問題学習に関する新しい理論の試みとその妥当性†

矢 鳴 虎 夫†† 中 村 為 雄†† 中 山 泰 雄††

1) 一般に練習問題の内容は教科書を構成する複数個の単元に渡って関係している. 2) 問題の難しさと理解度の積は学習量に比例する. 3) 難しさは理解度が上がるに従って減少する. という3つの仮説 (定義) に基づく問題学習のための新しい学習理論を提案する. そして, この理論の妥当性もしくは有効性を検証するために計算機シミュレーションを行い, これから得られる学習量, 理解度, 努力量などの定量的変化を, 人間が一般にこれらの量に対して経験的に持っているものと対比しながら, この理論が問題学習に対する新理論としてかなり妥当性を持っていることを示唆する.

1. まえがき

大抵の教科書や参考書の章末や項末には練習問題や演習問題といった種のものが数題から10数題設けられている. しかし, これらの問題は提示されているその単元の知識だけで解ける問題は少なくて, むしろ他の単元の知識がないと解けないのが普通である. 問題によっては教科書以外の知識を前提としているものもある. そのため筆者らは以前から, 単元の関連度に基づいた問題学習理論を考えている. 問題を学習する以前に, その問題に関連する単元の内容は理解している必要があるので最初はこの理論を再学習理論と命名した[1]. また, この理論は, 各問題に単元との関連度を記述しておけば, 必然的に問題間の相関関係も導き出せるので, CAI の自動的問題提示の方法としても有効である. なぜなら一般に問題選択に関する構造を記述するのは煩わしい仕事であるからである. この意味で, すでに CAI の問題提示の自動化に関する方法の1つとして, この理論を適用してみた[2].

今回この理論をさらに整理し, 問題学習のための一般的学習理論として, 今一つは教科書の問題設計の基礎理論として役立つ可能性のあることを計算機シミュレーションを通して明らかにした. つまり, 理論の中に出てくる難しさや理解度, 学習量や努力量といったものが学習プロセスとともにどのように変化するかを定量的に示した. この結果から人間の学習に関する定性的感覚は, 物理法則さながらの理論展開によってかなりの程度分析できる可能性を示した.

† An Experiment of New Theory Concerning the Study for Exercise Problems and Its Propriety by TORAO YANARU, TAMEO NAKAMURA and YASUO NAKAYAMA (Information Science Center, Kyushu Institute of Technology).

†† 九州工業大学情報科学センター

2. 理　論

n 個の単元によって構成される教科書を想定し, c 個の問題 $\{P_k\}$ $k=1, 2, \ldots, c$ が設けられているものとする. そして, これらの問題は単元 i と, 関連度 $R_i(P_k)$ $(i=1, 2, \ldots, n \quad k=1, 2, \ldots, c)$ で結び付いているものとする. ただし

$$\sum_{i=1}^{n} R_i(P_k)=1 \tag{1}$$

$(R_i(P_k) \geqq 0 \; i=1, 2, \ldots, n \quad k=1, 2, \ldots, c)$ である. 学生は1セッションの学習で m 個の問題を学習するものとし, 学習結果は担当教師に渡され採点されるものとする. 以後 t 番目のセッションを '学習ステップ t' ということにし, ある学生の t で学習する m 個の問題を $\{P_1(t), P_2(t), \ldots, P_m(t)\}$ で記すことにする. また, 単元 i のステップ t での難しさを $D_i(t)$ で記すことにする. $D_i(t)$ は t とともに1～0の範囲で変化するものとする. とくに初期値 $D_i(0)$ はその学生の初期能力もしくは前提知識に対応するもので, その単元 i に関する知識を持たないときは $D_i(0)=1$ にする (これらの $P_r(t), D(t)$ といった量は本来学生個人を識別するための添え字が必要であるが, この理論は1学生を対象とした理論であるので, この添え字は一切省略する). このとき問題 $P_r(t)$ のステップ t における難しさは

$$D(P_r(t), t)=\sum_{i=1}^{n} D_i(t) R_i'(P_r(t)) \tag{2}$$

で与えられる. ただし, R_i' は規格化関連度で次のように定義される.

$$R_i'(P(t))=R_i(P_r(t))/(A_i \sum_k R_i(P_k)) \tag{3}$$

A_i : 単元 i を完全に理解するのに必要な最少問題数の単元 i に関連する全問題数に対する割合,

$$0<A_i \leqq 1 \tag{4}$$

$\sum_k R_i(P_k)$：単元 i に関連するすべての問題の関連度の和 (5)

