RF-003

# 架空名義操作不可能な再配分メカニズムの特徴付け

鶴田 俊佑* Shunsuke Tsuruta　岡 雅晃* Masaaki Oka　東藤 大樹† Taiki Todo　櫻井 祐子† Yuko Sakurai　横尾 真† Makoto Yokoo

## 1　序論

メカニズムデザイン（制度設計）とはミクロ経済学とゲーム理論の一分野であり，複数の人間／エージェントが行う集団意思決定のルール／プロトコルを設計することである．利己的なエージェントが存在する場合，各エージェントが常にルールを守るとは限らない．したがって，ルールを守ることが各エージェントの利益となり，社会的に望ましい結果が得られるようなルールの設計が必要である．メカニズムデザインの研究は人工知能／マルチエージェントシステムの分野で活発に行われている．

メカニズムデザインの一例としてオークションメカニズムの設計が挙げられる．有名なオークションメカニズムとして，ビックレー入札が存在する [9]．このメカニズムは，評価額の正直申告が最適戦略（戦略的操作不可能性）となり，評価額が最も高い入札者への財の割当て（割当効率性）を保証することが知られている．

オークションメカニズムは，必ずしも財を販売する売手が存在する場合だけに適用されるものではない．たとえば，参加者がコミュニティに属し，そのコミュニティで共有している財の割当てにオークションメカニズムを適用する場合が存在する．このとき，支払額を受け取る売手が存在しないため，社会的損失が生じてしまう．したがって，支払額の扱いが問題となる．この問題を解決するために，支払額を参加者らに分配する再配分メカニズムが提案されている [1, 3]．再配分メカニズムは各エージェントに対する財の割当，支払額とともに支払額の再配分額を決定する．したがって，再配分メカニズムを適用することで，支払額に関する損失を軽減することが可能である．しかしながら，割当効率性，個人合理性（参加することで負の効用を得ない），強予算制約（支払額を全額再配分する）を同時に満たす戦略的操作不可能な再配分メカニズムは存在しないことが知られている [4, 5, 6]．

再配分メカニズムの適用先として，大学のテニスコートや近隣住民らでのカーシェアリングなど，コミュニティで何らかの資源が共有されている場合が挙げられる．しかしながら，再配分メカニズムは，誰でも参加可能な状況を対象にすることは難しい．たとえば，共有財の割当には興味がないエージェントであっても，コミュニティに参加するだけで利益（支払額の再配分）を得ることが可能であれば，誰もが共有資源の割当に参加する誘因が生じる．すなわち，再配分メカニズムを適用する場合，コミュニティ参加者に何らかの制限（大学のテニスコートであれば学生や教員）を課す必要がある．

ただし参加者を制限したとしても配分するものが金銭であれば，共有資源に興味を持っていない人物が参加する誘因は生じる．例えばテニスに興味のない学生が支払額の再配分を得るために，虚偽のテニスチームをつくってテニスのコミュニティに参加する可能性がある．解決策として再配分するものをテニス用品（ボール，グリップテープ）などの，共有資源に興味を持たない人には価値が見出せないものにすることで，再配分される金銭のみを求めての参加を排除することができる．

しかしながら，再配分メカニズムを用いる上で考えるべき問題はこれだけではない．コミュニティメンバが 1 つのテニスチームを 2 つに分割して異なる 2 つのチームとして参加し，より多くのボールを手にしようとする可能性がある．このような操作は架空名義操作と呼ばれ，インターネットオークションを含む様々な場面で考慮されてきた [2, 8, 10]．

本論文では，架空名義入札不可能性を満たすメカニズムにおいて，割当効率性，非零再配分性を満たすメカニズムは存在しないことを示す．次に架空名義操作不可能な再配分メカニズムのクラスを提案し，それらが社会的余剰（入札者の効用の和）の点で最適であることを述べる．最後に，提案メカニズムのクラスの中で，メカニズム設計者が入札額に関する情報を事前に持たない場合に社会的余剰の点で望ましいメカニズムのクラスを検討する．

## 2　準備

オークションに潜在的に存在するエージェント／名義の集合を $\mathcal{N}$，実際に参加するエージェントの集合を $N \subseteq \mathcal{N}$ と定義する．架空名義の操作によって参加する名義数が変動するので $N$ は可変である．エージェントの集合 $N \subseteq \mathcal{N}$ が与えられたとき，$N$ の要素数を $k(N) := |N|$ とする．簡単のため，$k(N)$ の代わりに $k$ を用いる．

オークションに参加しているエージェントの集合 $N$ に売却される財が存在する．参加しているエージェント $i \in N$ は財に対して評価値 $v_i \in V = [0, \bar{V}]$ をもっており，$V$ をすべてのエージェントが入札可能な評価値の範囲とする．参加しているエージェントが持つ評価値の組を $v = (v_i)_{i \in N} \in V^k$ とおき，参加しているエージェントからエージェント $i$ を除いた集

* 九州大学大学院システム情報科学府
† 九州大学大学院システム情報科学研究院

合が持つ評価値の組を $v_{-i} = (v_j)_{j\in N\setminus\{i\}} \in V^{k-1}$ とおく．

任意の $N \subseteq \mathcal{N}$ に対して, すべての可能な割当 $A_k \subseteq \{0,1\}^k$ があり，$\sum_{i\in N} a_i \leq 1$ を満たす，$a = (a_i)_{i\in N} \in \{0,1\}^k$ を定義する．ここで $a_i = 1$ ならばエージェント $i$ は財が割り当てられ，$a_i = 0$ ならばエージェント $i$ には財が割り当てられない．メカニズム $M = (f,p)$ は割当規則 $f$ と支払規則 $p$ で構成される．割当規則 $f$ は $f^l : V^l \to A_l$ の組であり，それぞれの $l \in \{1,\ldots,|\mathcal{N}|\}$ と評価値の組 $v \in V^l$ から $a \in A_l$ を導く関数である．$v \in V^k$ と $i \in N$ が与えられたとき，エージェント $i$ の割当を $f_i(v) := f_i^k(v)$ と表現する．支払規則 $p$ は $p^l$ の組である．$p^l : V^l \to \mathbb{R}^l$ はそれぞれのエージェントに対する支払額と定義される．正確にいうと，$v \in V^k$ と $i \in N$ が与えられたとき，$p_i(v) := p_i^k(v)$ をエージェント $i$ の支払額とする．負の値はエージェント $i$ が，その値の絶対値の効用を受け取ることを意味する．本論文では以下に示す 6 つの性質を満たすメカニズムに着目する．

**仮定 1** (決定性)**.** メカニズム $M = (f,p)$ が $\forall N \subseteq \mathcal{N}$，$\forall v \in V^k$，$a \in A$ に対して $f(v) = a$ を満たすとき，$M$ は決定性を満たすという．

この性質は任意の $N$ と $v$ が与えられたとき，メカニズムが一意の割当を返すことを示す.

