

## Abstract

本稿では、固有空間への投影時に生じる残差を分析し、画像に含まれるノイズを除去することにより、投影を最適化する方法を提案する。提案手法では、画像を固有空間に投影した際に生じる残差を明るさにより相対化した相対残差を分析することにより、画像中のノイズを検出し、ノイズ領域を置換しながら、固有空間への投影を繰り返す。このように、一種のロバスト推定を投影に組み込むことにより、画像中のノイズの影響を除去する。また、実画像に対して提案手法を適用した実験を行い本手法の有効性を示す。

## 1 正規化画像空間 (NIS)

実環境において撮影された画像は、画像の明るさが撮影環境に依存し、一定でないため、何らかの正規化を施す必要がある。従来研究においては、画素値の2乗和や、平均・分散を一定に正規化する方法が一般的であった。我々は画像の正規化手法として画素値の和を一定とする方法を提案している [1]。N次元の画像  $\mathbf{X}$  の正規化画像  $\mathbf{x}$  は次式により得られる。

$$\mathbf{x} = \frac{\mathbf{X}}{\mathbf{X}^T \mathbf{1}} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{1}$  は全ての要素を1とするN次元のベクトルである。このようにして定義される正規化画像からなる正規化画像空間 (NIS) は、平均操作に対して閉じている。すなわち、複数の正規化画像集合  $\mathbf{x}_i (i = 1, \dots, m)$  が与えられた場合、平均画像  $\bar{\mathbf{x}} = 1/m \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i$  は  $\bar{\mathbf{x}}^T \mathbf{1} = 1$  を満たす。以降、本稿では、全ての画像は正規化画像空間中の点とする。

## 2 相対残差によるノイズ検出

本稿では低次元の固有空間が予め与えられていることを仮定し、この固有空間で表現できない成分をノイズと呼ぶ。例えば、拡散反射物体の画像を主成分分析して作成された固有空間が与えられた場合、鏡面反射や影がノイズとなる。

入力画像  $\mathbf{X}$  が真値成分 (固有空間で表現できる成分)  $\hat{\mathbf{X}}$  およびノイズ成分  $\tilde{\mathbf{X}}$  により構成されている場合、正規化画像  $\mathbf{x}$  は次式により表現される。

$$\mathbf{x} = (1 - \alpha)\hat{\mathbf{x}} + \alpha\tilde{\mathbf{x}} \quad (2)$$

このとき、 $\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{X}}/\hat{\mathbf{X}}^T \mathbf{1}$ ,  $\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{X}}/\tilde{\mathbf{X}}^T \mathbf{1}$  であり、本稿では  $\alpha$  をノイズ率と呼ぶ。ノイズ率  $\alpha$  は次式により示される。

$$\alpha = \frac{\tilde{\mathbf{X}}^T \mathbf{1}}{\mathbf{X}^T \mathbf{1}} \quad (3)$$

$n$ 次元の画像  $\mathbf{x}$  の固有空間への投影  $\mathbf{x}^*$  は次式により得られる。

$$\mathbf{x}^* = \Phi_k^T (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) \quad (4)$$

ここで、 $\Phi_k$  は固有空間の  $k (< n)$  個の正規直交基底であり、 $\bar{\mathbf{x}}$  は固有空間の中心である。また、投影残差  $\mathbf{x}^\#$  は次のよ

うに示される。

$$\mathbf{x}^\# = \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}} - \Phi_k \mathbf{x}^* \quad (5)$$

ここで、投影残差を各画素ごとに明るさで相対化した相対残差  $r_i$  を次式により定義する。なお、 $\mathbf{e}_i$  は第  $i$  要素のみを1とし、その他の要素を全て0とする単位ベクトルである。

$$r_i = \frac{\mathbf{e}_i^T \mathbf{x}^\#}{\mathbf{e}_i^T (\mathbf{x} + \Phi_k \mathbf{x}^*)} \quad (6)$$

相対残差  $r_i$  は、残差  $\mathbf{x}^\#$  を固有空間への投影  $\mathbf{x}^*$  の逆投影画像  $\bar{\mathbf{x}} + \Phi_k \mathbf{x}^*$  の明るさにより相対化したものである。この相対残差を用いることにより、影領域などのように、著しく明るさが低下する領域においても良好にノイズを検出することが可能になる。

