正則集合と表現等価な正則時相論理 RTL†

平石裕実†† 矢島脩三††

超大規模論理回路技術の進展により，設計対象システムの形式的仕様記述や形式的検証手法の研究が重要になってきている．形式的仕様記述や形式的検証のアプローチとしては，命題論理や第1階述語論理，時相論理等の論理体系に基づく方法や，VDM や抽象データ型による仕様記述等の代数的方法，また，正則集合や第1# 表現等の系列記述に基づく方法等がある．特に時相論理は時間の概念を陽に表現できるため，現在，並行プロセスやハードウェアの設計検証との関連で研究が進められているが，従来の命題時相論理では有限オートマトンの性質が完全には記述できないため，種々のクラスの時相論理が提案されている．それらの中で，拡張時相論理は ω-正則集合を表現できるが，そのためには無限個の時相論理記号を必要とする．一方，インターバル時相論理の表現能力は真に正則集合を含んでいるが，充足可能性判定問題が決定不能になる等の問題点を含んでいる．設計対象を有限オートマトンと考えると，有限個の時相論理記号で正則集合を表現できる時相論理の体系を明らかにすることが重要であると考えられる．このような観点から，ここでは，時相論理記号として「:」と「⊡」を新たに導入し，正則集合と等価な表現能力を持ち充足可能性判定問題が決定可能な正則時相論理 (RTL) を示す．

1. まえがき

超大規模論理回路により大規模論理システムの構築が可能となりつつある現在，大規模論理システムを誤りなく正しく設計し，かつ実現して正しく動作していることの確認できる論理設計手法の確立がますます重要となってきている．このため，従来より論理設計の CAD/DA，論理設計手法，故障検査，設計検証等の研究が行われているが，論理設計検証については未だ実用的な手法が確立されておらず，設計対象システムの形式的仕様記述や形式的検証手法の研究が重要と考えられる．

形式的仕様記述や形式的検証のアプローチとしては，命題論理や第1階述語論理，時相論理[1] 等の論理体系に基づく方法や，VDM[2] や抽象データ型[3] による仕様記述等の代数的方法，また，正則集合や第1# 表現[4] 等の系列記述に基づく方法等がある．特に時相論理は時間の概念を陽に表現できるため，現在，並行プロセスやハードウェアの設計検証との関連で研究が進められているが[5)~11)]，従来の命題時相論理では有限オートマトンの性質を完全には記述できないため，種種のクラスの時相論理が提案されている．それらの中で，拡張時相論理 (ETL)[9] は無限長系列を取り扱い ω-正則集合を表現できるが，そのためには無限個の時相論理記号を必要とする．一方，インターバル時相論理 (ITL)[10] は有限長系列を取り扱い，その表現能力は真に正則集合を含んでいるが，充足可能性判定問題が決定不能になる等の問題点を含んでいる．設計対象を有限オートマトンと考えると，有限個の時相論理記号で正則集合を表現できる時相論理の体系を明らかにすることが重要であると考えられる．

このような観点から，ここでは時相論理記号として連接と繰り返しを意味する「:」と「⊡」を新たに導入し，正則集合と等価な表現能力を持ち充足可能性判定問題が決定可能な正則時相論理 (RTL) を示す．

以下2章で RTL のシンタックスとセマンティクスを与え，3章でその諸性質を示す．4章では RTL の表現能力が正則集合に等価であることを示し，5章で充足可能性判定問題が決定可能であることを示す．

2. 正則時相論理 RTL

ここでは，正則時相論理 RTL のシンタックスとセマンティクスを定義する．

2.1 RTL のシンタックス

［定義1］ **RTL の原始記号**

以下に述べる原始命題，論理記号，補助記号を RTL の原始記号という．

(1) **原始命題** p, q, r, …

(2) **論理記号** ∼, ∨, ○, ⊡, :

(3) **補助記号** (,)

ここで，∼, ∨, ○, ⊡, : を各々 **not, or, next, repeat, concatenation** と呼ぶ．また，原始命題の集合を以下 AP で表す．

［定義2］ **RTL の論理式 (RTL 式)**

† RTL: Regular Temporal Logic Expressively Equivalent to Regular Set by HIROMI HIRAISHI and SHUZO YAJIMA (Department of Information Science, Faculty of Engineering, Kyoto University).