この R_i' を設けた理由は，一般に教師はその単元に関連した問題すべてに完全解答を与えなくても数問に対してある程度の得点をとれば，その単元は理解したとみなすのが普通である．このことを理論化するために A_i というパラメータを設けた．例えば，単元 i に関連する問題が全部で10問 ($P_{i_1}, P_{i_2} \ldots P_{i_{10}}, R(P_{i_1}), R(P_{i_2}) \ldots R(P_{i_{10}}) > 0$) であって，$A_i = 0.5$ と担当教師が指定した場合は，この10問のうち5問満点取ればこの単元 i の理解は完全とみなす．したがってステップ t の r 番目に提示される問題 $P_r(t)$ は，一般に学生が選択した単元群 $\{i_1, i_2, \ldots i_s\}$ のうち最も容易な問題を提示するという一般的学習原理に従えば，

$$P_r(t) = P_k | \text{mini}\,[D(P_k, t), P_k \in \{\text{all } P_k | R_i'(P_k) > 0,\ i = i_1, i_2, \ldots, i_s\}] \tag{6}$$

と定義できる．

次に理解度と難しさの関係について考える．ステップ t で学生に提示され，学習された問題群 $\{P_r(t),\ r = 1, 2, \ldots, m\}$ は担当教師（または採点機能を持つ CAI システム）によって $\{M(P_r(t)), r = 1, 2, \ldots, m\}$ として評価される．このときこれらの評価点はその問題に対するその学生の '理解度' と定義することができる．したがって，ステップ t で m 個の問題を解いた時の単元 i に対する理解度の増分 $\Delta U_i(t, m)$ は一度理解したことは忘れない（理解度の減衰はない）という仮定と，理解度の変化の範囲は 0～1 という仮定を設ければ，

$$\Delta U_i(t, m) = F\left(\sum_{r=1}^{m} \Delta U_i(P_r(t))\right) \tag{7}$$

$$= F\left(\sum_{r=1}^{m} M(P_r(t)) \cdot R_i'(P_r(t))\right) \tag{8}$$

$$\text{ただし}\quad F(x) = \begin{cases} 1 : x > 1 \\ x : 0 \leqq x \leqq 1 \\ \text{不定義} : x < 0 \end{cases}$$

で与えられる．一方，単元の理解度の増加に伴って，単元の難しさは次第に小さくなる，と考えるのは我々人間が常識的に持っている感覚である．そのためこの性質を数式的に取り入れるため，各単元において1ステップ前の難しさを土台にして学習し，そして理解し，難しさの減少をきたすと考える．つまり，

$$D_i(t-1) - D_i(t) = \alpha \Delta U_i(t, m) \cdot D_i(t-1) \tag{9}$$

(α：比例定数)

と定義することができる．

一方難しさや，理解度も 0～1 になるように規格化することにすれば，$0 \leqq D_i(t) \leqq 1$，$0 \leqq \Delta U_i \leqq 1$ であるので $\alpha = 1$ となる．したがって，

$$D_i(t-1) - D_i(t) = \Delta U_i(t, m) \cdot D_i(t-1) \tag{10}$$

である．この式を書き換えれば

$$D_i(t) = D_i(t-1)(1 - \Delta U_i(t, m)) \tag{11}$$

$$= D_i(0) \prod_{e=1}^{t} (1 - \Delta U_i(e, m)) \tag{12}$$

となる．(11)式は内部状態 $D_i(t-1), i = 1, 2, \ldots, n$ で $(1 - \Delta U_i)$ のオペレータによって遷移していくオートマトンである．また(12)式は難しさが次第に減衰していくことを示している．

次に学習量について考える．一般に問題が難しくなればなるほど，それを理解するのに必要な学習量は大きくなる．また，より一層高い理解度を得ようと思えば一層の学習量を必要とする，などの性質は経験的に認められる．つまり，学習量と難しさと理解度とは，電気工学における電圧 V と抵抗 R と電流 I の関係，$V = IR$，もしくは物理学における力 f と質量 m と加速度 α との関係 $f = m\alpha$ などのアナロジーとして認めることができる．したがって問題 P_r をその時の難しさ $D(P_r, t-1)$ で学習して得点 $M(P_r)$ を得るときの学習量 $\Delta S(P_r)$ は次の式で定義される．

$$\Delta S(P_r(t)) = \beta \cdot D(P_r(t), t-1) \cdot M(P_r(t)) \tag{13}$$

(β は比例定数)

$$\Delta S(t, m) = \sum_{r=1}^{m} \Delta S(P_r(t)) \tag{14}$$

$$= \sum_{r=1}^{m} \beta \cdot D(P_r(t), t-1) \cdot M(P_r(t)) \tag{15}$$

(2)式を代入すると，

$$\Delta S(t, m) = \sum_{r=1}^{m} \beta \sum_{i=1}^{n} D_i(t-1) R_i'(P_r(t)) M(P_r(t)) \tag{16}$$

