H-042

ガウス過程事前分布を用いた空間相関混合モデルによる画像分割

Image Segmentation Using Spatially Correlated Mixture Models with Gaussian Process Priors

栗栖 昂勢 †　末松 伸朗 †　林 朗 †　岩田 一貴 †
Kosei KURISU　Nobuo SUEMATSU　Akira HAYASHI　Kazunori IWATA

1　はじめに

古くから画像データを正規混合モデルに当てはめ，画像分割を実現する手法が幾つか提案されている [1, 2]．画像分割とは画像の各画素を任意の数のクラスへ分類することで，セグメントに分割する操作のことをいう．これは医療画像における組織抽出等にも応用されている技術である．

正規混合モデルを用いた最も基本的な手法では，画素の位置関係は考慮されず，“近傍の画素同士は同じセグメントに属する確率が高くあるべきである” といった画像分割の一般的な要請が満たされない．そのため [2] では，これを混合率が画素ごとに異なる値をとれるモデルへ拡張し，混合率の事前分布を画素同士の距離関係に依存するマルコフ確率場で定めている．[1] では，この手法のアルゴリズムを改良し精度を向上させている．

本研究では，混合率が空間的に値が緩やかに変化するような関数に支配され，その関数がガウス過程事前分布に従うようなモデルを導入することで，先述の要請を満たす手法を提案する．

2　正規混合モデルによる画像分割

2.1　正規混合モデル

最も基本的な正規混合モデルに基づく画像分割では，各画素 v の輝度値 y_v が C 要素の正規混合モデルに従うと仮定する．すなわち，y_v の密度関数は C 個の正規分布の重み付き総和で

$$f(y_v|\Pi,\Theta) = \sum_{c=1}^{C} \pi_c N(y_v|\theta_c) \tag{1}$$

と表される．ここで π_c は混合率で，$\sum_{c=1}^{C} \pi_c = 1$ を満たす．また，$\theta_c = \{\mu_c, \sigma_c^2\}$ は要素 c のパラメータであり，μ_c, σ_c^2 はその平均と分散である．そして Π, Θ は正規混合モデルのパラメータで，混合率 π_c とパラメータ θ_c それぞれの集合を表す．

画像分割では各画素の輝度値がいずれかの要素から生成されているとし，同一の要素 c から生成された画素同士は同一のセグメント c に属すると考える．画素 v がどの要素 c から生成されたかを表す 2 値変数 z_{cv} を

$$z_{cv} = \begin{cases} 0 & (\text{非所属}) \\ 1 & (\text{所属}) \end{cases}, \quad \sum_{c=1}^{C} z_{cv} = 1 \tag{2}$$

と定義し，これを輝度値から推定することで画素を各セグメント c へ対応づけ，画像分割を実現する．一般的に正規混合モデルの画像への当てはめは，EM アルゴリズムにより行われる．その際にはこの z_{cv} を潜在変数として扱う．

† 広島市立大学大学院情報科学研究科

2.2　EM アルゴリズムによるパラメータ推定

EM アルゴリズムは E ステップと M ステップから成り，これらを反復して解を調整していくことで局所最適解を見つける．まず E ステップでは z_{cv} の期待値 $\zeta_{cv} = \mathrm{E}[z_{cv}|y_v,\Theta]$ を

$$\zeta_{cv}^{(t)} = \frac{\pi_c^{(t-1)} N(y_v|\theta_c^{(t-1)})}{\sum_{c'=1}^{C} \pi_{c'}^{(t-1)} N(y_v|\theta_{c'}^{(t-1)})} \tag{3}$$

より得る．ここで，t は現在の反復数である．次に M ステップで π_c, θ_c に関して期待対数尤度の最大化を行う．期待対数尤度を最大にする $\pi_c, \theta_c = \{\mu_c, \sigma_c^2\}$ は，総画素数を V とすると

$$\pi_c^{(t)} = \frac{1}{V}\sum_{v=1}^{V} \zeta_{cv}^{(t)},$$
$$\mu_c^{(t)} = \frac{\sum_{v=1}^{V} \zeta_{cv}^{(t)} y_v}{\sum_{v'=1}^{V} \zeta_{cv'}^{(t)}}, \quad [\sigma_c^2]^{(t)} = \frac{\sum_{v=1}^{V} \zeta_{cv}^{(t)} [y_v - \mu_c^{(t)}]^2}{\sum_{v'=1}^{V} \zeta_{cv'}^{(t)}} \tag{4}$$

