

非線形擬似ブール代数解法による三面図からの 物体の自動合成†

佐々木 康仁^{††} 伊 藤 潔^{†††} 鈴木 誠 道^{††††}

三面図が表す三次元物体を求める手段として、単純に各面図の頂点や線分について各面図間で対応をとり、三次元空間上の頂点と稜線から成るワイヤフレームモデルを作成し、それらの稜線で囲まれた領域を面として認識したサーフィスマデルを作成する方法が考えられる。この方法をとると、偽の物体要素を含むサーフィスマデルを作成してしまう場合がある。この偽の物体要素を含むサーフィスマデル（真と偽が混在する候補物体要素群）から所望の物体を見出すためのこれまでの多くの方法では、試行錯誤的な探索プロセスのアルゴリズムを提案している。我々は探索アルゴリズムの提案ではなく、連立の非線形の擬似ブール代数等式・不等式を用いた定式化による手法を提案する。ここでは、候補物体要素の真偽を適切に見極めるための真偽決定規則として、物体要素群が多面体を構成するための条件および三面図に合致するための条件を挙げる。それらの条件を非線形項による擬似ブール連立式で定式化する。この定式化に基づいて候補物体要素群を連立式として立式する。この連立式の解を基に、多面体を構成し、かつ三面図に合致する物体要素群を求める。この手法を確立し、種々の例題に適用し、この手法の有効性を明らかにした。我々がすでに提案した手法（線形擬似ブール代数による定式化）とは、定式化の際、非線形項を導入したという点で異なり、このため擬似ブール代数解法の適用範囲が拡張できた。

1. はじめに

三面図からの物体自動合成を行う手法として、まず三面図の3つの面図（平面図、正面図、側面図）間の端点や線分の対応により、三次元空間上の頂点と稜線から成るワイヤフレームモデル（候補頂点・候補稜線群）を作成し、次に、それらの稜線で囲まれた領域を面として認識したサーフィスマデル（候補頂点・候補稜線・候補面群）を作成し、最後に、このサーフィスマデルの各面のいずれの側に実体が存在するかを明らかにして三次元形状を表すソリッドモデルを合成する方法が考えられる。

この流れに従い、所望の物体を構成する真の物体要素（頂点、稜線、面）群を含む物体要素集合を求めるのは比較的容易である。しかし、このように三面図に矛盾しないことのみを条件とした直線的な過程で求めた候補物体要素群には、所望の多面体を構成する真の物体要素のほかに、図1と図2に示すとおり一般に偽の物体要素が含まれる。この偽の物体要素の除去は、必ずしも容易ではない。

この偽の物体要素の除去の研究で主なものに出沢らの研究¹⁾があり、物体要素の真偽決定の規則を頂点と稜線のつながりについて記述し、ワイヤフレームモデルの段階で、この規則を適用し、探索的に大部分の偽物体要素の除去を行った。また、Markowskyらは三面図から合成されたワイヤフレームモデルやサーフィスマデルに適合する四角柱や三角柱等のプリミティブソリッドすべてを数え上げ、これらのプリミティブソリッドの組合せのうち、多面体を構成する規則を満足するものを探索的に求めた^{2),3)}。

我々は、サーフィスマデルの合成後に、多面体構成のための真偽決定規則を頂点、稜線そして面のつながりに対して適用する探索アルゴリズムを提案した⁴⁾。

以上の方法は、真と偽の入り混じった物体要素群に対して試行錯誤的な探索プロセスのアルゴリズムを提案し、探索により真の物体要素群を発見する、あるいは偽の物体要素群を除去する方法であった。

本稿では探索プロセスのアルゴリズムの新たな提案は行わない。多面体構成規則や三面図合致規則を非線形擬似ブール代数式で定式化し、これらの式を候補物体要素群に適用して立式した連立式を既存のブール代数解法に与える方法を本稿で述べる。すなわち、解の探索自体は既存のブール代数解法に任せる。

用いる規則を線形の擬似ブール式で表される範囲として三面図から物体を自動合成する手法について我々はすでに検討した⁵⁾。この線形の擬似ブール式で表される規則では、物体の幾何学的情報ではなく主として

† Solid Generation from Orthographic Views by Non-linear Pseudo-Boolean Algebraic Solution by YASUHITO SASAKI (Faculty of Science and Technology, Sophia University), KIYOSHI ITOH (Faculty of Science and Technology, Sophia University) and SHIGEMICHI SUZUKI (Faculty of Science and Technology, Sophia University).