†† 京都大学工学部情報工学教室

（1） p が原始命題の時，p は RTL 式である．

（2） η が RTL 式の時，$(\sim\eta)$ も RTL 式である．

（3） η, ξ が RTL 式の時，$(\eta \vee \xi)$ も RTL 式である．

（4） η が RTL 式の時，$(\bigcirc\eta)$ も RTL 式である．

（5） η が RTL 式の時，$(\boxdot\eta)$ も RTL 式である．

（6） η, ξ が RTL 式の時，$(\eta : \xi)$ も RTL 式である．

（7） 以上の（1）-（6）を有限回適用して得られるもののみが RTL 式である．

RTL 式全体の集合を LF で表す．また，次の略記を論理記号として適宜用いる．

$\eta \wedge \xi \triangleq (\sim((\sim\eta) \vee (\sim\xi)))$

$\eta \Rightarrow \xi \triangleq ((\sim\eta) \vee \xi)$

$\eta \equiv \xi \triangleq (\eta \Rightarrow \xi) \wedge (\xi \Rightarrow \eta)$

$V_T \triangleq (\eta \vee (\sim\eta))$

$V_F \triangleq (\sim V_T)$

以下，単項論理記号 $\sim, \bigcirc, \boxdot$ は，2項論理記号 $\wedge, \vee, \Rightarrow, :, \equiv$ よりも高い優先順位を持つものとし，論理記号の適用範囲が明確な場合は補助記号（,）を省略することがある．

2.2 RTL のセマンティクス

時相論理のセマンティクスは，一般に線形時間モデルに基づくものと分岐時間モデルに基づくものがあるが[1]，ここでは線形時間モデルに基づいて RTL 式の意味付けを行う．線形時間モデルでは，通常，長さ1以上の状態の（時）系列に対して論理式の真理値を定義するが，RTL では正則集合との関連を議論するために，長さ0の状態の空系列 ε に対しても論理式の真理値を与える．

［定義3］ **RTL のモデル**

Σ を状態の有限集合，$B=\{T, F\}$ を真理値の集合とし，各状態 $s \in \Sigma$ における原始命題 p の真理値を与える関数 $m_s : \Sigma \times AP \to B$ と，状態の空系列を表す ε に対する原始命題 p の真理値を与える関数 $m_\varepsilon : AP \to B$ を考える．m_s と m_ε により**原始命題の意味関数** $m : \{\varepsilon\} \cup \Sigma \times AP \to B$ を次のように定義する．

$p \in AP$, $x \in \{\varepsilon\} \cup \Sigma$ として，

$m(x, p) = m_s(x, p) \cdots$ $x \in \Sigma$ の時

$\qquad m_\varepsilon(p) \quad \cdots$ $x = \varepsilon$ の時

この時，$\langle \Sigma, m \rangle$ を **RTL のモデル**という．

RTL のモデル $\langle \Sigma, m \rangle$ は各状態 $s \in \Sigma$ と ε に対する原始命題の真理値を与えるものである．

［定義4］ **RTL 式の真理値**

Σ 上の系列 $\sigma \in \Sigma^*$（$\sigma=\varepsilon$ または $\sigma = s_0 s_1 \cdots s_n$ とする）に対して RTL 式の真理値を与える関数 $M : \Sigma^* \times LF \to B$ を次のように定義する．ただし，$p \in AP$, $\eta, \xi \in LF$ とし，$|\sigma|$ は系列 σ の長さを表し，$|\sigma| \geqq 2$ の時 $\sigma_1 = s_1 s_2 \cdots s_n$, $|\sigma|=1$ の時 $\sigma_1 = \varepsilon$ とする．

（1） $M(\sigma, p) = m(s_0, p) \cdots \sigma \neq \varepsilon$ の時

$\qquad m(\varepsilon, p) \cdots \sigma = \varepsilon$ の時

（2） $M(\sigma, \sim\eta) = T \cdots M(\sigma, \eta) = F$ の時

$\qquad F \cdots M(\sigma, \eta) = T$ の時

（3） $M(\sigma, \eta \vee \xi) = T \cdots M(\sigma, \eta) = T$ または $M(\sigma, \xi) = T$ の時

$\qquad F \cdots$ それ以外の時

（4） $M(\sigma, \bigcirc\eta) = T \cdots \sigma = \varepsilon$ で $M(\varepsilon, \eta) = T$ または $\sigma \neq \varepsilon$ で $M(\sigma_1, \eta) = T$ の時

$\qquad F \cdots$ それ以外の時

（5） $M(\sigma, \boxdot\eta) = T \cdots M(\alpha_i, \eta) = T$ なる $\alpha_i \in \Sigma^* (1 \leqq i \leqq m)$ が存在して，$\sigma = \alpha_1 \alpha_2 \cdots \alpha_m$ と表せる時

$\qquad F \cdots$ それ以外の時

（6） $M(\sigma, \eta : \xi) = T \cdots M(\alpha_1, \eta) = T$ かつ $M(\alpha_2, \xi) = T$ なる $\alpha_i \in \Sigma^* (i=1, 2)$ が存在して，$\sigma = \alpha_1 \alpha_2$ と表せる時