(8)式において，$\sum_{r=1}^{m} R_i'(P_r(t)) M(P_r(t)) > 1$

になるような極めて特殊な場合（たとえば，1ステップだけで，教科書の全部の問題に挑戦し，全問満点を取るような場合）を除けば，(8)式は，

$$\Delta U_i(t, m) = \sum_{i=1}^{m} R_i'(P_r(t)) \cdot M(P_r(t))$$

と書き換えられるので，(16)式は

$$\Delta S(t, m) = \sum_{i=1}^{n} \beta \cdot D_i(t-1) \Delta U_i(t, m) \tag{17}$$

さらに ΔS を各単元に分配すると，

$$\Delta S(t, m) = \sum_{i=1}^{n} \Delta S_i(t, m) \tag{18}$$

と書けるので，(17)，(18)式から

$$\Delta S_i(t,m)=\beta\cdot D_i(t-1)\Delta U_i(t,m) \tag{19}$$

ΔS_i の変化の範囲も D_i や ΔU_i と同様0～1と規格化することにすれば，$\beta=1$ となって，

$$\Delta S_i(t,m)=D_i(t-1)\Delta U_i(t,m) \tag{20}$$

となる．つまり，単元ごとにも学習量は理解度と難しさの積として成り立つことが示された．この式を(10)式に代入すれば，

$$\Delta S_i(t,m)=D_i(t-1)-D_i(t) \tag{21}$$

も成り立つ．したがって単元ごとの t ステップまでの全学習量 $S_i(t,m)$ は

$$S_i(t,m)=\sum_{e=1}^{t}\Delta S_i(e,m) \tag{22}$$

$$=D_i(0)-D_i(t) \tag{23}$$

$$=D_i(0)-D_i(0)\prod_{e=1}^{t}(1-\Delta U_i(e,m)) \tag{24}$$

で与えられる．

また，$S_i(t,m)$ の $t=t_{\max}$ (単元 i に関連する問題のすべてが学習されて提示する問題がなくなるまでのステップ) のときの最大値をもって単元 i の m 個／ステップ方式での学習容量 S_{ic} ということにすれば

$$\begin{aligned}S_{ic}(m)&=\max\{S_i(t,m)\}\\&=D_i(0)-D_i(0)\prod_{e=1}^{t_{\max}}(1-\max(\Delta U_i(e,m)))\\&=D_i(0)-D_i(0)\prod_{e=1}^{t_{\max}}\\&\quad\left\{1-\max\left(\sum_{r=1}^{m}F(M(P_r(e)))R_i'(P_r(e))\right)\right\}\\&=D_i(0)-D_i(0)\prod_{e=1}^{t_{\max}}\left\{1-\sum_{r=1}^{m}F(R_i'(P_r(e)))\right\}\end{aligned} \tag{25}$$

で与えられる．つまり，m/ステップ方式での単元 i の学習容量は，問題の関連度の分布のみに依存して決められる．なぜなら各ステップ t での問題の選択は，常に満点としているので，一意に決定される．また $S_{ic}(m)$ は m の値によって(3)式から

$$\begin{aligned}D_i(0)&=S_{ic}(c)>S_{ic}(c-1)>\cdots>S_{ic}(1)\\&=D_i(0)-D_i(0)\prod_{e=1}^{t_{\max}}\{1-F(R_i'(P_1(e)))\}\end{aligned} \tag{26}$$

のような性質をもつことがいえる．つまり，$S_i(c)$ (1ステップで一挙に全問題を解くときの学習量) が最大で，$S_i(1)$ (1ステップで1問解くときの学習量) が最小となる．また，

$$S_c=\sum_{i=1}^{n}S_{ic}(c)=\sum_{i=1}^{n}D_i(0) \tag{27}$$

を考えれば，$D_i(0)=1\ (i=1,2,\dots,n)$ のとき，つまり

$$S_c=n\ (\text{単元数}) \tag{28}$$

をもって教科書の学習容量として定義できる．さらに個々の学生の努力量として学習容量に対してどれほど学習したかという尺度を考えれば，

$$E_i(t,m)=S_i(t,m)/S_{ic}(m) \tag{29}$$

を定義することができる．

次に今までの単元に基づいた理論を単元群へ拡張すると，理解度，学習量など一連の量を平均値として次のような式を導くことができる．

いま，学生が学習しようとして選択する単元群を $G=\{i_1,i_2,\dots,i_g\}$ とすれば，

$$\Delta U_G(t,m)=\frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g}\Delta U_{ij}(t,m) \tag{30}$$