†† 上智大学大学院理工学研究科機械工学専攻博士前期課程

††† 上智大学理工学部一般科学研究室情報科学部門

†††† 上智大学理工学部機械工学科

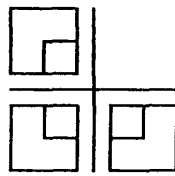
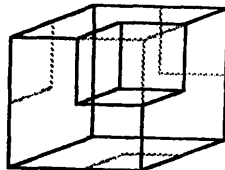


図 1 三面図

Fig. 1 Orthographic views.



破線で示した稜線は偽

図 2 図 1 の三面図に対する候補物体要素群
Fig. 2 Candidate elements for Fig. 1.

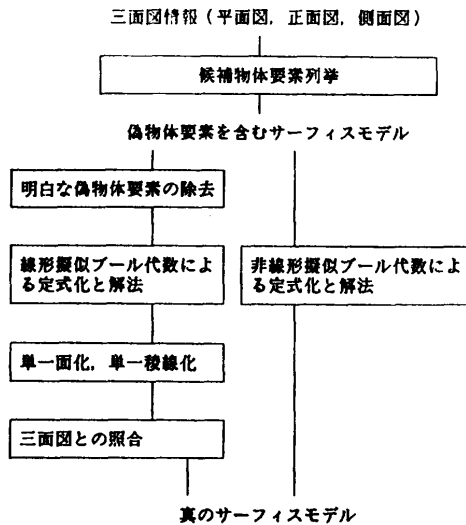


図 3 擬似ブール代数解法の処理の流れ

Fig. 3 Processing flow of pseudo-boolean algebraic solution.

位相的情報を対象とした。このため、図 3 の左部に示すとおり、擬似ブール代数による解法の前後に、幾何学的情報を扱ういくつかの簡単な探索プロセスを置いた。本稿の非線形擬似ブール代数を用いる方法では、図 3 の右部に示すとおりこの前後の探索プロセスが不要になった。線形擬似ブール代数解法と本稿の非線形擬似ブール代数解法の差異については 5 章で詳しく述べる。

本稿で扱う対象物体は次の条件を満たすものとする。

(A) 物体は直線の稜線と平面によって構成される。

(B) 物体は複数に分離していない単一物体である。

(C) 稜線 (頂点) はその稜線 (頂点) を構成する面 (稜線や面) を伴わずに、その 1 つの稜線 (頂点) のみで他の面 (稜線や面) に接していることはない。

(D) 中心線などの図面に対する補助的な記号はない。

真のサーフィスマodelを求める段階までについて次章から順次述べる。図 3 の上部の候補物体要素の列挙については、本稿の主眼でないので付録 A に示す。三面図から求めたサーフィスマodelからソリッドモデルへの変換も本稿の主眼ではないので付録 B に示す。

2. 多面体の構成

2.1 多面体構成規則

三面図に矛盾しないことを条件として、候補物体要素を列挙すると、その中には、所望の多面体の構成要素となる真の物体要素のほかに偽の物体要素も含まれる。図 1 の三面図に対して得られる候補物体要素群が図 2 に示されている。

本節以降で、候補物体要素の真偽を適切に決定するための規則を提案する。

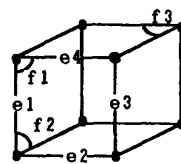
一般にある 2 つの面の交わりが稜線となるが、以下の規則では、これらの 2 つの面がその稜線を構成すると表現する。また、面は 3 つ以上の稜線によって囲まれたものであるが、これらの稜線がその面を構成すると表現する。図 4 にこの例を示す。