$\qquad F \cdots$ それ以外の時

$M(\sigma, \eta) = T$ の時，$\langle m, \sigma \rangle \models \eta$ と表し，m が明確な場合は単に $\sigma \models \eta$ と表す．RTL 式 η に対して，$\langle m, \sigma \rangle \models \eta$ となる m と σ が存在する時，η は**充足可能**であると言う．また，あるモデル $\langle \Sigma, m \rangle$ に対して，$\langle m, \sigma \rangle \models \eta$ となる σ が存在する時，η は **m のもとで充足可能**であると言う．任意の σ に対して $\langle m, \sigma \rangle \models \eta$ の時は単に $m \models \eta$ と表し，η は **m のもとで恒真**であると言う．さらに，任意の m に対して $m \models \eta$ の時，η は**恒真**であると言い $\models \eta$ と表す．

$\sigma = s_0 s_1 \cdots s_n$ に対する各論理式の直感的な意味を図1に示す．論理式 p は状態系列の先頭の状態で p が成立することを意味し，$\sim, \vee$ は通常の意味での否定と論理和を表している．$\bigcirc\eta$ は次の時刻以降の系列に対して η が成立することを意味し，$\boxdot\eta$ は繰り返し η が成立することを表し，$\eta : \xi$ は系列の前半で η が成立し後半で ξ が成立することを表現している．

3. RTL の諸性質

3.1 最小不動点としての解釈

あるモデル $\langle \Sigma, m \rangle$ に対して，LF 上の関係 $\overset{m}{\equiv}$,

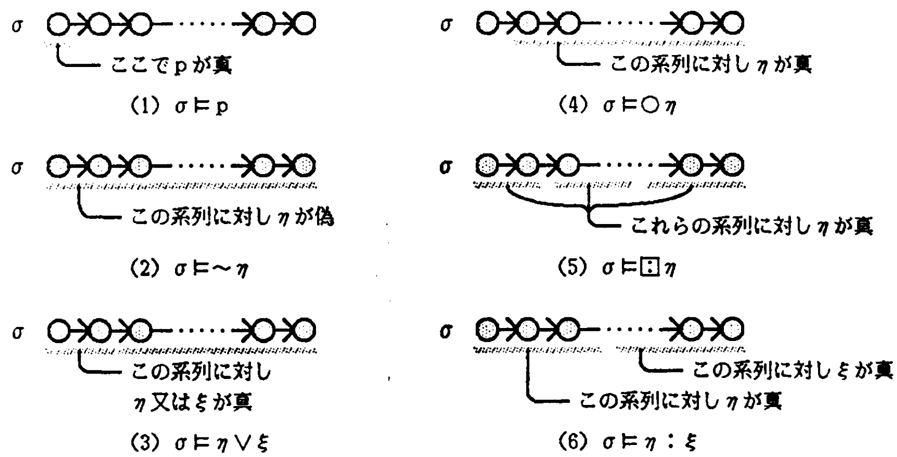


図 1 論理記号の意味
Fig. 1 Semantics of logic symbols.

$\overset{m}{\subseteq}$ を

$\eta \overset{m}{\equiv} \xi$ iff $m \models \eta \equiv \xi$

$\eta \overset{m}{\subseteq} \xi$ iff $m \models \eta \Rightarrow \xi$

と定義し，LF の $\overset{m}{\equiv}$ による商集合を $LF/\overset{m}{\equiv}$ とし，$\overset{m}{\subseteq}$に対応する $LF/\overset{m}{\equiv}$ 上の関係を $\leqq$ とすると，$\leqq$ は半順序関係となり，$LF/\overset{m}{\equiv}$ は $\leqq$ のもとで束となる．また，Σ をアルファベットとする言語全体からなるクラスを $D=2^{\Sigma^*}$ とすると，D は集合の包含関係 $\subseteq$ を半順序とする完備束となる．この時，LF から D への関数

$$L\langle \Sigma, m\rangle(\eta)=\{\sigma \mid \sigma\in\Sigma^*, \langle m, \sigma\rangle \models \eta\}$$

により RTL 式 η を D の要素に対応づけると，$\overset{m}{\subseteq}$ は $\subseteq$ に対応し $LF/\overset{m}{\equiv}$ は完備束 D の部分束となる．完備束 D の部分集合 X の上限，下限を各々 $\cup X$，$\cap X$ とし，$\cap D$ を $\perp$，$\cup D$ を $\top$ で表すと，$\perp = L\langle \Sigma, m\rangle(V_F)$，$\top = L\langle \Sigma, m\rangle(V_T)$ となる．また，RTL の論理記号も D 上の関数として自然に拡張でき，論理記号 $\vee$ と $\wedge$ が各々 $\cup$ と $\cap$ に対応する．

［定義 5］[12] **有向集合**

完備束 D の部分集合 $X\subset D$ が**有向**であるとは，任意の有限集合 $\{x_1, \cdots, x_n\}\subset X$ について，どの $i=1, 2, \cdots, n$ についても $x_i \subseteq y$ であるような $y\in X$ が存在することである．