**仮定 2** (非損失性)**.** メカニズム $M = (f,p)$ が $\forall N \subseteq \mathcal{N}$, $\forall v \in V^k$ に対して $\sum_{i\in N} p_i(v) \geq 0$ を満たすとき，$M$ は非損失性を満たすという.

メカニズムは任意の $N$ と $v$ が与えられたとき，損失（赤字）が発生しない性質である．この性質を満たしていなければ発生した損失に対して助成を行う必要があるので，この仮定は自然である.

**仮定 3** (匿名性)**.** メカニズム $M = (f,p)$ が $\forall N, N' \subseteq \mathcal{N}$, $|N| = |N'| = k, v, v' \in V^k$ に対して, 全単射する $\sigma : N \to N'$ が $v_i = v'_{\sigma(i)}$ を満たして存在し，$i \in N$ に対して

$$v_i \cdot f_i(v) - p_i(v) = v'_{\sigma(i)} \cdot f_{\sigma(i)}(v') - p_{\sigma(i)}(v')$$

を満たすとき，$M$ は匿名性を満たすという．

エージェントの割当や支払額は名義に関係なく，すべてのエージェントが同様に扱われなければならない性質である．つまり 2 人のエージェントが同じ評価値を持つならば，2 人は同じ効用を得られなければならない.

**仮定 4** (個人合理性)**.** メカニズム $M = (f,p)$ が $\forall N \subseteq \mathcal{N}$, $\forall i \in N$，$\forall v_{-i} \in V^{k-1}$，$\forall v_i \in V$ に対して

$$v_i \cdot f_i(v_i, v_{-i}) - p_i(v_i, v_{-i}) \geq 0$$

を満たすとき，個人合理性を満たすという．

この性質は真の評価値を申告したエージェントは，負の効用を得ないことを示す．この仮定が満たされなければ，エージェントはオークションに参加する誘因を持たない.

**仮定 5** (割当単調性)**.** あるエージェント $i \in N$ に財が割り当てられているとする．任意のエージェント $j \in N \setminus \{i\}$ が評価値を上げたとき，あるエージェント $k \in N$ に財が割り当てられるとする．このとき，メカニズムは割当単調性を満たすという.

**仮定 6** (相互単調性)**.** あるエージェント $i \in N$ に財が割り当てられているとする．任意のエージェント $j \in N \setminus \{i\}$ が評価値を下げたとしても，財を割り当てられるエージェントが変わらないとする．このとき，メカニズムは相互単調性を満たすという.

仮定 5, 6 より，メカニズムは留保価格を持つことが保証される．証明は紙面の都合上，省略する.

またメカニズムにとって望ましい以下の性質を述べる.

**定義 1** (戦略的操作不可能性)**.** メカニズム $M = (f,p)$ が $\forall N \subseteq \mathcal{N}$，$\forall i \in N$，$\forall v_{-i} \in V^{k-1}$，$\forall v_i \in V$，$\forall v'_i \in V$ に対して

$$v_i \cdot f_i(v_i, v_{-i}) - p_i(v_i, v_{-i}) \geq v_i \cdot f_i(v'_i, v_{-i}) - p_i(v'_i, v_{-i})$$

を満たすとき，$M$ は戦略的操作不可能 *(Strategy-Proof, SP)* であるという.

架空名義操作を考慮しないとき, 任意のエージェントにとって真の評価値を申告することが（弱）支配戦略になるならば, そのメカニズムは戦略的操作不可能である.

**定義 2** (架空名義操作不可能性)**.** メカニズム $M = (f,p)$ が $\forall N \subseteq \mathcal{N}$, $\forall i \in N$, $v_{-i} \in V^{k-1}$, $v_i \in V$, $v'_i \in V$, $S \subseteq \mathcal{N} \setminus N$, $v_S \in V^{|S|}$ に対して

$$\begin{aligned} v_i \cdot f_i(v_i, v_{-i}) - p_i(v_i, v_{-i}) \geq v_i \cdot &\sum_{l\in S\cup\{i\}} f_l(v'_i, v_{-i}, v_S) \\ &- \sum_{l\in S\cup\{i\}} p_l(v'_i, v_{-i}, v_S) \end{aligned}$$

を満たすとき．架空名義操作不可能 *(False-Name-Proof, FNP)* であるという．$v_S \in V^{|S|}$ は $S$ の名義セットから申告された評価値の組である.

この性質は戦略的操作不可能性よりも厳しいといえる．架空名義操作不可能な元では，1 つの名義で真の評価値を申告することが（弱）支配戦略である．もし $S = \emptyset$ ならば戦略的操作不可能性と一致する.

**定義 3** (割当効率性)**.** メカニズム $M = (f,p)$ が $\forall N \subseteq \mathcal{N}$, $\forall v \in V^k$ に対して

$$f(v) \in \arg\max_{a\in A_k} \sum_{i\in N} v_i \cdot a_i$$

を満たすとき，割当効率性 *(Allocative Efficiency, AE)* を満たすという.

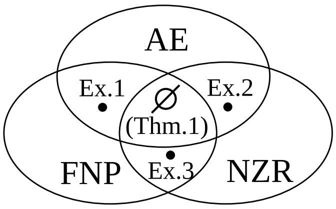


図 1　架空名義操作不可能性，割当効率性，非零再配分性の関係性

この性質は任意の $N$ と $v$ において，入札値が最も高いエージェントに財が割り当てられることを意味する．

**定義 4** (非零再配分性)**.** メカニズム $M = (f, p)$ が $\exists N \subseteq \mathcal{N}$, $\exists v \in V^k$ に対して

$$\exists i \in N \; s.t., \; f_i(v) = 0 \wedge p_i(v) < 0.$$

を満たすとき，非零再配分性 *(Non-Zero Redistribution, NZR)* を満たすという．

この性質は再配分メカニズムとしての最低必要条件である．ある $N$ と $v$ において，財が割り当てられていないエージェント（敗者）に対していくらかの配分を行うことが必要である．

## 3　不可能性定理の証明

メカニズムにとって望ましい 3 つの性質（架空名義操作不可能性，割当効率性，非零再配分性）を前章で定義した．本章では 3 つの性質を同時に満たすメカニズムは存在しないことを示す．