で与えられる．

3　提案手法

3.1　概要

提案手法では，各画素 v の輝度値 y_v の密度関数が

$$p(y_v|\Phi,\Theta) = \sum_{c=1}^{C} \pi_{cv}(\Phi) N(y_v|\theta_c), \tag{5}$$

であるとする．ここで $\Phi = \{f_1(\cdot), \ldots, f_C(\cdot)\}$ であり，$f_c(\cdot)$ は画像平面上で定義される実関数である．また

$$\pi_{cv}(\Phi) = \frac{\exp(f_c(\mathbf{x}_v))}{\sum_{c'=1}^{C} \exp(f_{c'}(\mathbf{x}_v))} \tag{6}$$

であり，$\mathbf{x}_v$ は画素 v の位置ベクトルである．式 (6) は各 $f_c(\mathbf{x}_v)$ に対するソフトマックス関数であるから，画素 v に対する混合率はセグメント $c_v^* = \mathrm{argmax}_c\, f_c(\mathbf{x}_v)$ で最大である．そして，

$$f_c(\cdot) \sim \mathrm{GP}(m(\cdot), k(\cdot,\cdot)) \tag{7}$$

であると仮定して各 $f_c(\cdot)$ の推定を行い，各画素 v をセグメント c_v^* へ割り当てることにより，画像分割を実現する．ここで $\mathrm{GP}(m(\cdot), k(\cdot,\cdot))$ は平均関数 $m(\cdot)$, 共分散関数 $k(\cdot,\cdot)$ のガウス過程である．共分散関数 $k(\cdot,\cdot)$ に近距離相関の強いものを用いれば，互いに近くにある画素の組 $\mathbf{x}_v, \mathbf{x}_w$ に対して，$f_c(\mathbf{x}_v), f_c(\mathbf{x}_w)$ が似た値をとる．これにより近傍画素同士で混合率が似た値をとり，画像分割の要請が満たされる．

3.2 アルゴリズム

まず，F を関数の各画素位置における値 $f_c(\mathbf{x}_v)$ を要素に持つ $C \times V$ 行列，Z を潜在変数 z_{cv} を要素に持つ $C \times V$ 行列，Y を輝度値 y_v を要素に持つ V 次元ベクトルと定義する．そして，以下の期待対数事後確率

$$Q_{\mathrm{MAP}}(F, \Theta|F', \Theta') = \mathrm{E}_Z[\log p(F, \Theta|Y, Z)|F', \Theta']$$

を擬似 EM アルゴリズムで最大化することを考える．ここで，$\mathrm{E}_Z[\cdot]$ は確率変数 Z に関する期待値演算であることを表す．このアルゴリズムにおける E ステップは，式 (2) の混合率 π_c が画素毎のもの π_{cv} に置き換えられた式を評価するだけである．M ステップの Θ に関する最大化は式 (4) に一致するが，F に関する最大化の解は解析的に得られないため，以下の方法をとる．

期待対数尤度を

$$Q_{\mathrm{L}}(F, \Theta|F', \Theta') = \mathrm{E}_Z[\log p(Y|Z, F, \Theta)|F', \Theta']$$

とおくと，

$$Q_{\mathrm{MAP}}(F, \Theta|F', \Theta') = Q_{\mathrm{L}}(F, \Theta|F', \Theta') + \log p(F) + 定数$$

と書くことができ，Q_{MAP} が期待対数尤度 $Q_{\mathrm{L}}(F, \Theta|F', \Theta')$ と対数事前確率 $\log p(F)$ がともに大きくなる F で大きくなることがわかる．そこで提案手法では，まず Q_{L} を最大化する $\tilde{F} = \mathrm{argmax}_F\, Q_{\mathrm{L}}$ を求める．次にそれをノイズ付き観測値と見なしてガウス過程回帰を行うことで，$\tilde{F}$ を事前分布を考慮するように修正した F を得る．この F は，尤度と事前分布を考慮しているため，アルゴリズムの毎ステップで Q_{MAP} を増加させることが期待できる．これにより Q_{MAP} の最大化を擬似的に行う．これが擬似 EM アルゴリズムと表現する所以である．

4 実験

4.1 手順

まずセグメント数 $C = 3, 5$ それぞれで，画像サイズ 128×128 px のグレースケール画像を 100 種生成する．輝度値は $[0, 1]$ 区間の実数で表す．次に全画像に表 1 にある通り，3 段階の標準偏差 $\sigma_{\mathcal{N}}$ のガウシアンノイズを加える．これらに対して画像分割を行い，正解率を計測する．画像分割は性能比較のため k-means 法，[1] の手法（以降，SVFMM），提案手法の 3 つにて行う．