［定義 6］[12] **連続関数**

D を完備束とする時，$f: D\to D$ が**連続**であるとは，任意の有向集合 $X\subset D$ に対して，$f(\cup X)=\cup f(X)$ が成り立つことである．ここに $\cup f(X)$ は $\cup\{f(x) \mid x\in X\}$ を表す．

［補題 1］[12] $f: D\to D$ を連続関数とすると，$f(x)=x$ なる $x\in D$ で最小のものが存在し，$\cup\{f^i(\perp) \mid i\geqq 0\}$ で与えられる．

ここに $f^0(x)=\perp$，$f^1(x)=f(x)$，$n>1$ として $f^n(x)=f(f^{n-1}(x))$ である．

［補題 2］ D 上の関数 $f(x)=\eta\vee(\eta : x)$ は連続関数である．

（証明） 付録Aに示す．

［定理 1］ $\boxdot\eta$ は $f(x)=\eta\vee(\eta : x)$ の最小不動点である．

（証明） 補題2より，$f(x)$ は連続関数であるので，$f(x)$ の最小不動点を α とすると，補題1より $\alpha=\cup\{f^i(\perp) \mid i\geqq 0\}$ となる．したがって，$\alpha=\bigvee_{i\geqq 1}\eta^i$ となり（ただし，$\eta^1\triangleq\eta$，$\eta^{i+1}\triangleq\eta : \eta^i$）$\boxdot$ の定義より $\boxdot\eta=\alpha$ となる．

3.2 種々の等式

RTL では通常の命題論理で成立する性質に加えて，次の諸性質が成立する．ここに，η, ξ, θ は RTL の論理式である．（証明は付録Bに示す．）

P 1．$\models(\boxdot\boxdot\eta)\equiv(\boxdot\eta)$

P 2．$\models((\eta : \xi) : \theta)\equiv(\eta : (\xi : \theta))$

P 3．$\models(\sim\bigcirc\eta)\equiv(\bigcirc\sim\eta)$

P 4．$\models(\bigcirc(\eta\vee\xi))\equiv(\bigcirc\eta\vee\bigcirc\xi)$

P 5．$\models(\bigcirc(\eta : \xi))\Rightarrow(\bigcirc\eta : \xi)$

P 6．$\models\bigcirc V_T$

P 7．$\models(\boxdot\eta\vee\boxdot\xi)\Rightarrow(\boxdot(\eta\vee\xi))$

P 8．$\models(\boxdot\eta : \boxdot\eta)\Rightarrow\boxdot\eta$

P 9．$\models(\boxdot\eta : \eta)\equiv(\eta : \boxdot\eta)$

P10．$\models\boxdot V_T$

P11．$\models\sim\boxdot V_F$

P 12. $\models ((\eta \vee \xi) : \theta) \equiv ((\eta : \theta) \vee (\xi : \theta))$

P 13. $\models (\eta : (\xi \vee \theta)) \equiv ((\eta : \xi) \vee (\eta : \theta))$

P 14. $\models \sim(\eta : V_F)$

P 15. $\models \sim(V_F : \eta)$

P 16. $\models (\boxdot\eta) \equiv (\eta \vee \eta^2 \vee \cdots \vee \eta^k \vee \eta^k : \boxdot\eta)$ $(k \geqq 1)$

ただし，$\eta^1 \triangleq \eta$, $\eta^{i+1} \triangleq \eta^i : \eta$ $(i \geqq 1)$

原始命題の意味関数 m' において，原始命題 p_0 が ε に対してのみ真（すなわち，$m'(\varepsilon, p_0) = T$, $m'(s, p_0) = F(^\forall s \in \Sigma)$）であると仮定すると，以下の性質が成り立つ．

P 17. $\langle m', \varepsilon \rangle \models p_0$

P 18. $\langle m', \sigma \rangle \models \sim p_0$ iff $\sigma \in \Sigma^+$

P 19. $\langle m', \sigma \rangle \models \bigcirc p_0$ iff $\sigma \in \{\varepsilon\} \cup \Sigma$

P 20. $\langle m', \sigma \rangle \models (\bigcirc p_0) \wedge (\sim p_0)$ iff $\sigma \in \Sigma$

P 21. $m' \models (\eta : p_0) \equiv \eta$

P 22. $m' \models (p_0 : \eta) \equiv \eta$

次にある信号線の値（0または1）の系列を RTL 式で記述する例を示す．ここで原始命題 p は現時刻において信号線の値が1の時にのみ真となる命題であり（ε に対しては偽とする），p_0 は ε に対してのみ真となる原始命題とする．