**定理 1** (不可能性定理)**.** 架空名義操作不可能性，割当効率性，非零再配分性を同時に満たすメカニズムは存在しない．

この定理を示すため，2 つの補題を用いる．

**補題 1.** $|N| = 2$ を満たす任意の $N \subseteq \mathcal{N}$，任意の $v \in V^2$ のとき，戦略的操作不可能で割当効率性を満たす任意のメカニズム $M = (f, p)$ は，敗者に対して再配分を行うことができない．

$$\forall j \in N, [f_j(v) = 0 \Rightarrow p_j(v) = 0].$$

**証明.** $|N| = 2$ を満たす任意の $N$ と，任意の $v \in V^2$ を考える．$N = \{i, j\}$，また $v_i \geq v_j$ とおいても一般性は失わない．割当効率性より，評価値の高いエージェント $i$ が勝者となる．両者の評価値が 0 の場合は戦略的操作不可能性より勝者の支払額は 0 になるので，敗者に対して再配分を行うことが出来ない．以下では両者の評価値が 0 以外の場合を考える．

矛盾を導くため，敗者である $j$ が再配分 $\pi > 0$ を受け取ると仮定する．メカニズムは非損失性を満たすため，勝者である $i$ は少なくとも $\pi$ を支払う．

ここで元の評価値の組とは異なる評価値の組 $v' = (v_i, v'_j)$ を考える．$v'_j$ は $v'_j < \pi$ を満たしているとする．この評価値の組の元でも，敗者の $j$ は再配分額 $\pi$ を受け取らなければならない．なぜならば真の評価値 $v_j$ で入札した敗者 $j$ が，偽の評価値 $v'_j$ で虚偽の入札を行う誘因が生じてしまい，戦略的操作不可能性に違反するからである．よって勝者 $i$ の支払額は少なくとも $\pi$ である．

次に，また異なる評価値の組 $v'' = (v'_i, v'_j)$ を考える．$v'_i$ は $\pi > v'_i > v'_j$ を満たす．個人合理性より勝者 $i$ は $v'_i$ までの額を支払うが，その値は $\pi$ よりも小さい．

よって真の評価値 $v_i$ で入札したエージェント $i$ は，他のエージェント $j$ が $v'_j$ で入札したときに，支払額を少なくするため偽の評価値 $v'_i$ で虚偽の入札を行う誘因が生じる．これは $M$ が戦略的操作不可能という仮定に違反するため矛盾である．　□

**補題 2.** $|N| = 2$ のとき，架空名義操作不可能性，割当効率性，非零再配分性を同時に満たす任意のメカニズム $M = (f, p)$ は，敗者に対していくらかの再配分を行わなければならない．

$$\exists v \in V^2, \exists j \in N, [f_j(v) = 0 \wedge p_j(v) < 0].$$

**証明.** 架空名義操作不可能性かつ非零再配分性を満たすメカニズム $M$ を与え，$\hat{N}$，$\hat{v}$，$\hat{j}$ を非零再配分が成り立つパラメータとする，つまり $f_{\hat{j}}(\hat{v}) = 0$ かつ $p_{\hat{j}}(\hat{v}) < 0$ が成り立つ. 非損失性より，エージェント $i \in \hat{N}$ に財が割り当てられるとすると，少なくとも $p_{\hat{j}}(\hat{v})$ を支払わなければならない．加えて，割当効率性より $\hat{v}_i \geq \hat{v}_{\hat{j}}$ である．

$\hat{j}$ を除いた，すべての敗者を取り除いた場合を考える，つまりエージェントは $\{i, \hat{j}\}$ の 2 人だけの場合を想定する．割当効率性より，エージェント $\hat{j}$ は敗者のままである．ここで $\hat{j}$ は少なくとも $|p_{\hat{j}}(\hat{v})| > 0$ の再配分を受け取る．そうでなければ $\hat{j}$ が架空名義としてエージェントの組 $N \setminus \{i, \hat{j}\}$ を加えることによって，本来と同じ状況を作り出す誘因が生じるからである．次に敗者 $\hat{j}$ は 2 人のエージェント $\{i, \hat{j}\}$ から非零再配分を受け取る，よって 2 人のエージェント $\{i, \hat{j}\}$ の組において，$\hat{j}$ に対していくらかの再配分を行わなければならない．　□

定理 *1* の証明. 3 つの性質を同時に満たすメカニズム $M$ が存在すると仮定する．架空名義操作不可能性は戦略的操作不可能性を含有しているため，$k = 2$ のとき，任意の $v \in V^2$ に対して $M$ は敗者に対して再配分を行うことができない (補題 1 より). しかしながら補題 2 より，ある $v \in V^2$ に対して $M$ は敗者に対して非零再配分を行わなければならない．よって仮定に矛盾が生じる．　□

次に 3 つの性質の中から，任意の 2 つの性質を満たすメカニズムは存在することを例を挙げて示す．

**例 1** (FNP, AE, but not NZR)**.** ビックレー入札.

**例 2** (AE, NZR, but not FNP)**.** *Baily-Cavallo* メカニズム *[1].* 勝者の決定方法と支払額はビックレー入札と同一であるが，自分を除いた *2* 番目に高い評価値を入札者数で割った値を再配分として受け取る．

**例 3** (FNP, NZR, but not AE). 2 人のときのみ敗者に再配分を行い，それ以外の人数においては再配分を行わないビックレー入札.

関係性を図 1 に示す．本研究では架空名義操作不可能な再配分メカニズムを見つけることが目的なので，不可能性定理より割当効率性を満たすことを諦めなければならない．しかしながら，架空名義操作不可能かつ非零再配分の性質を満たしながらも，例 3 は社会的余剰の点で望ましくない．次章では例 3 のメカニズムより高い社会的余剰が得られる，架空名義操作不可能な再配分メカニズムを提案する．

## 4 架空名義操作不可能な再配分メカニズムの提案

本章では架空名義操作不可能な再配分メカニズムを提案し，これを指数減少再配分 (Exponentially-Decreasing Redistribution, EDR) メカニズムと名付ける．

**定義 5** (EDR メカニズム). 以下の条件を満たすメカニズム $M = (f, p)$ を EDR メカニズムと呼ぶ．まず，2 つのシークエンス $(c_k)_{1\le k\le|\mathcal{N}|}$ と $(r_k)_{1\le k\le|\mathcal{N}|}$ が次の 4 つの条件: (i) $c_1 = r_1 = 0$, (ii) $c_2 \ge 0$, (iii) $\forall k \ge 3, 0 \le c_k \le \frac{1}{2}c_{k-1}$, (iv) $\forall k \ge 2, r_k = r_{k-1} + 2c_k$ を満たす．また，$\forall N \subseteq \mathcal{N}$, $v \in V^k$, $\forall i \in N$ に対して

$$
\begin{aligned}
f_i(v) &= \begin{cases} 1 & \text{if } v_i \ge \max\{\max_{j\ne i} v_j, r_k\} \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \\
p_i(v) &= \begin{cases} r_k & \text{if } v_i \ge r_k > \max_{j\ne i} v_j \\ \max_{j\ne i} v_j - c_k & \text{if } v_i \ge \max_{j\ne i} v_j \ge r_k \\ -c_k & \text{if } \max_{j\ne i} v_j \ge \max\{v_i, r_k\} \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}
\end{aligned}
$$

