

離散ガウシアンと Gabor スペクトルとの時間, 周波数畳み込みによる 局所時空間領域での分解能変換

Resolution Conversion Of A Local Time-Frequency Region By The Convolution Of The Time-Frequency Direction Of The Discrete Gaussian And Gabor Spectrum

高木雅之[†]
Masayuki Takagi

荒井秀一[†]
Shuichi Arai

1. まえがき

非定常信号の解析には Gabor 変換 [1] がよく用いられる。この手法は短時間フーリエ変換 (Short Time Fourier Transform:STFT)[2] の窓関数に Gauss 関数を用いて信号を切りだし、その区間を移動させながらフーリエ変換を行なう手法である。Gabor 変換をはじめとする STFT では、時間, 周波数分解能がトレードオフの関係にあるという問題を有する。従って、信号を解析する際、解析対象や目的によって分解能を決める必要があるが、事前に適切な分解能を定めるのは難しい。そのため、一度の解析では解析要求を満たせず、分解能を変えて再度解析を行なうことが多い。この場合、音の立ち上がり付近では高時間分解能での解析、定常部では高周波数分解能での解析などスペクトルの一部分を再解析すれば十分である。しかし、STFT では一般的に FFT アルゴリズムを用いるため全周波数 bin でのスペクトルが算出されるが、異なる分解能での解析結果が必要なのはスペクトルの一部であるため冗長である。そこで、本稿では再解析せずに局所時空間領域でのスペクトル分解能を変換する手法を提案する。

2. 分解能変換手法

Gabor 変換は、式 (1) のように、入力信号 $x(t)$ に Gauss 窓 $w_\sigma(t)$ をかけてフーリエ変換したものである。

$$X_\sigma(t_0, \omega) = \int w_\sigma(t - t_0) \cdot x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (1)$$

ただし、 $w_\sigma(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$

Gabor 変換では Gauss 窓の標準偏差 σ が分解能を決定する。窓関数の端点で最大振幅に対する振幅比が量子化誤差 ε より小さくなるようにフレーム長 L [sec] を設定すると式 (2) のように標準偏差 σ は算出できる。

$$\sigma = \frac{L}{2\sqrt{-2\ln\varepsilon}} \quad (2)$$

我々は、式 (3),(4) を用いて、図 1 に示すような Gabor 変換によって算出されたスペクトルの分解能を変換する手法を提案している [3, 4]。式 (3) はある分解能のスペクトルを高周波数分解能のスペクトルに変換できることを示している [3]。また、式 (4) はある分解能のスペクトルを高時間分解能のスペクトルに変換できることを示している [4]。これらの手法は、予め算出された Gabor スペクトル $X_\sigma(t, \omega)$ に対して Gauss 関数 $g_{\sigma_e}^N(t), G_{\sigma_s}(\omega)$ を T, Ω ごとに間引き、 M_t, M_ω 項畳み込みすることで、分解能を α 倍したスペクトル $\hat{X}_{\alpha\sigma}(t, \omega), \tilde{X}_{\alpha\sigma}(t, \omega)$ に変換する手法である。

$$\hat{X}_{\alpha\sigma}(t_0, \omega) = \sum_{m=-M_t}^{M_t} \left\{ X_\sigma(t_0 + mT, \omega) \cdot g_{\sigma_e}^N(mT) \right\} \cdot T \quad (3)$$

$$\text{ただし、} g_{\sigma_e}^N(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_e} e^{-\frac{t^2}{2\sigma_e^2}}, \sigma_e = \sqrt{\alpha^2 - 1} \cdot \sigma, (\alpha > 1),$$

$$T \leq \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{-\ln\varepsilon}} \sqrt{1 - \frac{1}{\alpha^2}} \sigma, M_t \geq \frac{-\ln\varepsilon}{\pi} \alpha$$

[†] 東京都市大学大学院 工学研究科
Graduate School of Engineering, Tokyo City University

$$\tilde{X}_{\alpha\sigma}(t_0, \omega) = \frac{1}{2\pi\alpha} \cdot \sum_{m=-M_\omega}^{M_\omega} \left\{ X_\sigma(t, \omega_0 + m\Omega) \cdot G_{\sigma_s}(m\Omega) \cdot e^{j(m\Omega)t} \right\} \cdot \Omega \quad (4)$$

$$\text{ただし、} G_{\sigma_s}(\omega) = e^{-\frac{\omega^2}{2(\frac{\sigma}{\alpha})^2}}, \sigma_s = \frac{\alpha}{\sqrt{1 - \alpha^2}} \sigma, (\alpha < 1),$$

$$\Omega \leq \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{-\ln\varepsilon} \cdot \sigma} \sqrt{1 - \alpha^2}, M_\omega \geq \frac{-\ln\varepsilon}{\pi} \cdot \frac{1}{\alpha}$$

