、探索空間と呼ぶ) 上を位置ベクトルと速度ベクトルを持った粒子が他の粒子と情報を交換しながら最適解を探索する。標準の PSO は探索の多様性に乏しく複雑な構造を有する関数に対して探索性能が低い。本研究では RS-PSO[2] (Random Search PSO) でランダムサーチを行う粒子にべき則分布に従う乱数を適用することで、複雑な構造を有する関数に対して探索性能が向上することを示す。

### 2. RS-PSO の概要

#### 2.1 PSO

世代数を  $t$ ,  $i$  番目粒子の  $D$  次元探索空間上の速度ベクトルを  $\mathbf{v}_i=(v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{ij}, \dots, v_{iD})$ , 位置ベクトルを  $\mathbf{x}_i=(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{iD})$  とすると,  $i$  番目粒子の速度と位置の更新式は式 (1), (2) によって定義される。

$$\mathbf{v}_{ij}^{(t+1)} = w\mathbf{v}_{ij}^{(t)} + c_1r_{1ij}^{(t)}(pbest_{ij}^{(t)} - \mathbf{x}_{ij}^{(t)}) + c_2r_{2ij}^{(t)}(gbest_j^{(t)} - \mathbf{x}_{ij}^{(t)}) \quad (1)$$

$$\mathbf{x}_{ij}^{(t+1)} = \mathbf{x}_{ij}^{(t)} + \mathbf{v}_{ij}^{(t+1)} \quad (2)$$

ここで,  $pbest_i$  は  $i$  番目粒子の探索履歴の中で最良の関数値を持つ位置ベクトル,  $gbest$  は  $\{pbest_i | i=1,2,\dots,N\}$  の中で最も良い関数値を持つ位置ベクトルである。ただし,  $N$  は粒子数である。  $w$  は慣性係数である。  $c_1, c_2$  は重み定数であり,  $pbest_i$  と  $gbest$  へと向かう力の度合いを表す。  $\{r_{1ij}\}, \{r_{2ij}\}$  は  $i, j, t$  に対して独立な  $[0,1]$  の一様乱数である。

#### 2.2 RS-PSO

既存の RS-PSO は, 全粒子の  $Rn\%$  をランダムウォークを行う粒子 (以下, ランダム粒子と呼ぶ) とし,  $Tr$  世代毎に全粒子からランダム粒子を再選択することで解探索の多様性を向上させる手法である。ランダム粒子の速度更新式を次式に示した。位置の更新は式 (2) に従う。

$$\mathbf{v}_{ij}^{(t)} = h \cdot r_{ij}^{(t)} \quad (3)$$

ここで  $r_{ij}$  は  $i, j, t$  に対して独立な  $[-1,1]$  の値を取る一様乱数であり,  $h$  はその振幅である。また, 更新時にランダム粒子の  $pbest_i$  も含めて  $gbest$  を決定する。

#### 2.3 べき則分布に基づいた RS-PSO

式(2),(3)で表される更新に従うと粒子の  $Tr$  世代での平均移動距離は 0 でその標準偏差は  $(1/3 \times h \times Tr)^{0.5}$  に比例する。本研究では解探索のさらなる多様性向上を目的として, 粒子が 1 世代で遠くまで移動できるように式(3)の  $r_{ij}$  の従う分布を一様分布から式(4)のべき則分布に変える。ただし,  $r=0$  での発散を防ぐため  $r$  の定義域の下限を  $r_0$  に制限する。

$$P(r) \propto r^{-\alpha} \quad : r > r_0 \quad (4)$$

<sup>†1</sup> 日本大学大学院工学研究科  
 Graduate School of Engineering, Nihon University  
<sup>†2</sup> 日本大学工学部  
 College of Engineering, Nihon University

このべき則分布を用いて次の2つの更新方法でランダム粒子の運動を考える。一つはべき則分布で次元成分毎に独立に速度を定める運動である。二つ目はべき則分布で1世代での速度の大きさを定め、方向を一様乱数で等方的に定める運動であり、この運動は近似的にレヴィウォークとなる。ここで、“近似的”というのはレヴィ分布のテイルが従うべき則分布を用いているためである。本稿では、前者の更新によるRS-PSOの探索モデルをIndependent Component (ICと略記)と呼び、後者をLévy Walk (LWと略記)と呼ぶ。さらに、探索中にICモデルからLWモデルへと切り替えるモデルをSwitchと呼ぶ。LWモデルでは粒子の探索方向をランダムに決定するため多様な方向への探索が期待できる。一方、ICモデルでは $r_{ij}$ が次元成分毎に独立でべき則分布の性質から大きな値を取りうるため、粒子の運動が座標軸方向に拘束されることが予測できる。