とする．

**命題 1.** EDR メカニズムは戦略的操作不可能である．

**証明.** $k$ 人のエージェント集合が存在し，エージェント $i \in N$ を考える．まずエージェント $i$ が財を獲得できない場合を考える．エージェント $i$ は敗者になる．他の $k-1$ 人のエージェントの評価値の組が固定されているもとでは，エージェント $i$ が敗者であるならば再配分額は変化しない．よって本来の評価値より下の値で入札する誘因は生じない．また，そのような敗者であるエージェント $i$ が真の評価値より高い値で入札し勝者になったとき，メカニズムの定義より支払額は $\max_{j\ne i} v_j - c_k$(もともと勝者がいなかった場合は $r_k$) になる．

よって，評価値より高い値で入札したことによっても効用は $c_k$ を超えることはできず，真実申告することが最適となる．

次にエージェント $i$ が財を獲得できる場合について考える．エージェント $i$ が留保価格 $r_k$ を超えている唯一の評価値を持つエージェントだった場合，このエージェントは虚偽の申告をする誘因は生じない．もし敗者になれば効用は 0 になり，勝者のままならば同じ効用を得るからである．エージェント $i$ 以外にも留保価格を超えているエージェントが存在する場合，エージェント $i$ は $\max_{j\ne i} v_j - c_k$ を支払う．$v_i \ge \max_{j\ne i} v_j$ であるから，効用は少なくとも $c_k$ となる．よって敗者になるように虚偽の評価値を入札したときに得る効用以上になるため，虚偽の申告をする誘因は生じない． □

次に，EDR メカニズムが架空名義操作不可能であることを示す．証明には命題 1 と，以下の 2 つの補題を利用する．

**補題 3.** 任意の EDR メカニズム $M$ と任意のエージェント集合 $N$ を考える．エージェント集合 $N$ が評価値の組 $v \in V^k$ を申告したとき，エージェント $i \in N$ が財を割り当てられる勝者とする．エージェント $S \subseteq \mathcal{N} \setminus N$ がオークションに参加して $v_S \in V^{|S|}$ を申告したとき，エージェント $i$ が勝者のままであるときを考える．そのとき任意のエージェント $j \ne i$ に対して以下の式が成り立つ．

$$p_j(v) \le \sum_{l \in S\cup\{j\}} p_l(v, v_S)$$

**証明.** EDR メカニズム $M$ のパラメータを $(c_k)_{1\le k\le|\mathcal{N}|}$ とする．EDR メカニズムの定義の (i), (ii), (iii) より，エージェント $j$ はエージェント集合 $N$ に参加しているとき $c_{k(N)}$ を受け取る．エージェント $l \in S \cup \{j\}$ は敗者になるので，$S$ がオークションに追加されたとき，エージェント $l \in S \cup \{j\}$ は $c_{k(N\cup S)}$ を受け取り，再配分額の総和は $(|S|+1)c_{k(N\cup S)}$ となる．ここで EDR メカニズムの定義より，$c_{k(N\cup S)} \le c_{k(N)}/2^{|S|}$ が成り立つ．よって $c_{k(N)} \ge (|S|+1)c_{k(N\cup S)}$ が成り立ち，$p_j(v) \le \sum_{l\in S\cup\{j\}} p_l(v, v_S)$ を意味している．これは任意の敗者 $j \in N \setminus \{i\}$ に対して成り立つ． □

**補題 4.** 任意の EDR メカニズム $M$ と任意のエージェント集合 $N$ を考える．エージェント集合 $N$ が評価値の組 $v \in V^k$ を申告したとき，エージェント $i \in N$ が財を割り当てられる勝者とする．エージェント $S \subseteq \mathcal{N} \setminus N$ がオークションに参加して $v_S \in V^{|S|}$ を申告したとき，エージェント $i' \in S \cup \{i\}$ が勝者になるときを考える．そのとき以下の式が成り立つ．

$$p_i(v) \le \sum_{l \in S\cup\{i\}} p_l(v, v_S)$$

**証明.** EDR メカニズムのパラメータのシークエンスとして，$(c_k)_{1\le k\le|\mathcal{N}|}$ と $(r_k)_{1\le k\le|\mathcal{N}|}$ を導入する．任意の $N$ と任意の $S \subseteq \mathcal{N} \setminus N$ を与えたとき，EDR の定義より $r_{k(N\cup S)} = r_k + 2\sum_{m=1}^{|S|} c_{k+m}$ が成り立つ．

$S$ が参加したときの勝者を $i' \in S \cup \{i\}$ とし，$v_{(2)}$ を $N$ が参加したときに 2 番目に高い評価値，$v_{(2)}^{+S}$ を $N \cup S$ が参加したときに 2 番目に高い評価値とする．つまり $v_{(2)} = \max_{j\ne i} v_j$, $v_{(2)}^{+S} = \max_{j'\in N\cup S\setminus\{i'\}} v_{j'}$ ということである．そこで以下の 4 つの場合に分けて考える．

- (I) $r_k > v_{(2)}$ かつ $r_{k(N\cup S)} > v_{(2)}^{+S}$
- (II) $r_k > v_{(2)}$ かつ $r_{k(N\cup S)} \le v_{(2)}^{+S}$
- (III) $r_k \le v_{(2)}$ かつ $r_{k(N\cup S)} > v_{(2)}^{+S}$
- (IV) $r_k \le v_{(2)}$ かつ $r_{k(N\cup S)} \le v_{(2)}^{+S}$

まず (I) を考える．補題 4 の左辺は $r_k$，右辺は $r_{k(N\cup S)}-|S|c_{k(N\cup S)}$ である．$r_{k(N\cup S)}=r_k+2\sum_{m=1}^{|S|}c_{k+m}$ かつ $c_k$ は $k$ に関して減少である．つまり任意の $S\subseteq\mathcal{N}$ と任意の $m\in\{1,\ldots,|S|\}$ に対して $c_{k(N\cup S)}\le c_{k+m}$ より，

$$\begin{aligned}p_i(v)&=r_k=r_{k(N\cup S)}-2\sum_{1\le m\le|S|}c_{k+m}\\&\le r_{k(N\cup S)}-|S|c_{k(N\cup S)}=\sum_{l\in S\cup\{i\}}p_l(v,v_S)\end{aligned}$$

