

外部性を考慮した複数枠入札に対応可能な スポンサードサーチオークション

Sponsored Search Auction considering Combinational Bids with Externalities

今田隆資[†]
Ryusuke Imada

藤田桂英[†]
Katsuhide Fujita

1. はじめに

スポンサードサーチとは Yahoo! や Google などで検索をした際に、結果の上部や右側に表示される広告のことである。キーワード連動型広告、キーワード広告、リスティング広告などとも呼ばれる。スポンサードサーチでは、広告主は広告がクリックされたときに料金を支払う仕組みであり (pay per click), クリックするユーザは基本的に広告に興味を持つ可能性が高いため、広告の影響力を明確にすることができる。1997 年以降、多くの国でサービスを開始し、広告収入は年々増加し続けている [1, 2]。多くのユーザが検索を行うことでスポンサードサーチを目にし、身近になっており、検索エンジンを扱う企業にとってスポンサードサーチは大きな収入となっている。

スポンサードサーチにおける掲載順番や広告主の支払額はオークションによって決められている。現在は、入札額が高い順に掲載順位が決定され、支払額は、第一入札価格や、一般化第二入札価格によって決められることが多い。しかし、これらのオークションは誘因両立性が証明されておらず、入札者が戦略によって市場の不安定を引き起こす可能性がある [3]。

近年、外部性と呼ばれる要素が広告がクリックされる確率に影響を与えることが分かってきており、広告の割当を決定する際に外部性を考慮したメカニズムの開発が重要である [4, 5, 6]。外部性は、影響を与える要素や与え方などによって様々な種類が存在する。しかし、外部性を導入すると広告の割当て計算が複雑になり、計算量が NP 困難になることが知られている [5]。そこで、Gatti ら [7] は、外部性を考慮し、広告 1 人につき広告 1 つまでという条件ではあるが、多項式時間で近似解を発見するアルゴリズムを提案している。さらに、支払い関数の設定により、誘因両立性を証明し、実時間で近似率の高い近似解を求められることを示している。

しかし、既存研究では広告主が複数枠を入札する場合は考慮されていなかった。そこで、本論文では広告主が枠数に応じた価値を反映した入札を行うことで、広告主 1 人につき広告枠は 1 つまでという制限の中であることができるような複数枠の入札を行うことができるアルゴリズムを提案する。本論文で提案するアルゴリズムは近年着目されている外部性を考慮し、クリックされる確率に反映させることができる。さらに、入札者の戦略的操作を不可能にし市場を安定化させる性質である誘因両立性を満たしている。本論文は、提案するアルゴリズムの単調性を証明することで誘因両立性を持つことを示す。また、提案したアルゴリズム



図 1: スポンサードサーチ例 (Yahoo!)

の計算量、近似率の理論値を算出し、シミュレーション実験により、入札数、広告枠、最大入札可能数の変化による近似率と計算時間の変化を評価する。

以下に、本論文の主な貢献を示す。

- 複数の広告の入札を考慮した割当アルゴリズムの提案
- 外部性を考慮した割当アルゴリズムの提案
- 提案アルゴリズムの誘因両立性の証明
- シミュレーション実験による近似率と計算時間の評価

本論文の構成を以下に示す。まず、スポンサードサーチオークションの重要な性質および関連研究について示す。次に、本論文で提案する手法の基本となる Gatti らの提案したの割当手法および支払い方法 [7] について説明する。そして、複数枠入札に対応したアルゴリズムの割当手法と支払い手法を提案し、計算量の議論及び単調性と近似率に関する証明を行う。さらに、実際のスポンサードサーチオークションのデータを用いてシミュレーション実験を行い、評価を行う。最後に、まとめと今後の課題を示す。

2. 関連研究

2.1. スポンサードサーチオークションの基本的な性質
スポンサードサーチとは、図 1 のような、Yahoo! や Google などで検索した際に画面の上部や右側に現れる

[†]東京農工大学 工学部 情報工学専攻

広告のことであり、検索したキーワードに応じた広告が表示される。世界中でスポンサーサーチの規模は拡大し続けており、各国で急激に広がっている。スポンサーサーチは次のようなシステムになっている。

1. 広告主が広告を表示させたいキーワードと支払い額を登録
2. ユーザが登録されたキーワードを検索した場合、その広告が表示される
3. ユーザが広告をクリックした場合、広告主はオークション運営者に料金を支払う

キーワードについて検索をしているユーザは、関連する広告に対して高い関心を持っている可能性が高く、広告をクリックする可能性も高い。そのようなユーザに対してピンポイントで広告を表示させることができ、ユーザが広告をクリックした場合のみ料金が発生するため、他のインターネット広告に比べて費用対効果が優れている。複数の広告主が同じキーワードに対して入札を行う場合、表示する広告や掲載順序を決める必要がある。このとき、入札額や広告がクリックされる確率などの要素を考慮してオークションのように掲載順序や支払額を決める。これがスポンサーサーチオークションであり、掲載順序と支払額の決定方法が重要となる。

また、スポンサーサーチオークションに限らず、オークションでは以下の条件を満たすのが好ましいとしている [8]。

- 支配戦略誘因両立性 (Dominant Strategy Incentive Compatible)
全入札者が真の値を言うことが支配戦略となる
- パレート効率的 (Pareto efficiency)
誰かの効用を犠牲にしなければ、他の効用を上げることができない状況
- 個人合理的 (Individually Rational)
入札者は参加することで損失を被らない
- 弱均衡予算 (Weekly Budget Balance)
主催者が赤字にならない (収入 \geq 支出)