$$U_G(t,m)=F\left(\sum_{e=1}^{t}\Delta U_G(e,m)\right) \tag{31}$$

$$D_G(t)=\frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g}D_{ij}(t) \tag{32}$$

$$\Delta S_G(t,m)=\frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g}\Delta S_{ij}(t,m) \tag{33}$$

$$=D_G(t-1)-D_G(t) \tag{34}$$

$$S_G(t,m)=\frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g}S_{ij}(e,m) \tag{35}$$

$$=D_G(0)-D_G(t) \tag{36}$$

$$S_{GC}(m)=\frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g}S_{ijc}(m) \tag{37}$$

$$E_G(t,m)=\frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g}E_{ij}(t,m) \tag{38}$$

一方，(20)式から，

$$D_i(t-1)=\Delta S_i(t,m)/\Delta U_i(t,m) \tag{39}$$

となるので，$D_i(t-1)$ は学習効率を意味することにもなっている．この考え方を拡張すれば，等価学習効率 $D_{GEQ}(t,m)$ を

$$D_{GEQ}(t,m)=S_G(t,m)/U_G(t,m) \tag{40}$$

として定義できる．この D_{GEQ} は $t=1$ で値1を取り次第に減衰して必ず最小値を取り t が増すにつれて必ず1に近づく性質をもつ[2]．

3. 計算機シミュレーションの方法と結果

3.1 関連度 $R_i(P_k)$ の表の生成

表1は単元数 $n=10$，問題数 $c=50$ よりなる関連度表 $R_i(P_k)$，$i=1,2,\dots,10$　$k=1,2,\dots,50$ の一例である．この表は次の関数に基づいて生成している．

$$f_i(P_k)=\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(i-j)\right\}\{1+\eta(u-0.5)\}$$

表 1　関連度表 $R_i(P_k)$
Table 1　Table of the degree of relationship $R_i(P_k)$.

No. of	NUMBER OF UNITS i									
prob. P_K	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1:	.542	.361	.091	.006	.000	.000	.000	.000	.000	.000
2:	.562	.353	.079	.006	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3:	.607	.307	.080	.006	.000	.000	.000	.000	.000	.000
4:	.471	.435	.086	.008	.000	.000	.000	.000	.000	.000
5:	.613	.300	.081	.007	.000	.000	.000	.000	.000	.000
6:	.250	.459	.219	.066	.006	.000	.000	.000	.000	.000
7:	.327	.344	.278	.045	.006	.000	.000	.000	.000	.000
8:	.237	.356	.340	.061	.006	.000	.000	.000	.000	.000
9:	.306	.365	.273	.052	.004	.000	.000	.000	.000	.000
10:	.255	.461	.229	.049	.005	.000	.000	.000	.000	.000
11:	.054	.206	.424	.267	.044	.004	.000	.000	.000	.000
12:	.040	.210	.417	.279	.050	.003	.000	.000	.000	.000
13:	.065	.195	.373	.301	.061	.005	.000	.000	.000	.000
14:	.054	.239	.404	.248	.050	.004	.000	.000	.000	.000
15:	.057	.259	.353	.281	.045	.005	.000	.000	.000	.000
16:	.004	.046	.303	.372	.217	.052	.005	.000	.000	.000
17:	.006	.050	.224	.383	.254	.078	.005	.000	.000	.000
18:	.005	.061	.181	.444	.260	.046	.004	.000	.000	.000
19:	.005	.054	.194	.424	.277	.043	.004	.000	.000	.000
20:	.005	.043	.288	.381	.230	.049	.003	.000	.000	.000
21:	.000	.005	.055	.269	.363	.250	.051	.006	.000	.000
22:	.000	.005	.041	.208	.426	.263	.054	.003	.000	.000
23:	.000	.005	.047	.229	.438	.227	.050	.004	.000	.000
24:	.000	.005	.048	.261	.455	.184	.042	.004	.000	.000
25:	.000	.006	.049	.215	.424	.238	.063	.005	.000	.000
26:	.000	.000	.005	.062	.226	.464	.193	.044	.005	.000
27:	.000	.000	.005	.068	.270	.338	.266	.049	.004	.000
28:	.000	.000	.005	.057	.238	.384	.248	.063	.005	.000
29:	.000	.000	.004	.057	.246	.388	.236	.064	.005	.000
30:	.000	.000	.005	.061	.225	.382	.268	.054	.005	.000
31:	.000	.000	.000	.005	.042	.258	.434	.214	.042	.004
32:	.000	.000	.000	.004	.065	.241	.380	.265	.041	.004
33:	.000	.000	.000	.005	.042	.194	.464	.241	.049	.004
34:	.000	.000	.000	.004	.065	.302	.363	.213	.047	.005
35:	.000	.000	.000	.005	.058	.215	.414	.266	.040	.004
36:	.000	.000	.000	.000	.005	.045	.236	.427	.246	.042
37:	.000	.000	.000	.000	.006	.056	.294	.392	.202	.050
38:	.000	.000	.000	.000	.004	.056	.241	.426	.209	.065
39:	.000	.000	.000	.000	.005	.055	.254	.391	.256	.040
40:	.000	.000	.000	.000	.004	.052	.292	.369	.229	.053
41:	.000	.000	.000	.000	.000	.007	.072	.270	.394	.257
42:	.000	.000	.000	.000	.000	.004	.058	.265	.398	.275
43:	.000	.000	.000	.000	.000	.004	.048	.254	.464	.229
44:	.000	.000	.000	.000	.000	.005	.076	.281	.410	.228
45:	.000	.000	.000	.000	.000	.005	.059	.245	.397	.293
46:	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.007	.075	.313	.605
47:	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.007	.079	.301	.613
48:	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.005	.086	.334	.575
49:	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.004	.077	.315	.603
50:	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.006	.068	.347	.579