が成り立つ．

次に (II) を考える．補題 4 の左辺は $r_k$，右辺は $v_{(2)}^{+S}-(|S|+1)c_{k(N\cup S)}$ である．ここで $v_{(2)}^{+S}\ge r_{k(N\cup S)}$ より，

$$\begin{aligned}r_k&=r_{k(N\cup S)}-2\sum_{1\le m\le|S|}c_{k+m}\\&\le r_{k(N\cup S)}-c_{k+1}-\sum_{1\le m\le|S|}c_{k+m}\\&\le v_{(2)}^{+S}-(|S|+1)c_{k(N\cup S)}\end{aligned}$$

が得られる．よって，

$$\begin{aligned}p_i(v)&=r_k\\&\le v_{(2)}^{+S}-(|S|+1)c_{k(N\cup S)}=\sum_{l\in S\cup\{i\}}p_l(v,v_S)\end{aligned}$$

が成り立つ．

更に (III) を考える．補題 4 の左辺は $v_{(2)}-c_k$，右辺は $r_{k(N\cup S)}-|S|c_{k(N\cup S)}$ である．$S$ が参加したとき $v_{(2)}$ はオークションに存在したままであり，$r_{k(N\cup S)}$ より大きな入札は存在しないことから，$v_{(2)}\le r_{k(N\cup S)}$ が成り立つ．加えて定理 3 の証明より，任意の $N\subseteq\mathcal{N}$ かつ $S\subseteq\mathcal{N}\setminus N$ において，$c_{k(N\cup S)}\le\frac{1}{2^{|S|}}c_k$ である．よって，

$$\begin{aligned}p_i(v)&=v_{(2)}-c_k\le r_{k(N\cup S)}-c_k\\&\le r_{k(N\cup S)}-|S|c_{k(N\cup S)}=\sum_{l\in S\cup\{i\}}p_l(v,v_S)\end{aligned}$$

が成り立つ．

最後に (IV) を考える．補題 4 の左辺は $v_{(2)}-c_k$，右辺は $v_{(2)}^{+S}-(|S|+1)c_{k(N\cup S)}$ である．$v_{(2)}\le v_{(2)}^{+S}$ であることは自明である．加えて任意の $N\subseteq\mathcal{N}$ と $S\subseteq\mathcal{N}\setminus N$ より，$c_k\le 2^{|S|}c_{k(N\cup S)}$ が得られる．よって，

$$\begin{aligned}p_i(v)&=v_{(2)}-c_k\le v_{(2)}^{+S}-2^{|S|}c_{k(N\cup S)}\\&\le v_{(2)}^{+S}-(|S|+1)c_{k(N\cup S)}=\sum_{l\in S\cup\{i\}}p_l(v,v_S)\end{aligned}$$

が成り立つ． □

**定理 2.** EDR メカニズムは架空名義操作不可能である．

**証明.** この証明は命題 1 と補題 3, 4 より得られる．

まず任意の評価値の組 $v_{-i}$ と任意の架空名義操作 $v_S$ を考えて，エージェント $i$ の真の評価値は $v_i$ とし，架空名義 $S\cup\{i\}$ を用いる．このとき虚偽の申告を行うエージェント $i$ に対して，同様の財の割当が行われる状況が存在する．よって以下のように表す．

$$\sum_{l\in S\cup\{i\}}f_l(v_i,v_{-i},v_S)=f_i(v_i',v_{-i})$$

補題 3, 4 より $i$ への財の割当に関わらず，常に以下の式が成立する．

$$p_i(v_i',v_{-i})\le\sum_{l\in S\cup\{i\}}p_l(v_i,v_{-i},v_S)$$

$i$ に対する割当が架空名義操作によって変化しないならば，正直に申告する以上の支払額になる．

更に命題 1 より，エージェント $i$ にとって虚偽の入札をしても支払額を減少させることはできない．

$$v_i\cdot f_i(v)-p_i(v)\ge v_i\cdot f_i(v_i',v_{-i})-p_i(v_i',v_{-i})$$

3 つの数式を組み合わせると，

$$\begin{aligned}&v_i\cdot f_i(v)-p_i(v)\ge v_i\cdot f_i(v_i',v_{-i})-p_i(v_i',v_{-i})\\&\quad\ge v_i\cdot\sum_{l\in S\cup\{i\}}f_l(v_i',v_{-i},v_S)-\sum_{l\in S\cup\{i\}}p_l(v_i',v_{-i},v_S)\end{aligned}$$

となり，架空名義操作不可能性の定義と一致する． □

EDR メカニズムは特例としてビックレー入札を含んでおり，任意の $k$ において $c_k=r_k=0$ とすることで一致する．しかしながら，ビックレー入札では明らかに非零再配分性を満たしていない．そこで EDR メカニズムが非零再配分性を満たすための，必要十分条件を示す．

**定理 3.** EDR メカニズムが非零再配分性を満たすための必要十分条件は，$c_2>0$ である．

**証明.** まず十分条件を示す．$c_2>0$ のとき，敗者に対して非零再配分を行うことのできる評価値の組が少なくとも 1 つ存在する．例えば，$N=\{1,2\}$ と $v=(v_1,v_2)=(2c_2,0)\in V^2$ を考える．エージェント 1 が財を落札して $2c_2$ を支払い，エージェント 2 は $c_2$ を受け取る．これは EDR メカニズムが非零再配分の性質を満たしているといえ，任意の $c_2>0$ に対して成り立つ．

次に必要条件を示す．$c_2=0$ ならばビックレー入札と EDR メカニズムが一致し，非零再配分性に違反する． □

系として次が得られる．

**系 1.** EDR メカニズムが割当効率性を満たすための必要十分条件は，$c_2=0$ である．

## 5 提案メカニズムの割当最適性

本章では架空名義操作不可能なメカニズムの中で，提案メカニズムが最適であることを示す．余剰支配の関係性という概念を導入し，EDR メカニズムが他の架空名義操作不可能なメカニズムに余剰支配されないことを示す．

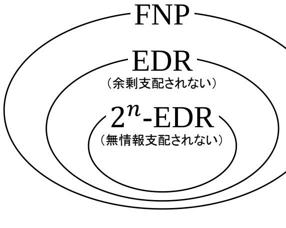


図 2　FNP, EDR, $2^n$-EDR の関係性

**Algorithm 1** Obtaining an EDR Mechanism $((c_k)_{1\le k\le|\mathcal{N}|}, (r_k)_{1\le k\le|\mathcal{N}|})$ which Welfare Dominates a Given FNP Mechanism $M'=(f',p')$.

```
Init: c_1 = r_1 = 0.
for k = 2, ..., |N| do
    c_k ← (1/2) max_{{i,j}∈N, v∈V^k} Σ_{l∈{i,j}} (−p'_l(v) + f'_l(v) · max_{l'∈N\l}{r'_k, v_{l'}})
    r_k ← r_{k−1} + 2c_k
end for
return ((c_k)_{1≤k≤|N|}, (r_k)_{1≤k≤|N|})
```