また、スポンサーサーチオークションでは、上で述べたオークションを満たすべき条件に加えて、以下の条件を満たすのが好ましい [7]。

f : 割当関数 p : 支払い関数

- 計算のしやすさ (computationally tractable)
割当関数 f と支払い関数 p が多項式時間で計算可能
- 割当関数 f が単調 (monotone)
割当関数 f が単調であるなら誘因両立性を持つ [9]
- 資源配分効率的 (allocatively efficient)
財の割当に無駄がない。また、割当関数 f が単調

であり、

$$f = \operatorname{argmax}_{\theta} \sum_{a_i \in N} v_{a_i} CTR_{a_i}(f(v))$$

を満たす場合、資源配分効率的となる。

スポンサーサーチオークションは上記の条件をすべて満たすことは不可能であるが、掲載順序と支払額の設定により、多くの条件を満たすことができる。

現在スポンサーサーチでは、掲載順序は入札額の大きい順や、広告の質を考慮して掲載順序を決めている。支払額の決定には、第一入札価格や一般化第二入札価格 (Generalized Second Price), VCG (Vickrey Clarke Groves) といった手法がある。第一入札価格は、入札額の変動が激しく、市場の不安定を引き起こしてしまう。一般化第二入札価格は、入札額の変動が少なく、第一入札価格に比べて市場が安定することが知られている。VCG は誘因両立性を持ち、パレート効率的、個人合理的であることが証明されている。一般化第二入札価格は誘因両立性が証明されておらず、入札者が戦略的な入札を行うことで市場の不安定を引き起こす可能性があるとされているが、VCG と近い性質を持つ。一方、VCGの方が一般化第二入札価格より性質が優れているが、VCG は入札者にとって直感的にわかりにくい、オークション主催者の収入が小さい、架空名義入札が行ってしまうといった理由からあまり用いられず、一般化第二入札価格が用いられることが多い [3]。

また、割当を決める際に広告がクリックされる確率を用いることがある。多くのプロトコルでは広告がクリックされる確率は各広告ごとに一定の値に設定されているが、実際は他に掲載される広告などから大きく影響を受ける。このように、自分以外の広告がクリックされる確率に影響を及ぼす要素を外部性と呼んでいる。外部性は影響を与える要素、影響の与え方などにより様々な種類が存在する ([5] etc.)。有名な外部性を取り入れたオークションモデルの1つに、ユーザが画面を上から下へ確認していくという性質を利用した2つの外部性を取り入れたカスケードモデルが提案されている [6]。1つ目の外部性は、自身の広告より下にある広告のクリックされる確率を下げる。これを広告依存外部性とする。他の広告へ影響度は広告のよって異なる。2つ目の外部性は、広告が掲載される順番によって影響されるもので、上にある広告ほどクリックされやすい。これを位置依存外部性とする [4]。

2.2. 近年の既存研究との比較

近年、マルチエージェントシステムやマイクロ経済学分野を中心として、様々なスポンサーサーチオークションに関する研究が行われている。

例えば、Edelman ら [3] は、インターネット広告における一般化第二価格について述べられている。また、ダイナミックな状況下での VCG や一般化第1価格オークションとの違いを均衡や支配戦略を用いて比較されている。しかし、本論文で扱うような外部性を考慮していない。

Kempe ら [6] は、カスケードモデルという外部性を取り入れたオークションモデルを作成している。これ

はユーザが広告を上から下に見ることを前提とし、広告の掲載位置、自身の広告より上部にある広告を外部性とし、広告の割当、価格設定の近似アルゴリズムを示している。

Fotakisら[5]では、外部性を取り入れたオークションモデルを作成している。ここでの外部性は、広告の掲載順、他広告との距離と定義している。このような外部性を想定した広告の割当を決定する近似アルゴリズムを示し、外部性が存在することで一般化第二価格の安定性に影響を及ぼすことを示した。

Carwellら[10]は、広告がクリックされる確率に影響を及ぼす要素について述べられている。論文での評価実験でカスケードモデルは高い評価を得ている。

Joachims[11]らは、WWWにおける検索の検索結果の意思決定支援について述べている。検索結果とクリック率の関連性について触れており、カスケードモデルと同様のことが述べられている。

Gattiら[12]は、一般的なスポンサードサーチオークションとさら位置と広告に依存する外部性を加えた場合の広告がクリックされる確率の推定方法について提案され、シミュレーション実験により精度を測定している。

Lameら[13]は、スポンサードサーチにおけるナッシュ均衡と社会的利益の関係について述べている。純戦略と混合戦略を比較した場合、純戦略の方が無秩序な状態である点を純ナッシュ均衡と混合ナッシュ均衡から証明している。

Edelmanら[14]は、実際のスポンサードサーチオークションにおいて、入札者が戦略的行動をとらなければ収入は増えることを示し、入札者が戦略的行動をとることを防ぐメカニズムを提案している。

Hillardら[15]は、広告同士の関連性に注目し、得られた広告の関連性をもとに関連性の低い広告を除くなどし、より効率の良い割当を行うことを示している。

しかし、カスケードモデルを含めた外部性を考慮したこれらの研究では、本論文が対象とする同じ広告主が複数の広告枠を入札する場合を考慮していない。

3. スポンサードサーチオークションにおける外部性を考慮した近似アルゴリズム

本章では1人の入札者は1つの広告のみ入札可能であると想定した場合の、近似アルゴリズム[7]について説明する。ここでは、カスケードモデルによる外部性を用いている。

3.1. オークションモデル

- N : 広告主の数
- K : 広告枠の数
- a_n : 広告主 n の広告 (広告主 1 人につき 1 つ)
- $q_{a_i} \in [0, 1]$: 広告 a_i がクリックされる確率
- v_{a_i} : 広告 a_i がクリックされた時の利益
- Θ : 割当結果