### 3. 数値実験の内容と方法

べき則分布を用いたRS-PSO (LW, IC, Switch)、通常のRS-PSO、通常のPSOの探索性能を比較するため、7種類のベンチマーク関数の最小値問題をそれぞれの手法で数値実験した。全ての手法で用いたパラメータ値は $N=100$ ,  $D=10$ ,  $Tr=10$ ,  $Rn=10$ , 探索の最大世代数MaxGen=30000であり、探索性能の指標として、各手法での100回の数値実験のうち最終世代の $gbest$ の関数値 $f(gbest)$ の値が規定値 $1.0 \times 10^{-4}$ を下回った回数(探索成功回数)を測定した。通常のRS-PSOで使用する $h$ の値は先行研究[2]より、探索空間である $D$ 次元正方格子の一辺の長さの半分とした。べき則分布を用いたRS-PSOは振幅 $h$ とべき則の指数 $\alpha$ の組 $(h, \alpha)$ を様々な値に設定して数値実験を行い、7つのベンチマーク関数の探索成功回数の和が一番多かった $(h, \alpha)$ の組について結果を示す。LWモデルは $(h, \alpha) = (0.4, 1.0)$ 、ICモデルは $(h, \alpha) = (0.8, 1.0)$ 、Switchモデルは $(h, \alpha) = (0.7, 1.0)$ とした。また、SwitchモデルでICモデルからLWモデルへの切り替えを行う世代は $(MaxGen \times 0.5)$ とした。数値実験で使用したベンチマーク関数を表1に示す。全ての関数の形状は多峰性で最小値は0である。

表1 ベンチマーク関数とその性質

Table 1 Benchmark functions and its properties.

関数名	変数間の依存関係	解の位置
①Rastrigin	なし	$\forall d$ で $x_d=0$
②Schwefel	なし	$\forall d$ で $x_d=420.968..$
③Ackley	なし	$\forall d$ で $x_d=0$
④Griewank	あり	$\forall d$ で $x_d=0$
⑤Rotated-Rastrigin	あり	$\forall d$ で $x_d=0$
⑥Rotated-Griewank	あり	$\forall d$ で $x_d=0$
⑦Rotated-Ackley	あり	$\forall d$ で $x_d=0$

### 4. 数値実験の結果と考察

表1に示した関数での数値実験から得た探索成功回数の結果を表2に示す。表中で黒背景の項目は各関数で最も成績が良いことを、斜体の項目は2番目に成績が良いことを示す。

表2より、変数間に依存関係を持たない①と③の関数ではRS-PSO、べき則分布を用いたRS-PSOの間に大きな探索性能の差は見られないが、②のSchwefel関数ではICモデルとSwitchモデルで解が探索できた。これは、Schwefel関数では座標軸方向に局所解が並んでいるためICモデルの探索が有効だったと考えられる。変数間に依存関係を持つ④~⑦の関数では、LWモデルとSwitchモデルの探索性能が高い。これらの関数では軸方向に拘束されず多様な方向へ探索できるモデルが有効であったと考えられる。同様の理由でRS-PSOでも解を発見できたと推測する。

べき則分布を用いたRS-PSOの特徴をまとめると、LWモデルはレヴィウォークによるバランスの良い局所的・大域的なランダムサーチによって変数間依存関係の有無に関わらず多峰性の関数で高い探索性能を示したが、Schwefel関数のように局所解が格子状に点在しかつ解同士が離れている関数では解の発見は難しい。ICモデルでは粒子の探索運動が座標軸に拘束されやすいという点から局所解が格子状に点在しているような関数に対して高い探索性能を示す反面、変数間依存関係を有する関数では解を発見することは困難である。SwitchモデルはLWとICの二つのモデルの相反する特徴を有しているので①~⑦の全ての関数で解を発見できた。これよりSwitchモデルは様々なタイプの関数に対して有効であると推測できる。

### 5. まとめと今後の課題

べき則分布を適用したRS-PSOがPSO, RS-PSOと比較して高い探索性能が得られることを示した。特にSwitchモデルは汎用的な探索性能を有していることが分かった。今後の課題として、DMS-PSO等の他の改良手法と探索性能の比較を行いたい。

表2 探索成功回数

Table 2 Success counts in search.

関数	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
手法							
PSO	0	0	92	1	0	0	68
RS-PSO	<b>96</b>	0	100	15	15	16	79
LW	<b>97</b>	0	100	53	92	61	93
IC	93	<b>99</b>	<b>99</b>	4	0	0	75
Switch	<b>97</b>	<b>70</b>	<b>100</b>	<b>32</b>	<b>75</b>	<b>36</b>	<b>90</b>

### 参考文献

- 1) Kennedy, J. and Eberhart, R. C.: Particle Swarm optimization, Proc. of IEEE the International Conference on Neural Networks, Vol. 4, pp.1942-1948 (1995).
- 2) 高橋勇太, 岩井俊哉: “ランダムサーチ PSO の提案と評価”, 日本大学工学部紀要, Vol. 55, No.1, 2013, pp.7-12.