$$R_i(P_k)=f_i(P_k)\Big/\sum_{i=1}^{10} f_i(P_k)\quad (i=1, 2, \ldots, 10)$$

ただし

$k=1, 2, \ldots, 5$ に対しては：$j=1$

$k=6, 7, \ldots, 10$ に対しては：$j=2$

$k=46, 47, \ldots, 50$ に対しては：$j=10$

$1\leqq|i-j|\leqq 10,\ \ \sigma=1,\ \ \eta=0.5$

u は $(0, 1)$ 一様乱数

つまり，$R_i(P_k)$ は最大値 $R_j(P_k)$ $(i=j)$ を中心にして正規的に，しかし図 **1** のように不規則な変動を有する関連度として特徴づけている．

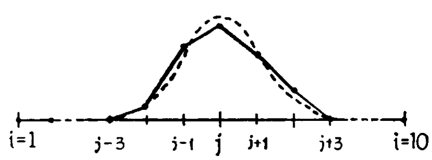

図 1　関連度 $R_i(P_k)$ の生成法
Fig. 1　Generation method of the degree of relationship $R_i(P_k)$.

実際の計算機シミュレーションではこのような特徴ある表が単元数 n，問題数 c，分布の広がり σ，変動

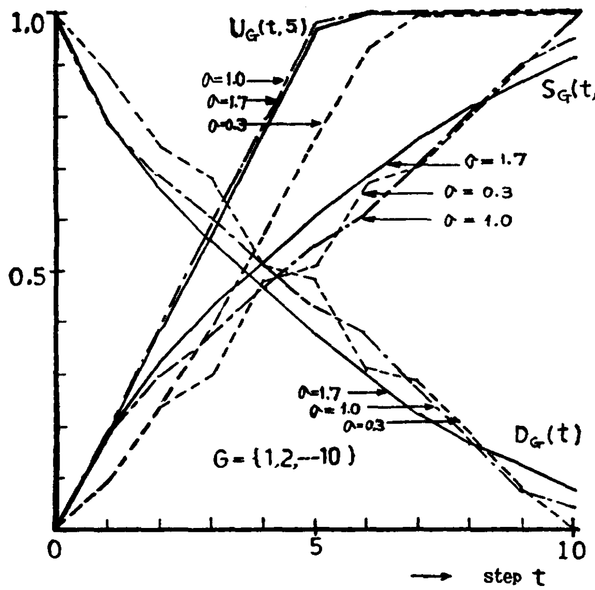

図 2 関連度の分布（広がりの標準偏差：σ）と理解度，学習量，難しさの特性（全単元学習）
Fig. 2 The distribution of the degree of relationship, and the characteristics of the degree of understanding, of the amount of study and of the degree of difficulty (full study of all units).

幅 η をパラメータにして，ただちに生成できる副プログラムにしている．

3.2 得点の生成

学生はステップごとに m 個の問題を解答し担当教師に提出する．その得点系列に相当するものを次のようにしてシミュレーションする．

（1） ステップごとに1点満点による平均点（例えば mean=0.8）を指定する．

（2） 標準偏差 dev.（例えば dev.=0.2）を指定して，その平均値まわりの正規乱数を m 個発生させ，その m 個の値をもってそのステップでの学生の得点とする．

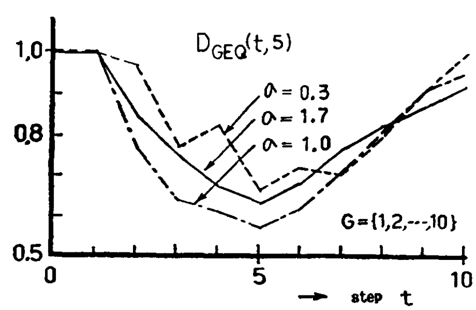

図 3 関連度分布と等価学習効率の特性
Fig. 3 The characteristics of the distribution of the degree of relationship and the equivalent efficiency of study.