- p_{a_i} : 広告 a_i がクリックされた時の支払い
- s_n : 上から n 番目の広告枠
- $\theta(a_i)$: 割当結果 θ の時、広告 a_i が割り当てられている広告枠
- $\theta(s_j)$: 割当結果 θ の時、広告枠 s_j に割り当てられている広告
- $c_{a_i} \in [0, 1]$: 広告依存外部性
- $\Lambda_{s_i} \in [0, 1]$: 位置依存外部性
- $CTR_{a_i}(\theta)$: 割当結果が θ のとき、広告 a_i がクリックされる確率

$$CTR_{a_i}(\theta) = \lambda_{\theta(a_i)} C_{a_i}(\theta) q_{a_i}$$

$$C_{a_i}(\theta) = \prod_{a_j \in N: \theta(a_j) < \theta(a_i)} c_{a_j}$$

$$\lambda_{\theta(a_i)} = \prod_{j \in K: j \leq \theta(a_i)} \Lambda_j$$

3.2. $f_{\frac{1}{4}}$ Allocation

効用 $\sum_{a_i} CTR_{a_i}(\theta) v_{a_i}$ を最大にするように割当 θ を最適化する。割当結果 θ は以下の条件を満たす必要がある。

- $C_{\theta(s_l)}(\theta) \geq \frac{1}{2}$ s_l は最後に割り当てられる広告枠
- $q_{\theta(s_j)} v_{\theta(s_j)} \leq q_{\theta(s_{j-1})} v_{\theta(s_{j-1})}$ $1 < j < l$

```

1: for all  $\bar{a} \in N$  do
2:    $N \setminus \bar{a}$  を  $q_{a_j} v_{a_j}$  について降順ソート
3:   for all  $a_j \in N \setminus \bar{a}$  do
4:      $list(\bar{a}, a_j)$  に  $(\lambda_{s_1} v_{a_j} q_{a_j}, 1, c_{a_j})$  を加える
5:     for all  $(\phi, \psi, \chi) \in list(\bar{a}, prev(a_j))$  do
6:        $list(\bar{a}, a_j)$  に  $(\phi + \lambda_{s_{\psi+1}} \chi v_{a_j}, \psi + 1, \chi c_{a_j})$  を加える
7:     end for
8:      $list(\bar{a}, a_j)$  から不要な  $(\phi, \psi, \chi)$  を除く
9:   end for
10:   $list(\bar{a}, \bar{a})$  に  $(\lambda_{s_1} v_{\bar{a}} q_{\bar{a}}, 1, c_{\bar{a}})$  を加える
11:  for all  $(\phi, \psi, \chi) \in list(\bar{a}, last(N \setminus \bar{a}))$  do
12:     $list(\bar{a}, \bar{a})$  に  $(\phi + \lambda_{s_{\psi+1}} \chi v_{\bar{a}} q_{\bar{a}}, \psi + 1, \chi c_{\bar{a}})$  を加える
13:  end for
14: end for
15: return  $(\phi, \psi, \chi) \in list(\bar{a}, \bar{a})$  maximizing  $\phi$  for  $\bar{a} \in N$ 

```

上記は、割当 θ の近似アルゴリズムを示している。広告 \bar{a} を取り除いた残りの広告 $N \setminus \bar{a}$ を $q_{a_j} v_{a_j}$ で降順ソートし、取り除いた広告 \bar{a} を最後に割り当てるために枠を残し、効用が最大となる割当を動的計画法で探している。本アルゴリズムは、単調性を持ち、近似率が $\frac{1}{4}$ であることが証明されている。

表 1: 複数広告枠への入札例

入札者	広告枠 1	広告枠 2	広告枠 3	広告枠 4
A	100	200	300	400
B	100	150	350	0
C	0	150	200	200
D	300	0	0	0
E	100	150	350	0
F	0	0	0	300
G	300	300	300	300

3.3. 支払い額の決定

広告 a_i の支払い額 p_{a_i} が以下の式を満たす場合，誘因両立性を持つとわかっている [9].

$$p_{a_i}(v_{a_i}, v_{a_{-i}}) = h_{a_i}(v_{a_{-i}}) + v_{a_i} CTR_{a_i}(f(v_{a_i}, v_{a_{-i}})) - \int_0^{v_{a_i}} CTR_{a_i}(f(x, v_{a_{-i}})) dx \quad (h_{a_i} \text{ は } v_{a_i} \text{ に依存しない関数})$$

弱均衡予算を満たすために小さなランダムな要素 μ を導入する. μ の値は，文献 [16] で述べられている canonical self-resampling procedure を用いて決定する. 以上より，支払い関数を以下のように決定する.

$$p_{a_i} = CTR_{a_i}(f(x))v_{a_i} - \begin{cases} \frac{CTR_{a_i}(f(x))v_{a_i}}{\mu} & (y_{a_i} < v_{a_i}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

本支払い関数は，誘因両立性と弱均衡予算を満たす.

4. 外部性を考慮した複数枠入札に対応可能な近似アルゴリズム

本章では広告主が複数枠を入札できるように前章の近似アルゴリズム [7] を拡張する. 複数の広告枠の入札が可能になることで，入札者が持つ広告枠数への価値を反映することができる. そこで，複数枠入札に対応させるために，複数財に対して入札を行うことが可能な組み合わせオークション考え方を導入する [17].

表 1 は複数広告枠への入札の例を示している. 入札者が入札可能な枠の最大値を設定し，入札者は範囲内のすべての広告数に対し，価値のある広告数に対して価値をつけ，価値のない広告数には 0 とする. また，入札枠の数に関わらず，広告がクリックされる確率は変わらないものとする. 表 1 では，各入札者は 1 枠 ~ 4 枠までそれぞれ価値を持っており，各自の好みに応じて入札を行う. 本論文では表 1 で示すような，複数枠の入札に対しても広告の割当や支払い額を決定することを考える.