ここで任意の入札者，評価値の組に対して社会的余剰の概念を導入する．また，社会的余剰の支配関係を定義する．

**定義 6** (社会的余剰)**.** メカニズム $M$，エージェントの組 $N\subseteq\mathcal{N}$，評価値の組 $v\in V^k$ に対して

$$SW(M,v) := \sum_{i\in N}\left[v_i\cdot f_i(v) - p_i(v)\right]$$

を評価値の組 $v$ を与えられたときのメカニズム $M$ の社会的余剰 (Social Welfare, SW) と呼ぶ．

**定義 7** (余剰支配)**.** メカニズム $M,\tilde{M}$，$\forall N\subseteq\mathcal{N}$，$\forall v\in V^k$ に対して

$$SW(\tilde{M},v)\ge SW(M,v).$$

が成立するとき $\tilde{M}$ が $M$ を余剰支配 (welfare dominate, WD) しているといい，$\tilde{M}\xrightarrow{\text{WD}} M$ と表す．

任意の入札者，評価値において，メカニズム $\tilde{M}$ が常にメカニズム $M$ 以上の社会的余剰を持つとき，$\tilde{M}$ は $M$ を余剰支配する．任意のメカニズム $M,M',M''$ に対して，$M\xrightarrow{\text{WD}} M'$ かつ $M'\xrightarrow{\text{WD}} M''$ のとき，$M\xrightarrow{\text{WD}} M''$ が成り立つ (推移性)．また，任意のメカニズム $M,M'$ に対して，$M\xrightarrow{\text{WD}} M'$ かつ $M'\xrightarrow{\text{WD}} M$ のとき，$M'=M$ が成り立つ (反対称性)．

架空名義操作不可能なメカニズム $M'=(f',p')$ が与えられたとき，アルゴリズム 1 は EDR メカニズムの条件を満たす 2 つのシークエンス $(c_k)_{1\le k\le|\mathcal{N}|}$ と $(r_k)_{1\le k\le|\mathcal{N}|}$ をもつ EDR メカニズム $M$ を返す．そのとき $M$ は $M'$ を余剰支配している．このアルゴリズムを利用して，EDR メカニズムが他の架空名義操作不可能なメカニズムに余剰支配されない唯一の架空名義操作不可能なメカニズムであることを示す．言い換えると，EDR メカニズムは安定セットであり，2 つの任意の EDR メカニズムの間に余剰支配の関係は存在せず，任意の EDR メカニズムは架空名義操作不可能なメカニズムに余剰支配されない．図 2 は架空名義操作不可能なメカニズムにおいて，余剰支配の関係性を示す．

**定理 4.** EDR メカニズムは他の架空名義操作不可能なメカニズムに余剰支配されない，唯一の架空名義操作不可能なメカニズムである．

この定理は命題 2, 3 から証明可能である．

**命題 2.** 架空名義操作不可能なメカニズム $M'$ が与えられたとき，$M'$ を余剰支配する EDR メカニズムが存在する．

**証明.** 架空名義操作不可能なメカニズム $M'$ が与えられたとき，アルゴリズム 1 が EDR メカニズム $M$ を返す．数学的帰納法により命題を証明する．$c_k^{Sum}$ はエージェント $k$ 人が参加したときの再配分額の総和とする．

(1) $k=1$ を考える．このときメカニズム $M$ は $r_1=c_1^{Sum}=0$ である．戦略的操作不可能性よりメカニズム $M'$ は $r_1'\ge r_1=0$ と ${c'}_1^{Sum}=0$ を満たすので，$M$ は $M'$ 以上の社会的余剰を持つ．

(2) $k=2$ のときを考える．架空名義操作不可能性よりエージェントは 2 つの名義を使ったとしても，効用を上昇させることは出来ない．よって $r_2'\ge r_1'+\max_{v\in V^2}\sum_{l\in N}(-p_l(v)+f_l(v)\cdot t_l(v))\ge\max_{v\in V^2}\sum_{l\in N}(-p_l(v)+f_l(v)\cdot t_l(v))=r_2$ を導くことができ，$r_2'\ge r_2$ が成り立つ．ここで，$t_l(v)$ を $\max_{l'\in N\setminus l}\{r_k',v_{l'}\}$ とする．次に再配分額の総和の異なる $M$ と $M'$ に関して考える．メカニズム $M$ が $v\in V^2$ をもつとき，$c_2^{Sum}=\max_{v\in V^2}\sum_{l\in N}(-p_l(v)+f_l(v)\cdot t_l(v))$ を満たしている．メカニズム $M'$ が $v\in V^2$ をもつとき，${c'}_2^{Sum}\le\max_{v\in V^2}\sum_{l\in N}(-p_l(v)+f_l(v)\cdot t_l(v))$ を満たしている．よって，$c_2^{Sum}-{c'}_2^{Sum}\ge 0$ を得る．$r_2'\ge r_2$ と $c_2^{Sum}\ge{c'}_2^{Sum}$ を得るので，$M$ は $M'$ 以上の社会的余剰を持つことが分かる．

(3) $k=k'-1$ $(k'\ge 3)$ のときに $M$ は $M'$ 以上の社会的余剰を持つと仮定し，それより $r_{k'-1}'\ge r_{k'-1}$ が成り立つ．$k=k'$ のときを考えると，$k=2$ と同様の議論で $r_k'\ge r_k$ かつ $c_k^{Sum}\ge{c'}_k^{Sum}$ を得ることができる．$M$ は $M'$ 以上の社会的余剰を持つことが分かる．

以上より $M\xrightarrow{\text{WD}} M'$ を得る．□

**命題 3.** EDR メカニズムは他の架空名義操作不可能なメカニズムに余剰支配されない．

**証明.** まず EDR メカニズムが任意の EDR メカニズムに余剰支配されないことを示す．EDR メカニズム $M$ と $M'$ が与えられたときに，それぞれ $(c_k)$ と $(c_k')$ を対応するパラメータとする．2 つのパラメータにおいて $c_k\ne c_k'$ となる $k$ を見つけることが出来る．出来なければ 2 つのメカニズムは一致，つまり $M=M'$ である．$k^*$ をその条件の中でも最小のエージェント数とすると，一般性を失うことなく $c_{k^*}>c_{k^*}'$ とおける．EDR メカニズムの定義より，$r_{k^*}>r_{k^*}'$ となる．任意

**Algorithm 2** Obtaining an $2^n$-EDR Mechanism which Prior-Free Dominates a Given EDR Mechanism $M' = (f', p')$.

```
Init: c*_1 = r*_1 = 0.
c*_2 ← r'_{|N|}/4
r*_2 ← r'_{|N|}/2
for k = 3, ..., |N| do
    c*_k ← (1/2) c*_{k-1}
    r*_k ← r*_{k-1} + 2c*_k
end for
return ((c*_k)_{1≤k≤|N|}, (r*_k)_{1≤k≤|N|})
```