$|r_i|$  はノイズ領域では大きく、それ以外の領域では小さくなる。そのため、ノイズ領域の検出は基本的には  $|r_i|$  の閾値処理により行える。すなわち、 $|r_i| \geq r_\theta$  (ただし  $r_\theta$  は閾値) となる画素を検出することにより、ノイズ領域の検出が可能である。しかし、 $\alpha$  が大きな場合、投影にノイズ成分  $\tilde{\mathbf{x}}$  の影響が及ぶため、元来ノイズを含まない画素においても相対残差が0と仮定できなくなる。その結果、 $r_i$  の中心が0からずれてしまう。この影響を相殺するため、相対残差分布のピーク値  $\hat{r}$  を求め、次式に示す  $r(\mathbf{e}_i^T \mathbf{x})$  によりノイズ検出を行う。

$$r(\mathbf{e}_i^T \mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{if } |r_i - \hat{r}| \geq r_\theta \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

## 3 繰返し投影による投影の最適化

2において示した  $r(\mathbf{e}_i^T \mathbf{x})$  を用いて、繰返し投影による固有空間への投影の最適化を行なう。そのため、まず、2つの対角行列、 $\mathbf{N}$ ,  $\tilde{\mathbf{N}}$  を定義する。なお、 $\mathbf{I}$  は恒等行列である。

$$\mathbf{N} = \text{diag}(r(\mathbf{e}_0^T \mathbf{x}), \dots, r(\mathbf{e}_n^T \mathbf{x})) \quad (8)$$

$$\tilde{\mathbf{N}} = \mathbf{I} - \mathbf{N} \quad (9)$$

この  $\mathbf{N}$ ,  $\tilde{\mathbf{N}}$  を用いてノイズ除去法を定義する。固有空間中にノイズがほとんど含まれない場合、固有空間からの逆投影画像にはノイズの影響があまり含まれないと考えられる。そこで、次式により、ノイズ除去法を定義する。

$$\hat{\mathbf{x}}_1 = \frac{\mathbf{N}\mathbf{x}}{1 - \alpha_0} + \tilde{\mathbf{N}}(\mathbf{x} + \Phi_k \mathbf{x}^*) \quad (10)$$

ただし、

$$\alpha_0 = 1 - \frac{(\mathbf{N}\mathbf{x})^T \mathbf{1}}{(\tilde{\mathbf{N}}(\mathbf{x} + \Phi_k \mathbf{x}^*))^T \mathbf{1}}$$

$\alpha_0$  はノイズ率の推定値である。 $\hat{\mathbf{x}}_1$  は  $\mathbf{x}$  中のノイズ領域を逆投影画像  $(\mathbf{x} + \Phi_k \mathbf{x}^*)$  における同一画素と置き換え、それ以外の画素を推定されたノイズ率を用いて再度正規化したものである。

<sup>†</sup>岡山大学情報工学科

しかし、逆投影画像 ( $\mathbf{x} + \Phi_k \mathbf{x}^*$ ) にもノイズの影響が含まれているため、式 (10) では完全なノイズ除去を行なうことができない。そこで、次のように画素の置換と投影を繰り返すことにより、ノイズの影響を最小化した投影  $\mathbf{x}^*$  を得る。なお、 $\mathbf{x}_j^* = \Phi_k^T (\mathbf{x}_j - \mathbf{x})$  である。

$$\alpha_j = 1 - \frac{(\mathbf{N}\mathbf{x})^T \mathbf{1}}{(\mathbf{N}(\mathbf{x} + \Phi_k \mathbf{x}_j^*))^T \mathbf{1}} \quad (11)$$

$$\mathbf{x}_{j+1} = \frac{\mathbf{N}\mathbf{x}}{1 - \alpha_j} + \mathbf{N}(\mathbf{x} + \Phi_k \mathbf{x}_j^*) \quad (12)$$

$$\mathbf{x}^* = \lim_{j \rightarrow \infty} \mathbf{x}_j^* \quad (13)$$

$\mathbf{N}$  が正確に検出できる場合には、この繰返し投影により、ノイズの影響を最小化することができる。

ところが、実際には  $\mathbf{N}$  を作成する際に使用する残差  $\mathbf{x}^\#$  自体がノイズの影響を受けているため、 $\mathbf{N}$  が正確なノイズ領域を示していない場合がある。この問題を解決するため、式 (5) において残差を求める際に用いる投影成分  $\mathbf{x}^* (= \Phi_k^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}^\#))$  を  $\mathbf{x}^*$  に置き換えた新たな残差を求め、そこから相対残差を求めることにより、新たな  $\mathbf{N}$  を作成する。この  $\mathbf{N}$  を用いて再度ノイズの影響を最小化すれば、更に良い投影を得ることができると考えられる。同様の操作を繰り返すことにより、最終的には正しいノイズ領域と最適な投影が得られる。