3.3 シミュレーションの結果

（1） 関連度の広がりと学習量（全単元を対象）

図2はすべての単元 $i=1, 2, \ldots, 10$ に対して $A_i=0.5$, $D_i(0)=1.0$, $m=5$（5問/ステップ）にして，全問満点である場合の理解度 U_G と学習量 S_G を調べたものである．より広く単元に関連した問題系（$\sigma=1.6$）を学習した方が，関連度の広がりの少ない系（$\sigma=0.3$）での学習よりも $U_G(t)$ の立ち上がりは速い，しかし学習量 $S_G(t)$ は多く必要となる．一方 $\sigma=1$ の場合を見ると $U_G(t)$ の 立ち上がりは $\sigma=1.6$ とほとんど変わらず，しかも $S_G(t)$ がかなり少なくてすむことがわかる．つまり，むやみに関連度の広がりが多くても少なすぎても学習効率が悪いことがわかる．$\sigma=1$（実効関連度が3単元程度）を持った問題系が適当であることが予想できる．この性質は図3の等価学習効率 $D_{GEQ}(t, 5)=S_G(t, 5)/U_G(t, 5)$ によって一層はっきりわかる．

（2） 解答のばらつきに関する学習量の差（全単元対象）

図4は1つの問題系列に対して，平均値は等しいがばらつきの異なる2通りの得点系列について調べたものである．つまり，2人の学生を想定し，1人は平均点 mean=0.8 標準偏差 dev.=0.1，いま1人は mean=0.8 dev.=0.3 のとき，それぞれ学習量など

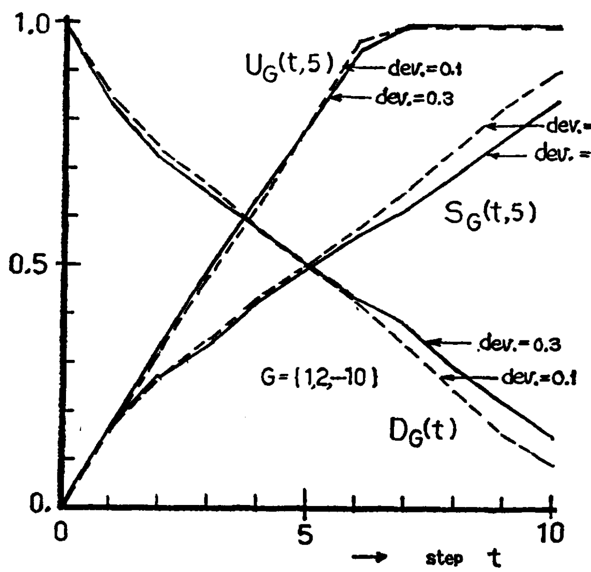

図 4 得点のばらつき（dev.）による影響（全単元学習）
Fig. 4 The effect of the variance of marked points (full study of all units).

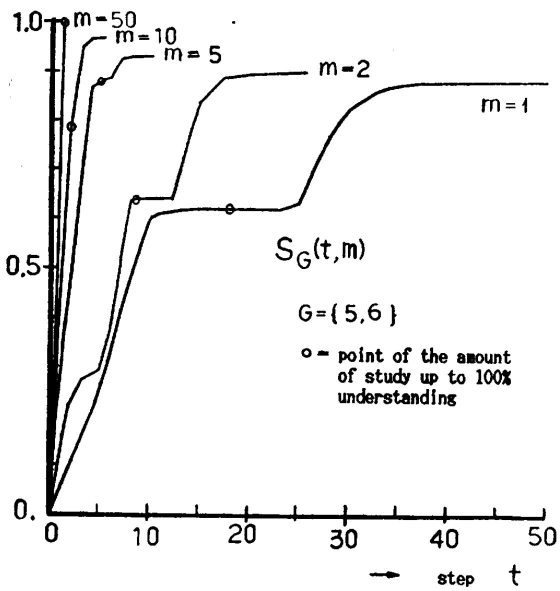

図 5 問題数/ステップ(m) の学習量に及ぼす影響 (部分学習 : 単元 5, 6)

Fig. 5 The effect for the amount study by the number of problems per step (part study of group units {5, 6}).