のエージェント $i$ にとって $v_i > r_{k^*}$ を満たすような評価値の組 $v \in V^{k^*}$ が与えられたとき，$\mathrm{SW}(M,v) > \mathrm{SW}(M',v)$ が成り立つ．なぜなら $M$ は $M'$ よりも多くの再配分を行うことが出来るからである．対照的に，任意のエージェント $i$ にとって $r_{k^*} > v_i > r'_{k^*}$ を満たすような評価値の組 $v \in V^{k^*}$ が与えられたとき，$\mathrm{SW}(M,v') < \mathrm{SW}(M',v')$ が成り立つ．なぜなら $M'$ では財が売れるが，$M$ では財が売れないからである．以上より $M$ と $M'$ の間には余剰支配の関係は存在しない．

次に EDR メカニズム $M$ を与えたときに $M$ を余剰支配する架空名義操作不可能なメカニズム $M'$ が存在する，つまり $M' \xrightarrow{\mathrm{WD}} M$ であると仮定して矛盾を導く．上記の議論より EDR メカニズム間に余剰支配の関係性は存在しないので，$M'$ は定義 5 では表現できない．命題 2 より $M'$ を余剰支配する EDR メカニズム $M''$ が存在する．つまり $M'' \xrightarrow{\mathrm{WD}} M' \xrightarrow{\mathrm{WD}} M$ とする $M''$ が存在する．もし $M'' = M$ であれば反対称性より $M'$ は EDR メカニズムであるが，これは仮定に反する．また $M'' \neq M$ であれば，推移性より $M'' \xrightarrow{\mathrm{WD}} M$ を満たすはずであるが，これは最初の議論と反しているので矛盾が生じる． □

図 2 は架空名義操作不可能なメカニズムにおいて，余剰支配の関係性を示す．図 2 より社会的余剰を最大化する架空名義操作不可能なメカニズムに制限すると，EDR メカニズムのみに着目すればよいことが分かる．しかしながら EDR メカニズムのクラスは非常に大きいため，メカニズム設計者にとって適切な EDR メカニズムを選択することは難しい．次章ではメカニズム設計者が事前情報を持たないときに，適切な EDR メカニズムを選択する指針を示す．

## 6　事前情報を持たない場合の解析

前章では社会的余剰を最大にするだけならば，EDR メカニズムのみを考えても一般性が失われないことを議論した．本章では EDR メカニズムの中で，更に優れた性質を持つサブクラスを定義するため，新たな関係性を導入する．

メカニズム設計者は入札者に関する事前情報を持っていないとしても，任意の状況に適切に対応可能であることが理想的である．そのような状況を考えるため，無情報支配という新しい関係性を導入する．

**定義 8** (無情報支配)**.** メカニズム $M, \tilde{M}$，$\forall N \subseteq \mathcal{N}$ に対して

$$[\exists v \in V^k, SW(M,v) > SW(\tilde{M},v)]$$
$$\Rightarrow [\exists v' \in V^k, SW(\tilde{M},v') > SW(M,v')]$$

かつ $\exists N' \subseteq \mathcal{N}, k(N) = k(N')$ に対して

$$\forall v \in V^k, SW(\tilde{M},v) > SW(M,v) \tag{1}$$

が成立するとき $\tilde{M}$ が $M$ を無情報支配 (prior-free dominate, PFD) しているといい，$\tilde{M} \xrightarrow{PFD} M$ と表す．

直感的には，(i) 任意の状況において $\tilde{M}$ が $M$ 以上の社会的余剰を持ち，かつ，(ii) ある状況において $\tilde{M}$ が $M$ より大きな社会的余剰を持つときに，$\tilde{M}$ が $M$ を無情報支配する．もし $\tilde{M}$ が $M$ を無情報支配するならば，メカニズム $M$ は $\tilde{M}$ に無情報支配されるといえる．ここで EDR メカニズムの中でも $c_k$ が $2^n$ で減少していく，EDR メカニズムのサブクラスを提案する．提案した EDR メカニズムのサブクラスに属するメカニズムは，任意の EDR メカニズムから無情報支配されないことを示す．

**定理 5.** $\forall k \geq 3, c_k = \frac{1}{2}c_{k-1}$ を満たすシークエンスの組 $(c_k)_{1\leq k\leq|\mathcal{N}|}$ と $(r_k)_{1\leq k\leq|\mathcal{N}|}$ を持つ EDR メカニズムは，他の EDR メカニズムに無情報支配されない唯一の EDR メカニズムである．

このメカニズムを $2^n$-EDR メカニズムとする．アルゴリズム 2 は EDR メカニズム $M$ を与えたとき, $2^n$-EDR メカニズムを返す．もしアルゴリズム 2 に $2^n$-EDR が与えられたならば, 同じ $2^n$-EDR メカニズムを返す．図 2 に FNP, EDR, $2^n$-EDR の関係性を示す．この定理は命題 4, 5 より証明される．

**命題 4.** EDR メカニズム $M'$ が与えられたとき，$M'$ を無情報支配する $2^n$-EDR が存在する．

**証明.** 定義 5 から導出される EDR メカニズム $M'$ と，アルゴリズム 2 から導出される $2^n$-EDR メカニズム $M^*$ を仮定する．任意の $k \geq 2$ に対して $r'_k = r'_{k-1} + 2c'_k$ かつ任意の $k \geq 3$ に対して $c'_k \leq \frac{1}{2}c'_{k-1}$ が成り立つことより，任意の EDR メカニズム $M'$ は $r'_2 \geq \frac{1}{2}r'_{|\mathcal{N}|}$ を満たし，$(c^*_k)$ と $(r^*_k)$ を持つ $M^*$ と比較して，$k \geq 2, r'_k \geq r^*_k$ が成り立つ．更に $(c'_k)$ は $(c^*_k)$ と比較して減少する割合が同じかそれ以上であるから，ある $k^* \geq 2$ を満たす点の任意の $k < k^*$ において $c'_k > c^*_k$ が成り立ち，任意の $k \geq k^*$ において $c'_k \leq c^*_k$ が成り立つ．$k^* > 2$ であるとき，2 つのメカニズムは EDR メカニズムであるから，任意の $k < k^*$ において $r'_k > r^*_k$ が成り立つ．

結果として任意の $k < k^*$ において，$r'_k > r^*_k$ と $c'_k > c^*_k$ が成り立つ，また任意の $k \geq k^*$ においても，$r'_k \geq r^*_k$ と $c'_k \leq c^*_k$ が成り立つ．よって，$k < k^*$ のときのみ，$M^*$ よりも $M'$ のほうが高い社会的余剰を得る評価値の組 $v'$ が存在する．しかしながら，この場合では $r^*_k < v^*_{(1)} < r'_k$ を満たす評価値の組 $v^* \in V^k$ を確認可能である．その場合，$M'$ よりも $M^*$ のほうが高い社会的余剰を得る．よって式 (1) が満たされる．また