E 1．p

最初の時刻で信号が1である．

E 2．$V_T : p$

どこかの時点で信号が1となる．

E 3．$\sim(V_T : (\sim p \wedge \sim p_0))$

常に信号が1である．ここで $\sim p_0$ は ε を除去するために用いている．

E 4．$V_T : (p \wedge (\bigcirc p_0) \wedge (\sim p_0))$

最後の時刻で信号が1となる．ここで $(\bigcirc p_0) \wedge (\sim p_0)$ は長さ1の時間の信号線の値を抽出するために用いている．

E 5．$(\sim(V_T : p) \wedge \sim p_0) : \sim(V_T : (\sim p \wedge \sim p_0))$

信号が0から1へたかだか1回しか変化しない．

E 6．$\boxdot(\bigcirc(p \wedge (\bigcirc p_0) \wedge (\sim p_0)))$

先頭から偶数番目の時刻では信号が必ず1である．

E 7．$p \Rightarrow (V_T : (p \wedge (\bigcirc p_0) \wedge (\sim p_0)))$

最初の時刻で信号が1ならば最後の時刻でも信号は1である．

4. RTL の表現能力

ここでは RTL で表現できる系列集合と正則集合との関係について述べる．

モデル $\langle \Sigma, m \rangle$ のもとで RTL 式 η の真理値を T とするような Σ 上の系列全体の集合を $L\langle \Sigma, m \rangle(\eta)$ とする．すなわち，

$$L\langle \Sigma, m \rangle(\eta) = \{\sigma \mid \sigma \in \Sigma^*, \langle m, \sigma \rangle \models \eta\}$$

この時，η は $L\langle \Sigma, m \rangle(\eta)$ を表すと言う．

任意の m, η に対して $L\langle \Sigma, m \rangle(\eta)$ が Σ 上の正則集合であり，逆に Σ 上の任意の正則集合 R に対して $L\langle \Sigma, m \rangle(\eta) = R$ となる m, η が存在する時，RTL は**正則集合に表現等価**であると言う．

以下，特に混乱のおそれがない時は $L\langle \Sigma, m \rangle(\eta)$ を単に $L(\eta)$ と表す．

［定理2］ $L(\eta)$ は Σ 上の正則集合である．

（証明） RTL 式の構成方法に基づく帰納法により示す．

(1) $p \in AP$, $S(p) = \{s \mid s \in \Sigma, m(s, p) = T\}$ とすると，

$m(\varepsilon, p) = T$ ならば，$L(p) = \{\varepsilon\} \cup S(p)\Sigma^*$

$m(\varepsilon, p) = F$ ならば，$L(p) = S(p)\Sigma^*$

(2) $L(\sim\eta) = \Sigma^* - L(\eta)$

(3) $L(\eta \vee \xi) = L(\eta) + L(\xi)$

(4) $L(\bigcirc\eta) = \varepsilon + \Sigma L(\eta) \cdots \varepsilon \in L(\eta)$ の時

$\Sigma L(\eta) \quad \cdots \varepsilon \notin L(\eta)$ の時

(5) $L(\boxdot\eta) = L(\eta)^+$

(6) $L(\eta : \xi) = L(\eta)L(\xi)$

［定理3］ Σ 上の任意の正則集合 R に対し，あるモデル $\langle \Sigma, m \rangle$ のもとで R を表す RTL 式 η が存在する．

（証明） $\lceil \log_2 |\Sigma| \rceil + 1$ 個の原始命題 $p_0, p_1, \cdots, p_{\lceil \log_2 |\Sigma| \rceil}$ を用い，m を**表1**に示すように決める．すなわち，s_i に対して真となる $p_1' \wedge p_2' \wedge \cdots \wedge p_{\lceil \log_2 |\Sigma| \rceil}'$ の形の論理式は一意的に定まり，異なる s_i と s_j に対しては異なる論理式が対応する（ただし，p_k' は p_k あるいは $\sim p_k$ を表す）．また，p_0 は ε に対してのみ真となる原始命題である．

表1 原始命題の真理値
Table 1 Truth value of atomic propositions.

m	p_0	p_1	p_2	$\cdots$		$p_{\lceil \log_2 \|\Sigma\| \rceil}$
ε	T	F	F	$\cdots$	F	F
s_1	F	F	F	$\cdots$	F	F
s_2	F	F	F	$\cdots$	F	T
s_3	F	F	F	$\cdots$	T	F
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdots$	$\cdot$	$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdots$	$\cdot$	$\cdot$
$s_{\|\Sigma\|}$	F	T	T	$\cdots$	$\cdot$	$\cdot$

この時，正則集合 R を表す RTL 式を $RTL(R)$ とすると，$RTL(R)$ は下記のように再帰的に構成できる．ただし，R_1, R_2 は Σ 上の任意の正則集合とする．

$$RTL(\phi)=V_F$$

$$RTL(\varepsilon)=p_0$$

$$RTL(s_1)=\sim p_1\wedge\sim p_2\wedge\cdots\wedge\sim p_{\lceil\log_2|\Sigma|\rceil}\wedge\bigcirc p_0\wedge\sim p_0$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$RTL(R_1R_2)=(RTL(R_1)):(RTL(R_2))$$

$$RTL(R_1+R_2)=(RTL(R_1))\vee(RTL(R_2))$$

$$RTL(R_1^*)=p_0\vee\boxdot(RTL(R_1))$$

定理 2，3 より次の定理が成立する．

［定理 4］ RTL は正則集合に表現等価である．

5. RTL 式の充足可能性判定問題

RTL 式の充足可能性判定，恒真性判定について以下の定理が成立する．

［補題 3］ RTL 式 η の m のもとでの充足可能性判定問題は決定可能である．

（証明） η が表す系列集合を拡張正則表現 R で表現すると，$\langle m, \sigma\rangle\models\eta$ となる $\sigma\in\Sigma^*$ が存在するかどうかの判定問題は R の空集合判定問題に帰着できるので決定可能である．