4.2 設定

提案手法において，特定のセグメントのみの分散 σ_c が小さくなりすぎないように，表 1 の通り下限を設けた．

表 1　各ノイズレベルに対する設定パラメータ

	$C = 3$			$C = 5$		
$\sigma_{\mathcal{N}}$	0.1	0.2	0.3	0.05	0.10	0.15
σ_c の下限	0.1	0.1	0.25	0.1	0.2	0.3

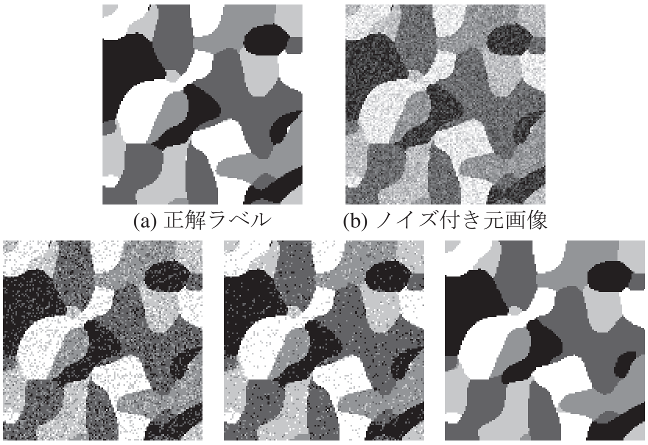
提案手法で用いる共分散関数には γ-指数型の

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \exp\left(-\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{l}\right)^{\gamma}\right),\ 0 < \gamma \leq 2 \qquad (8)$$

を選んだ．ここで $\mathbf{x}, \mathbf{x}'$ は画素の位置ベクトルである．また γ はこの関数のパラメータで，ここでは $\gamma = 0.8$ と設定した．

表 2　各ノイズレベルに対する平均正解率 (標準偏差)[%]

C	$\sigma_{\mathcal{N}}$	k-means 法	SVFMM	提案手法
3	0.1	93.57 (0.359)	98.13 (0.150)	99.78 (0.056)
	0.2	72.63 (1.136)	85.06 (0.627)	98.72 (0.177)
	0.3	60.99 (1.459)	65.67 (1.460)	97.20 (0.477)
5	0.05	96.37 (0.182)	98.99 (0.083)	98.70 (0.285)
	0.10	73.05 (1.568)	89.24 (0.771)	97.06 (0.555)
	0.15	58.66 (1.366)	66.12 (2.694)	90.90 (1.462)



(a) 正解ラベル　(b) ノイズ付き元画像

(c) k-means法　(d) SVFMM　(e) 提案手法

図 1　$C = 5, \sigma_{\mathcal{N}} = 0.10$ における元画像と分割結果の一例

4.3 結果

各ノイズレベルに対する正解率を表 2 に，$C = 5, \sigma_{\mathcal{N}} = 0.10$ での各手法の分割結果の一例を図 1 に示す．

表 2 を見ると，提案手法はノイズが強くなっても正解率が安定している．また，$C = 5, \sigma = 0.05$ においては SVFMM の正解率が最も高いが，提案手法と比べてノイズが強くなるにつれて正解率が大きく低下している．このことから，提案手法がノイズに対して強い堅牢性を持つことがわかる．

5 まとめ

混合モデルに基づく画像分割法において，混合率を支配する関数の存在を仮定し，ガウス過程事前分布を用いてそれらの関数を推定することで，画像分割を行う手法を提案した．本手法はガウス過程事前分布の性質により，最初に述べた画像分割の要請を満たす．また，2 つのセグメント数の合成画像を用いた性能比較実験を行い，提案手法の有用性を確認した．

参考文献

[1] K. Blekas, A. Likas, N. P. Galatsanos, and I. E. Lagaris. A spatially constrained mixture model for image segmentation. *IEEE Trans. Neural Netw.*, Vol. 16, No. 2, pp. 494–498, 2005.

[2] S. Sanjay-Gopal and T. J. Hebert. Bayesian pixel classification using spatially variant finite mixtures and the generalized em algorithm. *IEEE Trans. Image Process.*, Vol. 7, No. 7, pp. 1014–1028, 1998.