のステップ特性を調べたものである．理解度については大した差異はないが，ばらつきの大きい方が学習量としては小さく (とくに $t>5$) 評価されることがわかる．このような性質は人間の定性的感覚とよく一致するように思われる．

（3） m問/ステップと学習容量

図 5 および **図 6** は $G=\{5, 6\}$ の2つの単元に関して，すべて満点を取った場合の平均学習量がmの値によってどのように変化するかを調べたものである．問題 50 問をすべて満点取るにしても，学習容量は1問/ステップの仕方で解くのが最も少なくて，50問/ステップの仕方が最も大きくなる．この性質は人間が肉体的仕事をする場合に，同じ仕事でも一挙に行う方が，ゆっくり行うよりも後での疲れが一般に大きいのと似ている．

（4） 得点と 100% 理解到達までのステップ数

図 7 は単元群 $G=\{5, 6\}$ における部分学習で全ステップの得点系列が，$v=1.0$ 一定値，$v=0.8$ 一定値，$v=0.6$ 一定値の3つの場合について，理解度と学習量の特性について調べたものである． $v=0.6$ の得点系列では 100% 理解に8ステップを要するのがわかる．

（5） 努力量と学習量の違い

図 8 は単元群 $G=\{5, 6\}$ の問題系列を，初期の難しさが異なる二人の学生を想定して，二つの得点系列について調べたものである．一つは初期難しさを $D_i(0)=1.0$ ($i=1, 2, \ldots, 10$) にして，今一つは $D_i(0)=0.5$ ($i=1, 2, \ldots, 10$) にした場合の $E_G(t, 5)$ の変化を調べている．得点系列はいずれも平均点 mean=0.8 で標準偏差 dev.=0.3 である．同じような得点系列でも 100% 理解までに要するステップ数や学習量が大いに異なって評価されるのがわかる．また $D_i(0)=0.5$ の場合の $E_G(t, 5)$ は $D_i(0)=1.0$ のときの $E_G(t, 5)$ より小さく評価される．

逆に，$D_i(0)=1.0$ の場合の理解度や努力量の得点系列と同じ程度に $D_i(0)=0.5$ の場合の得点系列が評価されるためには，もっと高い得点系列 (平均点 0.9 程度) を必要とすることが容易に予測できる．

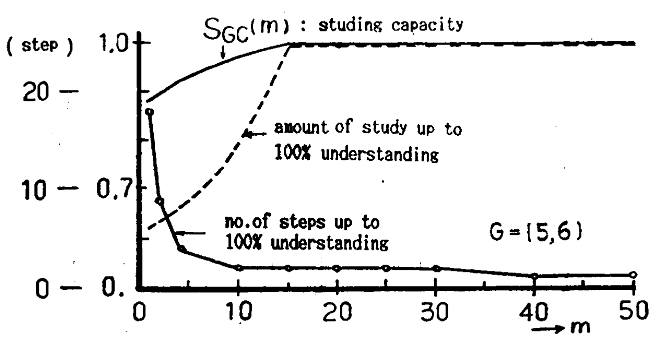

図 6 満点学習での学習量とステップ数 (部分学習)

Fig. 6 The studying capacity and the number of steps by full marked points (part study of group units {5, 6}).

4. むすび

3章で示したシミュレーション実験から次のことが結論される．

(1) シミュレーション実験で得た結果のほとんどは，人間が平素から学習感覚としてもっている定性的な特徴を定量的表現した例と考えることができる．

(2) 学習量は物理世界でのエネルギー消費量と対比して考えることができる．さらに学習密度は1ステップでの学習量として考えられ，学習スピードはステップ内で学習した問題数と考えられる．

(3) 難しさは一般に学習の進展と共に減衰していく．しかし初期値 $D_i(0)$ の与え方で学習量や努力量は大きく支配される．つまり，この $D_i(0)$ はその単元 i に対して学習以前に有している知識や能力に相当するもので，この値