［定理 5］ RTL 式 η の充足可能性判定問題は決定可能である．

（証明） η の充足可能性判定は，η が m のもとで充足可能となるような m が存在するかどうかを調べればよい．m は $\{\varepsilon\}\cup\Sigma\times AP\to B$ なる関数であるが，η の長さは有限でありたかだか有限個の原始命題しか含んでいない．η に含まれていない原始命題の各状態に対する T/F の値は η の真理値に影響を与えないので，η に含まれる有限個の原始命題に対する T/F の割り当てのみを考えれば十分である．また，Σ は有限集合であるので，m としてはたかだか有限個の関数のみを考えればよい．以上より，η の充足可能性判定問題は決定可能である．

［系 1］ RTL 式の恒真性判定問題は決定可能である．

RTL 式の充足可能性判定アルゴリズムとして，補題 3 および定理 5 の証明で用いた方法によると，拡張正則表現の空集合問題が非初等的である[13]ことから，非初等的な時間がかかる．

6. む す び

時相論理記号として「：」と「⊡」を用いて正則集合と等価な表現能力を持つ正則時相論理 RTL を導入し，その諸性質を示すとともに，充足可能性判定問題が決定可能であることを示した．今後 RTL の公理系を明らかにするとともに，論理設計検証への応用を考えていきたい．

謝辞 種々御議論いただいた矢島研究室の諸氏に感謝します．なお，本研究は一部文部省科学研究費による．

参 考 文 献

1) Rescher, N. and Urquhart, A.: *Temporal Logic*, Springer-Verlag, Wien (1971).
2) Bjorner, D.: *Formal Specification & Software Development*, Prentice-Hall, London (1982).
3) 稲垣，坂部：抽象データタイプの代数的仕様記述の基礎(4)，情報処理，Vol. 25, No. 4, pp. 971-986, No. 5, pp. 491-501 (1984).
4) 木村，矢島：論理回路の入力制約および入出力仕様の記述とその検証，信学会論文誌，Vol. J 69-D, No. 4, pp. 502-513 (1986).
5) Bochmann, G. V.: Hardware Specification with Temporal Logic: An Example, *IEEE Trans. Comput.*, Vol. C-31, No. 3, pp. 223-231 (1982).
6) Clarke, E. M., Emerson, E. A. and Sistla, A. P.: Automatic Verification of Finite State Concurrent Systems Using Temporal Logic Specifications: A Practical Approach, CMU Report, CMU-CS-83-152 (1983).
7) 藤田，田中，元岡：時相論理によるハードウェア同期部の仕様記述と Prolog によるその状態遷移表への自動合成法，情報処理学会論文誌，Vol. 26, No. 1, pp. 32-39 (1985).
8) Uehara, T., Saito, T., Maruyama, F. and Kawato, N.: DDL Verifier and Temporal Logic, *Proc. 6 th Int. Symp. on Computer Hardware Description Languages*, pp. 91-102 (1983).
9) Wolper, P.: Temporal Logic Can Be More Expressive, *Proc. 22nd Annual Symp. on Foundations of Computer Science*, pp. 340-348 (1981).
10) Moszkowski, B.: Reasoning about Digital Circuit, STAN-CS-83-970 (1983).
11) 岩沼，原尾，野口：時空間様相論理 ETSL の完全・無矛盾な公理系，信学会論文誌，Vol. J 69-D, No. 4, pp. 491-501 (1986).

12) 中島：数理情報学入門，数理科学ライブラリー3，朝倉書店，東京 (1982).
13) Aho, A. V., Hopcroft, J. E. and Ullman, J. D.: *The Design and Analysis of Computer Algorithms*, Addison-Wesley, New York (1974).
14) 平石，矢島：λ フリー正則集合と表現等価なテンポラル・ロジック，昭和61年度信学会総合全国大会，1435 (1986).
15) 平石，矢島：正則集合に表現等価なテンポラル・ロジック—正則時相論理 RTL—，信学会技術研究報告，COMP 86-3 (1986).