本論文の提案アルゴリズムは，カスケードモデルにおける広告依存外部性と位置依存外部性の 2 つの外部性の考え方を取り入れている [4]. しかし，カスケードモデルは複数枠入札を考慮していないため，複数枠入札におけるカスケードモデルを定義する必要がある. 本論文では，複数枠入札の割当の結果，同一の広告主の広告が複数枠に割り当てられた場合の外部性を以下のように定義する (図 2).

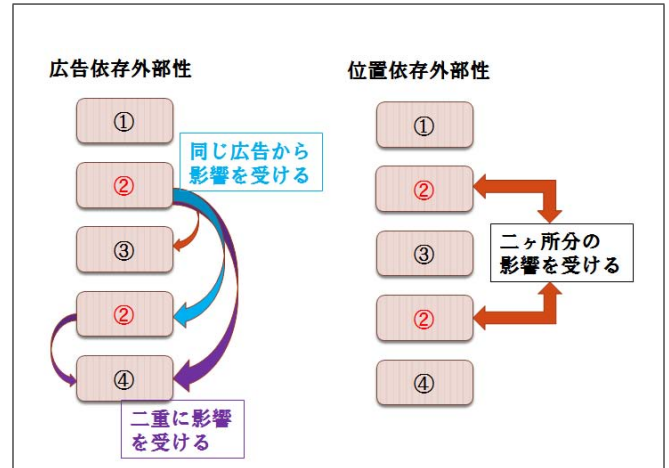


図 2: 外部性の複数枠入札への対応

広告依存外部性 影響を受ける広告より上部に同じ広告主の広告が複数ある場合，重複して影響を受ける. 複数割り当てられた広告は，下部にある広告は上部にある同じ広告主の広告によって外部性の影響を受ける.

位置依存外部性 複数枠割り当てられた広告は，重複して影響を受ける.

4.1. 複数枠入札に対応したスポンサードサーチオークションモデル

3.1 の単一入札のオークションモデルに基づいて，複数枠入札に対応したオークションモデルを定義する.

- N : 広告主の数
- K : 広告枠の数
- P : 入札可能な最大広告枠数 ($P \leq K$)
- a_{nm} : 広告主 n の広告数 m への入札
- $q_{a_{ij}}$: 広告主 i の広告枠 j の広告がクリックされる確率
- $v_{a_{ij}}$: 広告主 i の広告枠 j の広告がクリックされた時の利益
- $p_{a_{ij}}$: 広告 a_{ij} がクリックされた時の支払い
- s_n : 上から n 番目の広告枠
- θ : 割当結果
- $\theta(a_{ij})$: 割当結果 θ の時，広告主 i の広告が割り当てられている広告枠
- $\theta(i)$: 割当結果 θ の時，広告主 i の広告が割り当てられた広告数
- $\theta(s_j)$: 割当結果 θ の時，広告枠 s_j に割り当てられている広告

- $\theta(s_{ik})$: 割当結果 θ の時, 広告主 i の k 枠目の広告が割り当てられた広告枠 ($k \leq \theta(i)$)
- $c_{a_i} \in [0, 1]$: 広告依存外部性
- $\Lambda_{s_i} \in [0, 1]$: 位置依存外部性
- $CTR_{a_{ik}}(\theta)$: 割当結果 θ のとき, 広告主 i の広告 $\theta(ik)$ がクリックされる確率
 $CTR_{a_{ik}}(\theta) = \lambda_{\theta(a_{ij})} C_{a_{ij}}(\theta) q_{a_{ij}}$
 $C_{a_{ij}}(\theta) = \prod_{a_j \in N: \theta(a_j) < \theta(a_i)} c_{a_i}$
 $\lambda_{\theta(a_{ij})} = \prod_{k \in K: k \leq \theta(a_{ij})} \Lambda_{s_k}$

4.2. 複数枠入札に対応した近似アルゴリズム

社会的余剰を $\sum_{a_{ij}} CTR_{a_{ij}}(\theta) v_{a_{ij}}$ とし, それを最大化する割当 θ を発見する. 割当結果 θ は以下の条件を満たすこととする.

- $C_{\theta(s_l)}(\theta) \geq \frac{1}{2}$ (s_l は最後に割り当てられる広告枠)
- $q_{\theta(s_j)} v_{\theta(s_j)} \leq q_{\theta(s_{j-1})} v_{\theta(s_{j-1})}$ ($1 < j < l$)

```

1:  $a \in N$  を  $\frac{q_{a_{ij}} v_{a_{ij}}}{j}$  について降順ソート
2: for all  $a_{ij} \in N \setminus \bar{a}$  ( $\bar{a} \in N$ ) do
3:  $list(\bar{a}, a_{ij})$  に  $((\lambda_{s_1} + \lambda_{s_2} + \dots + \lambda_{\theta(i)}) v_{a_{ij}} q_{a_{ij}}, \theta(i), c_{a_{ij}})$  を加える
4: for all  $(\phi, \psi, \chi) \in list(\bar{a}, prev(a_{ij}))$  do
5:  $list(\bar{a}, a_{ij})$  に  $(\phi + (\lambda_{s_{\psi+1}} + \lambda_{s_{\psi+2}} + \dots + \lambda_{s_{\psi+\theta(i)}}) \chi v_{a_{ij}}, \psi + \theta(i), \chi c_{a_{ij}})$  を加える
6: end for
7:  $list(\bar{a}, a_{ij})$  から条件を満たさない  $(\phi, \psi, \chi)$  を除く
8: end for
9:  $list(\bar{a}, \bar{a})$  に  $((\lambda_{s_1} + \lambda_{s_2} + \dots + \lambda_{\theta(i)}) v_{\bar{a}} q_{\bar{a}}, \theta(i), c_{\bar{a}})$  を加える
10: for all  $(\phi, \psi, \chi) \in list(\bar{a}, last(N \setminus \bar{a}))$  do
11:  $list(\bar{a}, \bar{a})$  に  $(\phi + (\lambda_{s_{\psi+1}} + \lambda_{s_{\psi+2}} + \dots + \lambda_{s_{\psi+\theta(j)}}) \chi v_{\bar{a}} q_{\bar{a}}, \psi + \theta(i), \chi c_{\bar{a}})$  を加える
12: end for
13: return  $(\phi, \psi, \chi) \in list(\bar{a}, \bar{a})$  maximizing  $\phi$  for  $\bar{a} \in N$ 