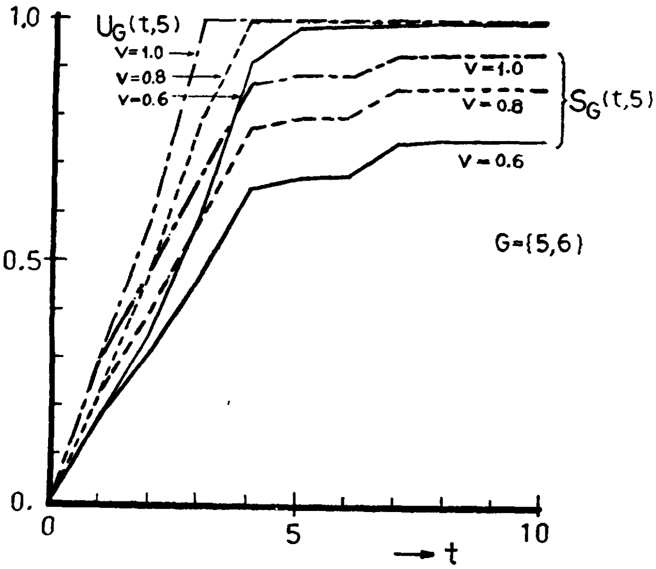

図 7 得点 (v) と $S_G(t,5)$, $U_G(t,5)$ (v の値は全問一定)
Fig. 7 The marked points (v) and $S_G(t,5)$, $U_G(t,5)$ (the values of v are all constant).

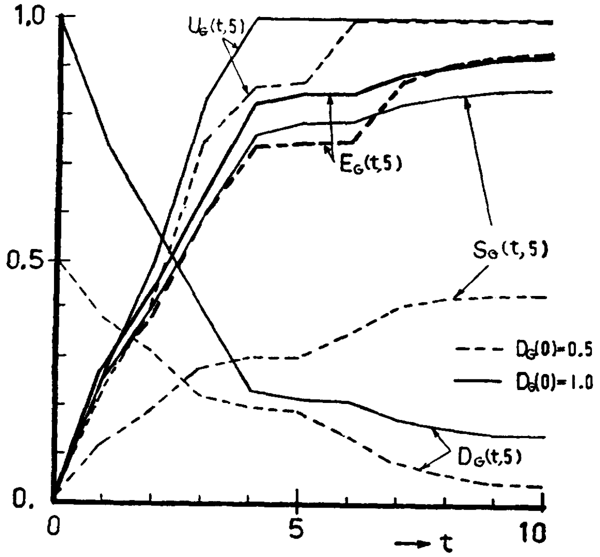

図 8 難しさの初期値 $D_G(0)$ の違いと努力量 $E_G(t,5)$ $G=\{5,6\}$ (得点：平均=0.8 dev. =0.3)
Fig. 8 The difference of the initial degree of difficulty $D_G(0)$ and the amount of effort $E_G(t,5)$.

の設定は担当教師が行わなければならない．その意味で，この $D_i(0)$ を学生各個人ごとに見いだすのは難しいので，何らかの事前テストでだいたいの値を決めるとか，場合によっては IQ などの値を適用することも良いであろう．

（4）関連度表の $R_i(P_k)$ を問題ごとにきめ細かく与えるのは難しい．つまり，関連単元を見いだすのは簡単だがどの程度の関連度かを理論的に与えることは難しい．将来この $R_i(P_k)$ の理論的与え方，またはその同定法について研究する必要がある．

（5）今回報告したシミュレーション実験が簡単に行えるようにプログラムをパッケージ化しておくことで，これを教科書の問題系の設計ツールとして役立てられそうである．

参考文献

1) 矢鳴，中山，中村：関連単元にもとずく再学習理論とそのシステムの作成，電子通信学会論文誌，Vol. J 58-A, pp. 96-97 (1985).
2) Nakamura, T., Nakayama, T., Fukagawa, Y. and Yanaru, T.: A Methodology for Automatic Presentation of Exercise Problems Based on Related Text-constructing Units, *IEEE Trans. on Educ.*, Vol. E-30, No. 3, pp. 157-163 (1987).

(昭和 63 年 1 月 25 日受付)
(昭和 63 年 5 月 10 日採録)

矢鳴 虎夫（正会員）
1938年生．1963年九州工業大学大学院電気工学科修士課程修了．工学博士．現在九州工業大学情報科学センター助教授．1964年から1969年まで九州工業大学電子工学科勤務．この間主に神経系の信号処理に関する研究を行った．以後九州工業大学情報処理教育センター，さらに情報科学センターに移り，もっぱら計算機の一般情報処理教育に従事する．現在は主に問題を中心にした学習理論の構築を考えている．

中村 為雄（正会員）
1945年生．1963年福岡県立戸畑工業高校卒業．以来九州工業大学情報処理施設，情報処理教育センターに勤務する．さらに情報科学センターに移り，現在は計算機の一般情報処理教育に従事している．外国人留学生のための漢字読取システムを研究している．

中山 泰雄（正会員）
1929年生．1951年明治工業専門学校通信科卒業．現在九州工業大学情報科学センター講師．1974年まで九州工業短期大学勤務，以来九州工業大学に移り，情報処理教育センター，さらに情報科学センターにおいて，一般情報処理教育に従事する．現在は学生のレポート文章の自動評価に関する研究を行っている．