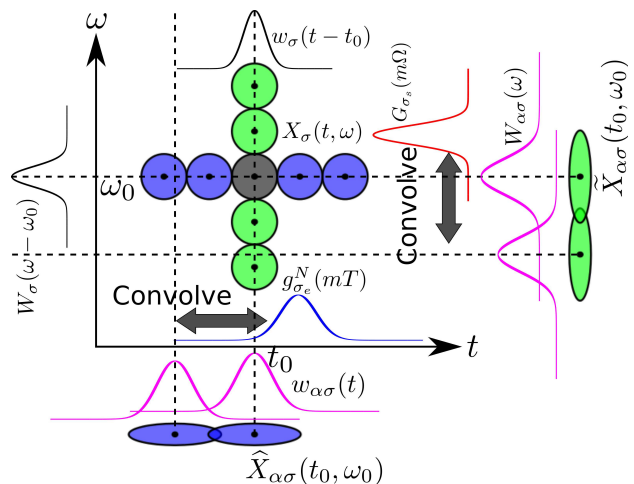


図 1: 分解能変換手法

3. 提案手法

局所時空間領域での分解能変換を行なうには高時間分解能のスペクトルと高周波数分解能のスペクトルに変換する必要がある。そのため、ある分解能のスペクトルを高時間分解能のスペクトルに変換する手法と高周波数分解能のスペクトルに変換する手法の 2 つを提案する。信号処理の分野において時間域と周波数域は双対の関係であるため、提案手法は、手順を変えることなく時間と周波数の関係を入れ替えるのみで任意の分解能のスペクトルに変換できる。そのためここでは、ある分解能のスペクトルを高周波数分解能のスペクトルに変換する手法を示すが、同様の手順で高時間分解能のスペクトルに変換できる。最初に、入力として信号 $x(n)$ を与え、フレーム長 N [sample], フレーム周期 Δt [sample] で Gabor 変換する。すると図 2 中 A のように、フレーム周期 Δt , 周波数 bin 間隔 $\Delta\omega$ ごとにスペクトル $X_\sigma(t, \omega)$ を算出できる。このスペクトル $X_\sigma(t, \omega)$ を高周波数分解能のスペクトル $\hat{X}_{\alpha\sigma}(t, \omega)$ に変換する際に、周波数 bin 間隔 $\Delta\omega$ を変化させずに分解能変換を行なうと図 2 中 B の白抜き部分のように周波数方向にスペクトル密度が低くなる周波数帯域が生じる。そのため、分解能を変換すると同時にスペクトル密度を考慮してスペクトルを周波数方向に補間する必要がある。ここで我々は分解

能変換手法の位相項に着目した。図1に示すように、スペクトル $X_\sigma(t, \omega)$ に対して任意の時刻, 周波数を中心に Gauss 関数を畳み込みことで, 任意の時刻, 周波数にスペクトルを合成できる。この場合, スペクトルを補間する方法としてスペクトル $X_\sigma(t, \omega)$ に対し補間する周波数を中心に Gauss 関数 $G_{\sigma_s}(m\Omega)$ を周波数方向に畳み込む。このとき, 変換倍率は精度を担保でき計算量が最小である $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 倍 [4] とした。結果として, 図2中Cに示すように, 任意の周波数に高時間分解能のスペクトル $\tilde{X}_{\frac{\sqrt{3}}{2}\sigma}(t, \omega)$ を合成できる。次にスペクトル $\tilde{X}_{\frac{\sqrt{3}}{2}\sigma}(t, \omega)$ に対して時間方向に Gauss 関数 $g_{\sigma_e}^N(mT)$ を畳み込む。すると図2中Dのように, 補間するスペクトル $\tilde{X}_{\frac{\sqrt{3}}{2}\sigma}(t, \omega)$ を高周波数分解能のスペクトル $\tilde{X}_{\alpha\sigma}(t, \omega)$ に変換できる。最後に図2中BとDを組み合わせると, 図2中Eのようにスペクトル密度を考慮し, 分解能を変換したスペクトル $\tilde{X}_{\alpha\sigma}(t, \omega)$ を合成できる。