#### 4 実験結果

拡散反射物体 (石膏面) において、提案手法の有効性を確認するための実験を行なった。図 1 に使用した固有空間を示す。この固有空間を用いて検出されたノイズ領域と投影の変化を図 2 に示す。(i) は画像の 1/4 を人工のノイズで隠した入力画像を示している。また、(ii), (iii), (iv) の上段はノイズ領域を黒で示している。一方、下段はノイズ領域を固定して、繰返し投影による最適化を行なった結果である。ノイズ領域が正しいものへと変化していくに伴い投影も変化し、最終的には (iv) 下段のような最適な投影が得られる。



図 1: 石膏面における固有空間の原点および固有軸

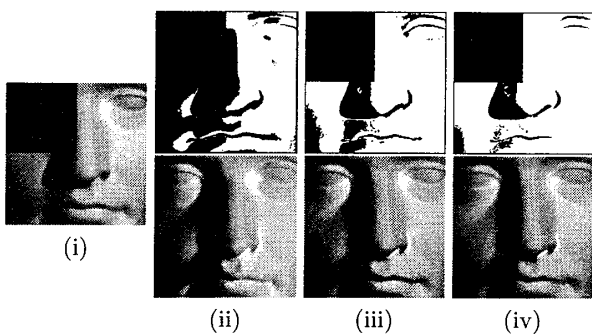


図 2: ノイズ領域と投影の変化

次に、特定個人の顔画像を対象として、最適な投影を求める実験を行なった。このため、特定個人の影領域が存在しない画像 6 枚において、特徴点位置を手動で与え顔領域を切り出した後、主成分分析により 3 次元固有空間を作成した。作成された固有空間の原点、固有軸を図 3 に示す。

この固有空間を用いて提案手法により最適な投影を求めた。入力画像には影領域を含む画像、オクルージョンを想定した人工ノイズを与えた画像、眼鏡を着用することによりオクルージョンと鏡面反射が起こっている画像を、同様の方法により切り出して用いた。図 4 に (a) 入力画像、(b) 最終的に検出されたノイズ領域、(c) 最適な投影 (の逆投影画像) を示す。

影、鏡面反射、オクルージョン等のノイズ領域がほぼ正しく検出され、また、その影響が除去されていることが判る。しかし、鼻の周辺などでは誤ってノイズ領域が検出されている。これは、固有空間 (作成に用いた画像中) に含まれるノイズの影響によるものである。また、目、口等の微妙な動きがノイズ領域として検出されているが、これは本手法が変化に対して敏感であることを示している。そのため、本手法は細かい位置合わせや、表情変化の検出等への応用も期待できる。



図 3: 個人の顔における固有空間の原点および固有軸

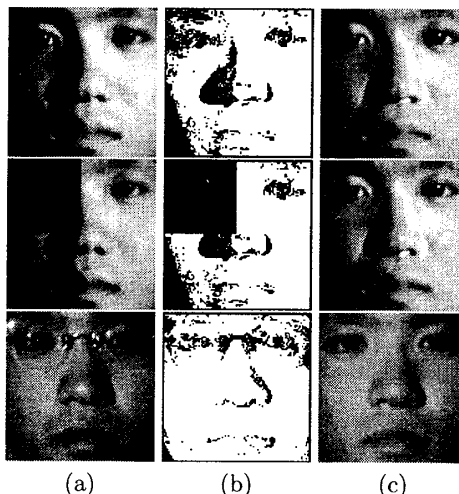


図 4: 検出されたノイズ領域と最適な投影

#### 5 結び

本稿では、相対投影残差を用いたノイズ検出法の原理を示すと同時に、ノイズが大量に含まれる場合にも適用可能な、繰返し投影による投影の最適化法を示した。また、実験により、提案手法がノイズの検出・除去に有効であることを示した。今後は、提案手法の高速化を行なうとともに、固有空間の作成方法、位置合わせの手法をあわせて検討していく必要がある。

#### 参考文献

- [1] Shakunaga, T., K. Shigenari, "Decomposed Eigenface for Face Recognition under Various Lighting Conditions," Proc. CVPR2001, vol. 1, pp.864-871, 2001.
- [2] Shakunaga, T., F. Sakaue, "Natural Image Correction by Iterative Projections to Eigenspace Constructed in Normalized Image Space," to appear in Proc. ICPR2002, 2002.8.