付　録

A．補題2の証明

連続関数の合成関数は連続であるので，$g(x) \triangleq r \vee x$ と $h(x) \triangleq r : x$ の連続性を示す．以下の証明において，$X \subset D$ とする．

a）$g(x)$ の連続性

関数$\vee$は D において $\cup$ と等価であるので $g(x) = \cup\{r, x\}$ である．したがって，$\cup g(X) = \cup\{\cup\{r\}, \cup X\} = \cup\{r, \cup X\} = g(\cup X)$ である．

b）$h(x)$ の連続性

r は Σ^* の部分集合であるので r に含まれる要素数はたかだか加算無限個であるので $|r|$ に関する帰納法により証明する．

（1）$|r|=0$ の時，$r=\phi$（空集合）であるので ${}^\forall x \in X$ に対して $h(x)=\phi$ となり，明らかに $\cup h(X) = h(\cup X)$ である．

（2）$|r|=1$ の時，$r=\{\sigma\}(\sigma \in \Sigma^*)$ とする．この時，$\cup h(X)$ の中に σ で始まらない語 w が含まれるとすると，${}^\forall x \in X$ に対して $h(x)$ に含まれる語はすべて σ で始まるので，

$$h(x) \subseteq \cup h(X) - \{w\} \subsetneq \cup h(X)$$

となり $\cup h(X)$ の最小性に矛盾する．したがって，$\cup h(X)$ の語はすべて σ で始まるので $\cup h(X) = h(\alpha)$（ただし，$\alpha \in D$）と表せる．$Y \triangleq \{y | {}^\forall x \in X$ に対して，$x \subseteq y\}$ とすると，${}^\forall x \in X$ に対して $h(x) \subseteq h(\alpha)$ なので $x \subseteq \alpha$ となり $\alpha \in Y$ となる．したがって，$\cup h(X) \in h(Y)$ である（ただし，$h(Y) \triangleq \{ry | y \in Y\}$）．これより，

$$\cap h(Y) \subseteq \cup h(X) \qquad (\text{A}.1)$$

である．

一方，$\cup X = \cap Y$, ${}^\forall x \in X$ に対して $x \subseteq \cup X$ なので $\cap Y \in Y$, $h(\cap Y) \in h(Y)$ となり，

$$\cap h(Y) \subseteq h(\cap Y) \qquad (\text{A}.2)$$

となる．ところで，${}^\forall y \in Y$ に対して $h(\cap Y) \subseteq h(y)$ であるので，

$$h(\cap Y) \subseteq \cap h(Y) \qquad (\text{A}.3)$$

となる．したがって，式(A.2)と(A.3)より

$$\cap h(Y) = h(\cap Y) = h(\cup X). \qquad (\text{A}.4)$$

また，${}^\forall x \in X$ に対して $x \subseteq \cup X$ なので，$h(x) \subseteq h(\cup X)$ となり，

$$\cup h(X) \subseteq h(\cup X) \qquad (\text{A}.5)$$

となる．

したがって，式(A.1)，(A.4)，(A.5)より，$\cup h(X) = h(\cup X)$ となる．

（3）$|r|=n$ の時，$\cup h(X) = h(\subset X)$ とする．$|r'| = n+1$ の時，$r' = r \cup \{\sigma\}$ と表す（ただし，$\sigma \notin r$, $|r| = n$ とする）．

$$\begin{aligned} \cup h(X) &= \cup(rX \cup \{\sigma\}X) \\ &= \cup\{r \cup X, \{\sigma\} \cup X\} \\ &= r' \cup X = h(\cup X) \end{aligned}$$

B．P1–P22 の証明

P1．$L(\boxdot\boxdot\eta) = (L(\eta)^+)^+ = L(\eta)^+ = L(\boxdot\eta)$

P2．$L((\eta : \xi) : \theta) = L(\eta)L(\xi)L(\theta)$
$\qquad = L(\eta : (\xi : \theta))$

P3．$\varepsilon \in L(\eta)$ の時，
$\qquad L(\sim\bigcirc\eta) = L(\bigcirc\sim\eta) = \Sigma^+ - \Sigma L(\eta)$
$\quad \varepsilon \notin L(\eta)$ の時，
$\qquad L(\sim\bigcirc\eta) = L(\bigcirc\sim\eta) = \Sigma^* - \Sigma L(\eta)$

P4．$\varepsilon \in L(\eta \vee \xi)$ の時，
$\qquad L(\bigcirc(\eta \vee \xi)) = L(\bigcirc\eta \vee \bigcirc\xi)$
$\qquad\qquad = \varepsilon + \Sigma(L(\eta) + L(\xi))$
$\quad \varepsilon \notin L(\eta \vee \xi)$ の時，
$\qquad L(\bigcirc(\eta \vee \xi)) = L(\bigcirc\eta \vee \bigcirc\xi)$
$\qquad\qquad = \Sigma(L(\eta) + L(\xi))$