```

本アルゴリズムは, 最大入札数に比例してループ回数は増えるが, 3.2 と同様に動的計画法を用いているため, 効率的に効用が最大となる近似解を発見することができる.

以下に, アルゴリズムの詳細述べる. 全広告 $a \in N$ を $\frac{q_{a_{ij}} v_{a_{ij}}}{j}$ について降順ソートを行う (1 行目). 3.2 のアルゴリズムでは, 広告を取り除いた後にソートを行っていたが, ここでは先にソートを行った後に広告を取り除く. これにより, ソートを行う回数を減らすことができる. ソート後の全広告 $a \in N$ から広告 \bar{a} を取り除き, この広告を最後に割り当てるために $\theta(\bar{a})$ 枠残し, 全体の効用 $\sum_{a_{ij}} CTR_{a_{ij}}(\theta) v_{a_{ij}}$ が最大となるような最適な割当を動的計画法を用いて解を発見する (2 行目). ここで, ϕ, ψ, χ とこれらによって構成される $list(\phi, \psi, \chi)$ を用意する.

- ϕ : 効用
- ψ : 割当が完了した広告枠数
- χ : 広告依存外部性

広告 $a_{ij} \in N \setminus \bar{a}$ を 1 番上の広告枠 s_1 に割り当て, $list(\bar{a}, a_{ij})$ に加える (3 行目). 直前の $list(\bar{a}, prev(a_{ij}))$ 内の部分割当にそれぞれ新たな広告 a_{ij} を割り当て, $list(\bar{a}, prev(a_{ij}))$ に加える (4, 5 行目). この時, ϕ, ψ, χ はそれぞれ直前のリストの値を利用している. $list(\bar{a}, prev(a_{ij}))$ 内の部分割当の中で, 以下の条件を 1 つでも満たすものがあれば取り除く (7 行目).

- $\chi < \frac{1}{2}$
 χ は単調減少していくので, $C_{\theta(s_l)}(\theta) \geq \frac{1}{2}$ の条件を満たすことがなくなる状態.
- $\psi > k - \theta(\bar{a})$
 残っている広告枠が最初に取り除いた広告 \bar{a} の広告数より少なくなり, 最初に取り除いた広告を割り当てられなくなっている状態.
- $\phi' \geq \phi, \psi' \leq \psi, \chi' \geq \chi$ ($\phi', \psi', \chi' \in list(\bar{a}, a_j)$)
 同じリスト内に, 割り当てられた広告が同値かより少ない状態で, 効用や広告から受ける影響の値がよりよい割当が存在している状態.

これまで作成したリストの割当に最初に取り除いた広告 \bar{a} を割り当て, $list(\bar{a}, \bar{a})$ に加える (10, 11 行目). ここでも, ϕ, ψ, χ は直前のリストの値を利用する. 最初に取り除く広告を変え, すべての広告に対して繰り返し, 各広告ごとの $list(\bar{a}, \bar{a})$ を作る. 最後に, すべての $list(\bar{a}, \bar{a})$ の中から ϕ が最大となる割当を探し, 近似解とする (13 行目).

4.3. 複数枠入札に対応した支払額決定アルゴリズム

支払額の決定アルゴリズムは, 3.3 と同様のアルゴリズムを用いる [7].

$$p_{a_i} = CTR_{a_i}(f(x)) v_{a_i} - \begin{cases} \frac{CTR_{a_i}(f(x)) v_{a_i}}{\mu} & (y_{a_i} < v_{a_i}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

この支払い関数は [9] で述べられている以下の式を満たすので誘因両立性をもつ.

$$p_{a_i}(v_{a_i}, v_{a_{-i}}) = h_{a_i}(v_{a_{-i}}) + v_{a_i} CTR_{a_i}(f(v_{a_i}, v_{a_{-i}}))$$

$$- \int_0^{v_{a_i}} CTR_{a_i}(f(x, v_{a_{-i}})) dx$$

また, ランダム要素 μ を導入し, これを canonical self-resampling procedure [16] によって決定することにより弱均衡予算を満たす. 以上から, 本アルゴリズムの支払い関数は, 誘因両立性と弱均衡予算をもつ.