任意の $k \geq k^*$ においては，$M^*$ よりも $M'$ のほうが高い社会的余剰を得る評価値の組 $v$ は存在しない，よって式 (1) も満たされる．以上より $M^* \xrightarrow{\text{PFD}} M'$ が成立する． □

**命題 5.** 他の EDR メカニズムから無情報支配される $2^n$-EDR メカニズムは存在しない．

**証明.** まず EDR メカニズムの社会的余剰を $\mathrm{SW}(M', v)$，$2^n$-EDR メカニズムの社会的余剰を $\mathrm{SW}(M^*, v)$ とする．$\forall N \subseteq \mathcal{N}$ において，$\mathrm{SW}(M', v) \leq \mathrm{SW}(M^*, v)$ を満たす $v \in V^k$ が存在することを証明する．この式を満たすためには (a), (b), (c) のいずれかを満たす必要がある．

- (a) $c_k^* > c_k'$
- (b) $r_k^* \leq r_k'$ かつ $c_k^* = c_k'$
- (c) $r_k^* < r_k'$ かつ $c_k^* < c_k'$

よって，任意の $k$ において最低でもひとつの条件を示すことがこの定理を証明するために必要である．これは数学的帰納法を用いて証明する．

(1) $k = 1$ のときを考えると，$c_k' = c_k^* = r_k' = r_k^* = 0$ より (b) を満たす．

(2) $k = 2$ のときを考えると，$r_2^* = 2c_2^*$ と $r_2' = 2c_2'$ が成り立つ．それらの関係性より，(a), (b), (c) のいずれかを満たす．

(3) $k = k' - 1$ のときを考える．このとき少なくともひとつの条件を満たしていると仮定する．

もし $k = k' - 1$ のときに (a) を満たしているとすれば，定義 5 より，$k = k'$ のときも (a) を満たす．

もし $k = k' - 1$ のときに (b) が満たしているとすれば，定義 5 とアルゴリズム 2 より $c_{k'}^* \geq c_{k'}'$ が得られる．もし $k = k'$ のときに (a) が満たされていなければ $c_{k'}^* \leq c_{k'}'$ が成り立つ．これらの数式より $c_{k'}^* = c_{k'}'$ が得られる．留保価格はアルゴリズム 2 より $c_{k'}^* = c_{k'}'$ を得られるので，$r_{k'}^* \leq r_{k'}'$ となる．よって $k = k'$ のときに (b) を満たす．

もし $k = k' - 1$ のときに (c) を満たしているとすれば，$r_{k'-1}^* < r_{k'-1}'$ が成り立つ．ここで (c) が $k = k'$ のときに満たされておらず，この場合の十分条件を $r_{k'}^* \geq r_{k'}'$ と仮定する．定義 5 とアルゴリズム 2 より，$c_{k'}^* = 1/2 \cdot (r_{k'}^* \leq r_{k'-1}^*)$ と $c_{k'}' = 1/2 \cdot (r_{k'}' \leq r_{k'-1}')$ を得る．この 2 つの関係より，$r_{k'-1}^* < r_{k'-1}'$ かつ $r_{k'}^* \geq r_{k'}'$ をつかうとき，$c_{k'}^* > c_{k'}'$ が得られる．よって，$k = k'$ のとき (a) を満たす．

以上より $\forall N \subseteq \mathcal{N}$ において，$\mathrm{SW}(M', v) \leq \mathrm{SW}(M^*, v)$ を満たす $v \in V^k$ が存在することを証明した． □

## 7 結論

本論文では，架空名義操作不可能性．割当効率性，非零再配分性の 3 つの望ましい性質を同時に満たすメカニズムは存在しないことを示した．次に架空名義操作不可能な再配分メカニズムのクラスを提案した．そのクラスに属するメカニズムは，他の架空名義操作不可能な再配分メカニズムに対して社会的余剰の点で優れていることを示した．更に，メカニズム設計者が入札者に対する事前情報を持たない場合において，提案クラスの中でも最適となるクラスを特徴付けた．

今後の課題としては，更に複雑なオークションモデルに対する架空名義操作不可能な再配分メカニズムの提案が挙げられる．たとえば，複数同一財のオークションや異なる財の組合せオークション，オンラインオークションなどの様々なモデルに対して，架空名義操作不可能な再配分メカニズムを検討することが課題である [7].

## 謝辞

本研究は JSPS 基盤研究 (S) (課題番号 24220003)，JST さきがけの助成を受けました．また本研究を進めるにあたり，川崎雄二郎先生，Mingyu Guo 先生，Vincent Conitzer 先生から有益なコメントをいただきました．ここに深く感謝いたします．

## 参考文献

[1] Cavallo, R.: Optimal decision-making with minimal waste: Strategyproof redistribution of VCG payments, in *AAMAS*, pp. 882–889 (2006)

[2] Conitzer, V. and Yokoo, M.: Using mechanism design to prevent false-name manipulations, *AI Magazine*, Vol. 31, No. 4, pp. 65–78 (2010)

[3] Faltings, B.: A budget-balanced, incentive-compatible scheme for social choice, in *Agent-Mediated Electronic Commerce VI. Theories for and Engineering of Distributed Mechanisms and Systems*, pp. 30–43, Springer (2005)

[4] Green, J. and Laffont, J.-J.: Characterization of satisfactory mechanisms for the revelation of preferences for public goods, *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pp. 427–438 (1977)

[5] Hurwicz, L.: On the existence of allocation systems whose manipulative Nash equilibria are pareto-optimal, in *3rd World Congress of the Econometric Society* (1975)

[6] Myerson, R. and Satterthwaite, M.: Efficient mechanisms for bilateral trading, *Journal of Economic Theory*, Vol. 29, No. 2, pp. 265–281 (1983)

[7] Naroditskiy, V., Ceppi, S., Robu, V., and Jennings, N.: Redistribution in online mechanisms, in *AAMAS*, pp. 651–658 (2013)

[8] Todo, T., Iwasaki, A., Yokoo, M., and Sakurai, Y.: Characterizing False-name-proof Allocation Rules in Combinatorial Auctions, in *AAMAS*, pp. 265–272 (2009)

[9] Vickrey, W.: Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders, *The Journal of Finance*, Vol. 16, No. 1, pp. 8–37 (1961)

[10] Yokoo, M., Sakurai, Y., and Matsubara, S.: Robust combinatorial auction protocol against false-name bids, *Artificial Intelligence*, Vol. 130, No. 2, pp. 167–181 (2001)