P5．$\varepsilon \in L(\eta)$, $\varepsilon \in L(\xi)$ の時，
$\qquad L(\bigcirc(\eta : \xi)) = \varepsilon + \Sigma L(\eta)L(\xi)$
$\qquad L(\bigcirc\eta : \xi) = \varepsilon + L(\xi) + \Sigma L(\eta)L(\xi)$
$\quad \varepsilon \in L(\eta)$, $\varepsilon \notin L(\xi)$ の時，
$\qquad L(\bigcirc(\eta : \xi)) = \Sigma L(\eta)L(\xi)$
$\qquad L(\bigcirc\eta : \xi) = L(\xi) + \Sigma L(\eta)L(\xi)$
$\quad \varepsilon \notin L(\eta)$ の時，
$\qquad L(\bigcirc(\eta : \xi)) = L(\bigcirc\eta : \xi)$
$\qquad\qquad = \Sigma L(\eta)L(\xi)$

P6．$L(\bigcirc V_T) = \Sigma^*$

P7．$L(\boxdot\eta \vee \boxdot\xi) = L(\eta)^+ + L(\xi)^+$
$\qquad L(\boxdot(\eta \vee \xi)) = (L(\eta) + L(\xi))^+$

P8．$L(\boxdot\eta : \boxdot\eta) = L(\eta)^+ L(\eta)^+$
$\qquad = L(\eta)L(\eta)^+$

$L(\boxdot\eta)=L(\eta)^{+}$

P 9. $L(\boxdot\eta:\eta)=L(\eta:\boxdot\eta)=L(\eta)L(\eta)^{+}$

P 10. $L(\boxdot V_T)=(\Sigma^{*})^{+}=\Sigma^{*}$

P 11. $L(\sim\boxdot V_F)=\Sigma^{*}-\phi^{+}=\Sigma^{*}$

P 12. $L((\eta\vee\xi):\theta)=L((\eta:\theta)\vee(\xi:\theta))$
$\qquad=(L(\eta)+L(\xi))L(\theta)$

P 13. $L(\eta:(\xi\vee\theta))=L((\eta:\xi)\vee(\eta:\theta))$
$\qquad=L(\eta)(L(\xi)+L(\theta))$

P 14. $L(\sim(\eta:V_F))=\Sigma^{*}-L(\eta)\phi=\Sigma^{*}$

P 15. $L(\sim(V_F:\eta))=\Sigma^{*}-\phi L(\eta)=\Sigma^{*}$

P 16. $L(\boxdot\eta)=L(\eta)^{+}$
$\qquad=L(\eta)+L(\eta)^{2}+\cdots+L(\eta)^{k}+L(\eta)^{k}L(\eta)^{+}$
$\qquad=L(\eta\vee\eta^{2}\vee\cdots\vee\eta^{k}\vee\eta^{k}:\boxdot\eta)$

P 17. $L\langle\Sigma,m'\rangle(p_0)=\varepsilon$

P 18. $L\langle\Sigma,m'\rangle(\sim p_0)=\Sigma^{*}-\varepsilon=\Sigma^{+}$

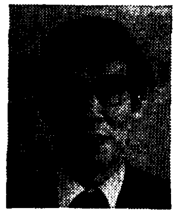
P 19. $L\langle\Sigma,m'\rangle(\bigcirc p_0)=\varepsilon+\Sigma$

P 20. $L\langle\Sigma,m'\rangle(\bigcirc p_0\wedge\sim p_0)=\Sigma^{+}\cap(\varepsilon+\Sigma)$
$\qquad=\Sigma$

P 21. $L\langle\Sigma,m'\rangle(\eta:p_0)=L\langle\Sigma,m'\rangle(\eta)$

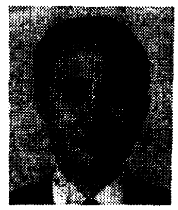
P 22. $L\langle\Sigma,m'\rangle(p_0:\eta)=L\langle\Sigma,m'\rangle(\eta)$

(昭和 61 年 7 月 4 日受付)
(昭和 61 年 11 月 5 日採録)



平石　裕実（正会員）

昭和 26 年生．昭和 48 年京都大学工学部電子工学科卒業．昭和 50 年同大学院修士課程（電気工学第二）修了．同年京都大学工学部情報工学教室助手．昭和 59 年同教室講師．工学博士．論理設計検証，時相論理，論理設計用CAD，計算機グラフィクス等の研究に従事．電子情報通信学会会員．



矢島　脩三（正会員）

昭和 8 年生．昭和 31 年京都大学工学部電気工学科卒業．同大学院博士課程修了．工学博士．昭和 36 年より京大工学部に勤務，昭和 46 年情報工学科教授．昭和 35 年京大第一号計算機 KDC-1 を設計稼動．以来，計算機，論理設計，オートマトン等の研究教育に従事．著書は「電子計算機の機能と構造」（岩波，57 年）等．本学会元常務理事，元会誌編集委員（地方），元 JIP 編集委員．電子情報通信学会元評議員およびオートマトンと言語研専元委員長，North-Holland 出版 IPL 編集委員，IEEE Senior Member.