4.4. 複数枠入札に対応したアルゴリズムの単調性と近似率

前節で述べた支払い関数を用いるためには, 割当関数が単調である必要がある. そこで, この割当関数が単調ではないと仮定し, 矛盾を導き, 単調性を持つことを証明する. ここで, 以下のような 2 つの割当 $\bar{\theta}, \tilde{\theta}$ を用意する.

$$\bar{\theta} = f(v_{a_{ij}}^-, v_{a_{-1}})$$

$$\tilde{\theta} = f(v_{a_{ij}}^{\sim}, v_{a_{-1}})$$

$$CTR_{a_{ij}}(\bar{\theta}) > CTR_{a_{ij}}(\tilde{\theta})$$

$$v_{a_i}^- > v_{a_i}^{\sim}$$

$\bar{\theta}$ の累積価値と $\tilde{\theta}$ の累積価値は

$$\bar{\theta} \text{ is } CTR_{a_{ij}}(\bar{\theta})v_{a_{ij}} + \tilde{\gamma} (\tilde{\gamma}: \text{定数}).$$

$$\tilde{\theta} \text{ is } CTR_{a_{ij}}(\tilde{\theta})v_{a_{ij}} + \tilde{\gamma} (\tilde{\gamma}: \text{定数}).$$

と表せる．アルゴリズムの最初の2つの条件から以下の2つの式を導くことができる．

$$CTR_{a_i}(\bar{\theta})v_{a_i}^- + \tilde{\gamma} > CTR_{a_i}(\tilde{\theta})v_{a_i}^- + \tilde{\gamma}$$

$$CTR_{a_i}(\tilde{\theta})v_{a_i}^{\sim} + \tilde{\gamma} > CTR_{a_i}(\bar{\theta})v_{a_i}^{\sim} + \tilde{\gamma}$$

この2式と $CTR_{a_i}(\bar{\theta}) > CTR_{a_i}(\tilde{\theta})$ から、 $v_{a_i}^- \geq v_{a_i}^{\sim}$ を導くことができる．これは $v_{a_i}^- > v_{a_i}^{\sim}$ と矛盾するため、割当関数が単調であるとわかる．

文献 [6] では、単一入札におけるスポンサーサーチオークションで近似アルゴリズムを用いて割当を決定する方法を提案しており、 $\frac{1}{4}$ -近似アルゴリズムであることが証明されている．3.2 で述べたアルゴリズム [7] と比べて、オークションの設定は同じであるが、目的関数を社会的余剰から計算している．割当結果を比べると文献 [7] の結果が文献 [6] の結果を下回ることがない．以上から、文献 [7] のアルゴリズムは $\frac{1}{4}$ -近似アルゴリズムである．今回提案したアルゴリズムはこれと同じ手法を用いているため、本アルゴリズムも $\frac{1}{4}$ -近似アルゴリズムである．

4.5. 複数枠入札に対応した近似アルゴリズムの計算量

時間計算量 ソートにおいてクイックソートを用いているため、平均計算量は $O(pn(k + \log(pn)))$ となる．

空間計算量: まず、パラメータ $c_{a_i}, \lambda_{s_j}, v_{a_i}, q_{a_i}$ が整数である場合について考える．各パラメータはビット長を L とすると $O(2^L)$ となる．また、他のパラメータはこれらの積で表すことができる ψ は整数の和であり、ビット長は長くない． χ は c_{a_i} を k 回乗算しているため $O(L^k)$, ϕ は $\lambda_{s_j} \chi v_{a_i}$ で表され、 $O(L^{k+2})$ となる．また、本アルゴリズムにおいて、空間計算量が最大となる場合はリスト内の要素の数が最大になる時である．したがって、空間計算量は $O(pkn^2L^k)$ となる．

次に、各パラメータ $c_{a_i}, \lambda_{s_j}, v_{a_i}, q_{a_i}$ が有限桁の浮動小数点の場合を考える．各広告 a_i は $\log_2(\frac{1}{c_{a_i}})$ で計算することができ、 ω を用いた 10^ω を掛けることで整数にすることができる．また、制約 $C_{a_i} \geq \frac{1}{2}$ は $\sum_{a_i} \log_2(\frac{1}{c_{a_i}})$ と表すことができる．以上から、 χ は $O(2^L)$ となり、空間計算量は $O(pkn^22^L)$ となる．

5. シミュレーション実験

5.1. 実験設定

提案したアルゴリズムと全探索により最適解を求めるアルゴリズムを比較し、近似率、計算時間の評価を行う．近似率に関する評価実験では、広告枠を4, 5に固定し入札数をそれぞれ10から100, 10から50まで変化した場合の変化を測定する．本実験において、入

札数によって最大値が異なるのは、広告枠が増えることで全探索を行うアルゴリズムの計算時間が急激に増加するため、近似率が計算できないためである．計算時間に関する評価実験では、広告枠を6に固定し入札数を変化させた場合と、入札数を60に固定し広告枠を2から10まで変化した場合の測定を行う．またいずれの実験において、入札枠の最大数を変化させた場合も評価する．本実験では、YAHOO! LABS[18] のデータセットを用いた．このデータセットは4ヶ月分の実際のスポンサーサーチオークションのデータであり、アカウントID, 入札額, キーワード, クリック数などのデータが含まれている．ただし、本データは単一入札の場合のデータのため、複数枠入札に対応させた100の実験データを作成し、それぞれの項目について100回実験を行った平均値を示す．

5.2. 実験結果

図3に関する近似率の実験結果を示している．提案アルゴリズムでは、広告数や最大入札可能数が増えるにつれて近似率が下がっている．また、広告数が4もしくは5の場合でも、平均で0.8, 最悪で0.6の結果になった．

既存研究 [7] では、単一入札の近似アルゴリズムであったが、同じような広告数や広告枠において平均で0.85, 最悪で0.75であり、最悪の場合の近似率が下がっている．また、広告枠が4の場合の実験結果が不安定である．これらの理由として極端に良い結果や悪い結果が現れることが考えられる．外部性の扱い方や実験データによる外部性を複数枠入札に対応する際、外部性の影響の仕方を単一入札の場合とほぼ同じ設定にしたので、外部性によって上部の広告ほど全体の効用に強く影響する．このため、どちらのアルゴリズムの結果も、広告枠の上部を同じような高い効用をもつ入札者が広告の多くを占めるので、提案したアルゴリズムの効用が非常に高くなる場合が多く現れる、これにより、このような結果になっている．特に最大入札数が多くなった場合は、同じ入札者が上部の広告を独占する結果が見られた．逆に、両方のアルゴリズムの広告枠の上部の結果が異なる場合は、提案したアルゴリズムは、効用があまり大きくなり、近似率が低くなることもある．割当結果の上部が異なっても効用が近くなる入札であれば、近似率は高くなる．