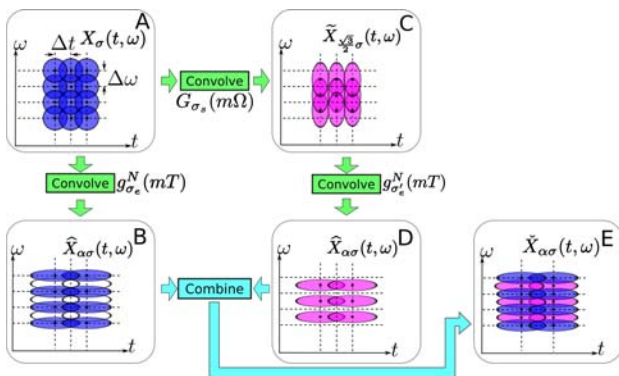


図2: 高周波数分解能のスペクトルに変換する手法

4. 実験

本章では, 提案手法を用いた実行例と計算量の評価を行った結果を示す。まず, 図3にギターと声の混在した楽音に対して提案手法を用いて分解能変換した結果のスペクトログラムを示す。図3に示すように, 高時間分解能に変換した際には音の立ち上がりの時刻を詳細に解析できている。また, 高周波数分解能に変換した際には, ギターの音と声を分離して周波数成分を解析できている。次に, 提案手法の有効性を示すため計算量(乗算の回数)の評価を行なう。提案手法は局所時空間領域を指定し, その領域内におけるスペクトルの分解能を任意に変換する。今回, 分解能変換を行なう時空間は平方として実験を行った。実験条件を表1に, 実験結果を図4に示す。図4における50[フレーム数, bin数]は約1[sec], 270[Hz]の時空間であり, この時空間領域の分解能を変換した際には, 計算量を約1/5以下まで削減できる。

量子化誤差 ε	16bit 量子化誤差
フレーム長 N	8192 [sample]
分解能変換倍率 α	2, 4, 8, $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$

表1: 実験条件

5. 結論

本稿では, 分解能変換手法の位相項に着目し, 任意の時刻, 周波数にスペクトルの補間を行い分解能変換するという, 局所時空間領域での分解能変換手法を提案した。提案手法は実際に局所時空間領域の分解能を変換でき, 計算量を約1/5以下まで削減できることを示した。

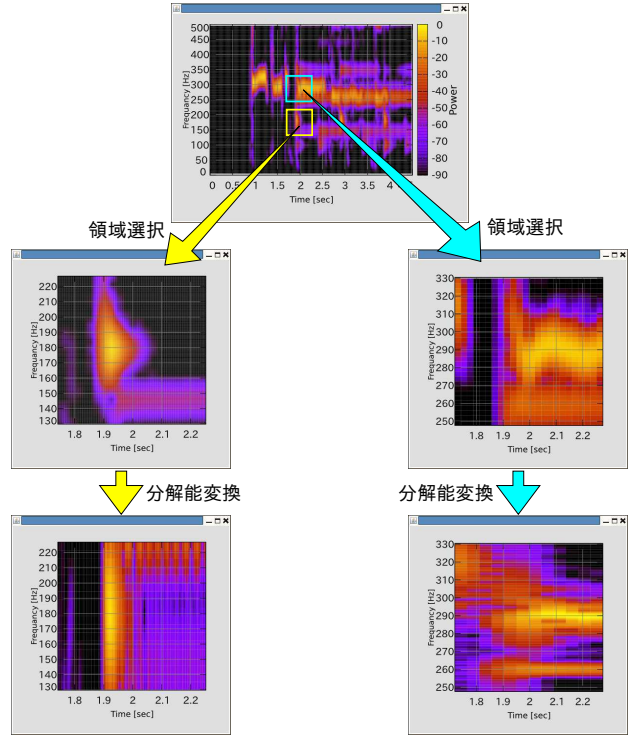


図3: 提案手法の実行例

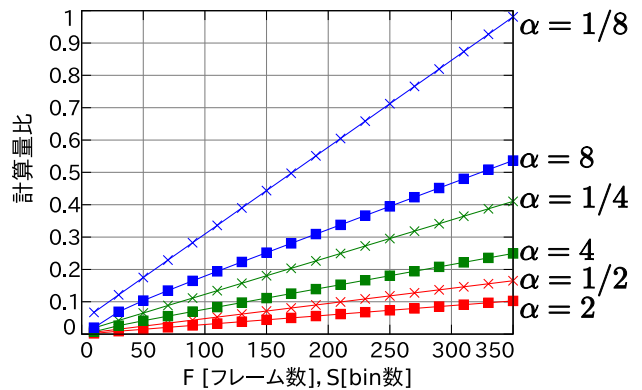


図4: 提案手法とFFTの計算量比

参考文献

- [1] D. Gabor, "Theory of communication," J. Inst. Elect. Eng., vol.93, no.111, pp.429-457, London, 1946.
- [2] J.B. Allen, L.R. Rabiner, "A unified approach to short-time Fourier analysis and synthesis", Proc. IEEE, vol.65, pp.1558-1564, Nov. 1977.
- [3] Takayama Ryosuke, and Shuichi Arai. "Fast multiresolution Gabor Transform based on synthesis of high frequency resolution spectrum from low frequency resolution spectra." Signal and Information Processing (GlobalSIP), 2014 IEEE Global Conference on. IEEE, 2014.
- [4] Ishikawa Takanobu, Ryosuke Takayama, and Shuichi Arai. "Fast Gabor Wavelet Transform Based on Synthesis of Gabor Spectrum using Convolution of Gaussian." 11th international conference on Sampling Theory and Applications (SampTA 2015). 2015.