図4は計算時間の実験結果を示している．入札数や広告数を変化させた場合でも、全探索による結果はある時点から急激に計算時間が急激に増加する．一方、全探索で数百秒かかる場合でも、提案手法では1秒以内で近似解を発見することができる．現実のスポンサーサーチオークションでは、非常に多くのキーワードが存在する．1つのキーワードの計算に数百秒では計算が間に合わないが、提案手法では多くのキーワードについて効率的に近似解を発見できる．以上から、提案手法は全探索と比較して効率的に近似解を発見できていることがわかる．

また、最大入札可能広告数が多くなるほど、計算時間が増加している．さらに、広告枠が増加しても増加量はほぼ一定であることから、広告枠の増加に対して

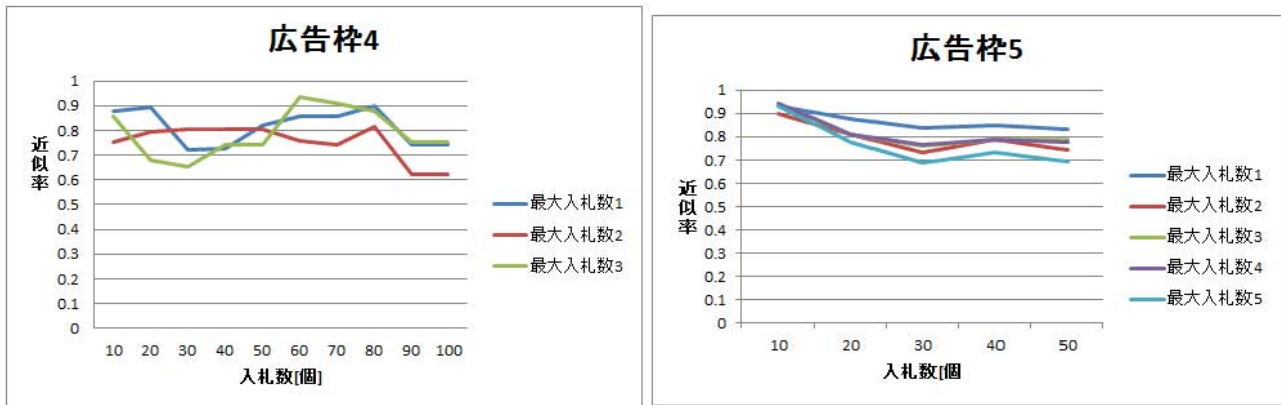


図 3: 入札数による近似率の変化

有効であることがわかる。

6. おわりに

本論文では、外部性を考慮したスポンサードサーチオークションモデルに対して複数枠入札可能となるように拡張することを目的として、広告の割当関数と支払額の決定を行う近似アルゴリズムの提案を行った。既存手法に組み合わせオークションの考え方を適用させ、ユーザが自分の好みに応じて複数広告枠数の入札を行えるようになった。さらに、割当関数では、カスケードモデルの広告依存外部性と位置依存外部性の2つ外部性を考慮し、複数枠入札に対応させることに成功した。割当関数の計算量を導出し、割当関数が単調性を持つことの証明を行い、支払い関数に対して、誘因両立性と弱均衡予算を示した。また、シミュレーション実験から、提案手法が全探索では計算できないような広告数や広告枠に対しても計算を行うことができることを示した。

今後の課題として、問題設定を現実に近い設定にすることがあげられる。入札が同時提出されるのみではなく逐次的に入札が行われるリアルタイム性導入や、広告の質の反映や、連続した広告枠への入札の対応などが考えられる。

参考文献

- [1] 電通: “2012年日本の広告費”, Technical report, 電通 (2012).
- [2] I. A. Bureau: “Tab internet advertising revenue report,’14 internet advertising revenue press release”, Technical report (2014).
- [3] B. Edelman, M. Ostrovsky and M. Schwarz: “Internet advertising and the generalized second price auction: Selling billions of dollars worth of keywords”, Technical report, National Bureau of Economic Research (2005).
- [4] G. Aggarwal, J. Feldman, S. Muthukrishnan and M. Pál: “Sponsored search auctions with marko-
- vian users”, *Internet and Network Economics*, Springer, pp. 621–628 (2008).
- [5] D. Fotakis, P. Krysta and O. Telelis: “Externalities among advertisers in sponsored search”, *Algorithmic Game Theory*, Springer, pp. 105–116 (2011).
- [6] D. Kempe and M. Mahdian: “A cascade model for externalities in sponsored search”, *Internet and Network Economics*, Springer, pp. 585–596 (2008).
- [7] N. Gatti and M. Rocco: “Which mechanism for sponsored search auctions with externalities?”, *Proceedings of the 2013 international conference on Autonomous agents and multi-agent systems* International Foundation for Autonomous Agents and Multiagent Systems, pp. 635–642 (2013).
- [8] 横尾真: “オークション理論の基礎: ゲーム理論と情報科学の先端領域”, 東京電機大学出版局 (2006).
- [9] A. Archer and É. Tardos: “Truthful mechanisms for one-parameter agents”, *Foundations of Computer Science*, 2001. Proceedings. 42nd IEEE Symposium on IEEE, pp. 482–491 (2001).
- [10] N. Craswell, O. Zoeter, M. Taylor and B. Ramsey: “An experimental comparison of click position-bias models”, *Proceedings of the 2008 International Conference on Web Search and Data Mining* ACM, pp. 87–94 (2008).
- [11] T. Joachims, L. Granka, B. Pan, H. Hembrooke, F. Radlinski and G. Gay: “Evaluating the accuracy of implicit feedback from clicks and query reformulations in web search”, *ACM Transactions on Information Systems (TOIS)*, **25**, 2, p. 7 (2007).

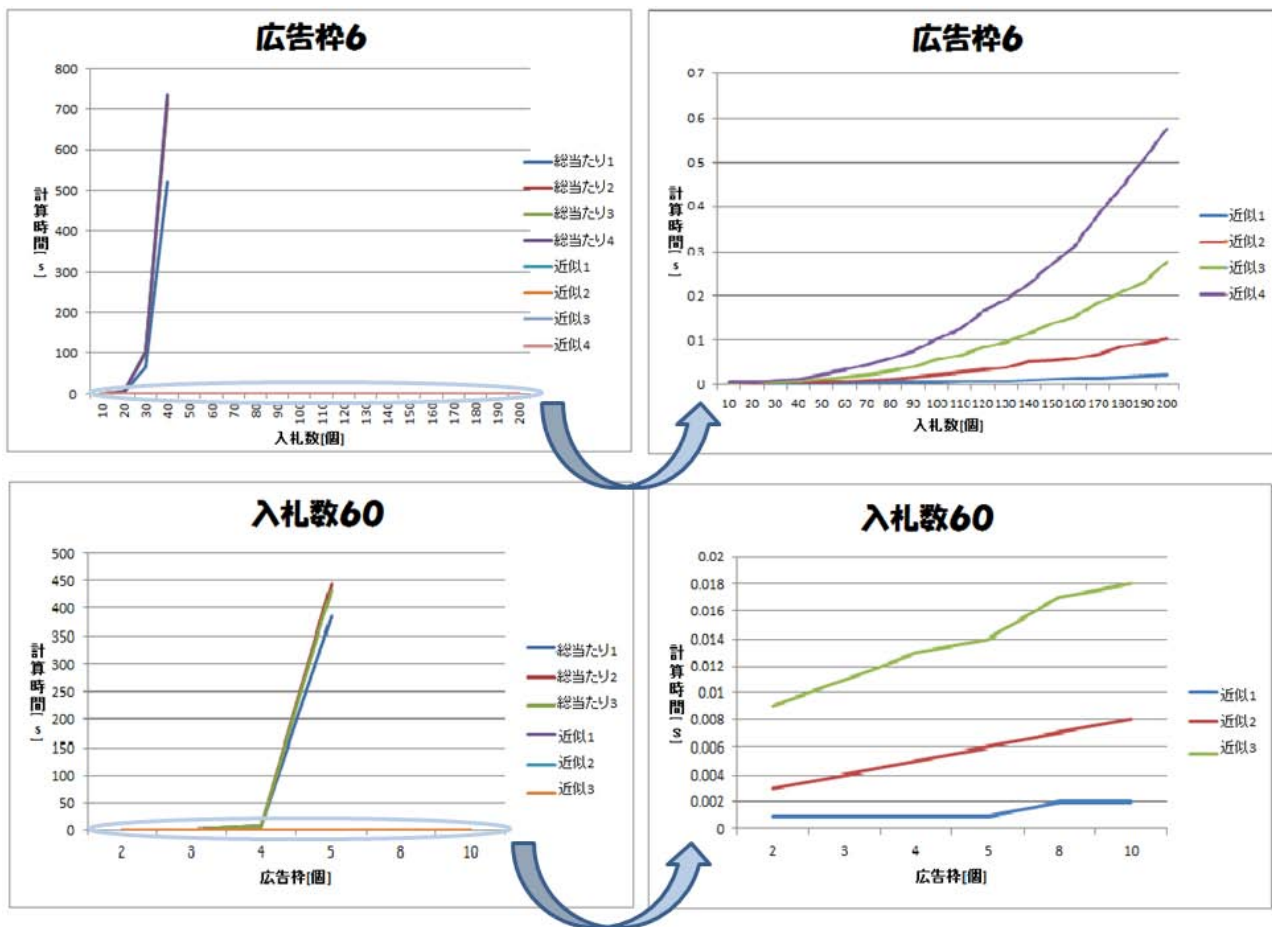


図 4: 入札数と広告枠による計算時間の変化

- [12] N. Gatti, A. Lazaric and F. Tirovò: “A truthful learning mechanism for contextual multi-slot sponsored search auctions with externalities”, Proceedings of the 13th ACM Conference on Electronic Commerce ACM, pp. 605–622 (2012).
- [13] R. P. Leme and E. Tardos: “Pure and bayes-nash price of anarchy for generalized second price auction”, Foundations of Computer Science (FOCS), 2010 51st Annual IEEE Symposium on IEEE, pp. 735–744 (2010).
- [14] B. Edelman and M. Ostrovsky: “Strategic bidder behavior in sponsored search auctions”, Decision support systems, **43**, 1, pp. 192–198 (2007).
- [15] D. Hillard, S. Schroedl, E. Manavoglu, H. Raghavan and C. Leggetter: “Improving ad relevance in sponsored search”, Proceedings of the third ACM international conference on Web search and data mining ACM, pp. 361–370 (2010).
- [16] M. Babaioff, R. D. Kleinberg and A. Slivkins: “Truthful mechanisms with implicit payment computation”, Proceedings of the 11th ACM conference on Electronic commerce ACM, pp. 43–52 (2010).
- [17] K. Leyton-Brown and Y. Shoham: “Combinatorial Auctions”, MIT Press (2006).
- [18] YAHOO!: “Yahoo!labs”. <http://webscope.sandbox.yahoo.com/catalog.php?datatype=a>.