真の物体要素群が多面体を構成するための真偽決定規則は以下のとおりである。

規則 (1) 候補稜線 e が真ならば、 e を構成する候補面群 (F_e と表記する) のうち、coplanar でない 2 つの面が真である。候補稜線 e が偽ならば、 e を構成する候補面群 F_e のうち、すべての面が偽であるか、coplanar な 2 面が真である。

規則 (2) 交線となる稜線なしで交差する候補面群 (F_e と表記する) のうち、高々 1 つが真である。

図 5 の候補物体要素群に対し、規則 (1) を適用する



面 f_1, f_3 は稜線 e_4 を構成する
稜線 e_1, e_2, e_3, e_4 は面 f_1 を構成する

図 4 “構成する” の例

Fig. 4 Example of “compose”.

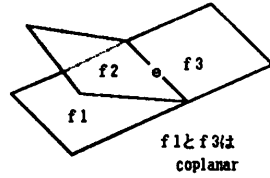


図5 候補物体要素群
Fig. 5 Candidate elements.

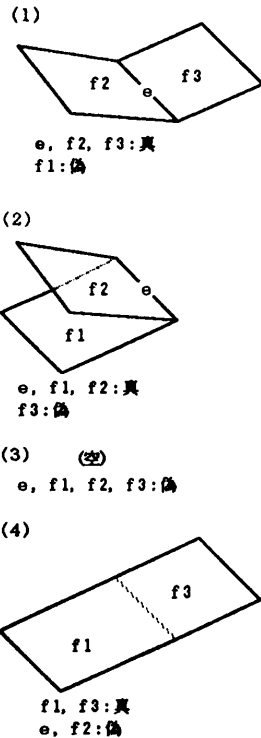


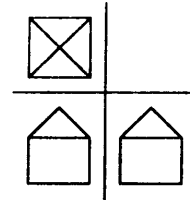
図6 図5の候補物体要素群に対する真偽の組合せ
Fig. 6 Combinations of truth and false for Fig. 5.

と、候補物体要素がとりうる真偽の組合せとして、図6の4通りがある。また、規則(2)は、交線となる稜線なしで面が交差することを禁ずる規則である。たとえば図7の f_9 と f_{11} あるいは f_3 と f_5 の各組において、2つの面がともに真となることを禁ずる。

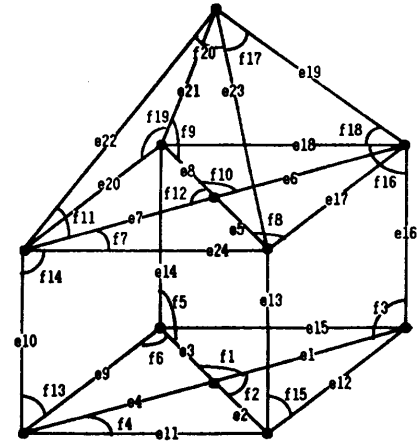
2.2 多面体構成規則の定式化

候補物体要素の稜線、面を表す変数としてそれぞれ、 e, f を使う。これらは二値変数である。変数値1は対応する物体要素が真、変数値0は偽であることを表す。また、 E, F を、それぞれ稜線の集合および面の集合とする。さらに、たとえば F_e を、稜線 e を構成する面群を表す変数とする。

以上の変数を用いて、2.1節の多面体構成規則を擬似ブール式で定式化する。規則(1)の定式化の詳細なプロセスは付録Cに示す。この結果、規則(1)はすべ



(a) 入力三面図



(b) 候補物体要素群

図7 交線なく交差する面の例
Fig. 7 An example of intersecting faces without edges.

ての $e \in E$ に対して、

$$\sum_{f \in F_e} f = 2 \cdot e + 2 \cdot \bar{e} \cdot \sum_{\substack{f_i, f_j \in F_e \\ \{f_i, f_j\} \text{ は coplanar}}} (f_i \cdot f_j) \quad (1.1)$$

$$\sum_{\substack{f_i, f_j \in F_e \\ \{f_i, f_j\} \text{ は coplanar}}} (f_i \cdot f_j) \leq \bar{e} \quad (1.2)$$

となる。また規則(2)はすべての $F_e \in F_{cross}$ に対して、

$$\sum_{f \in F_e} f \leq 1 \quad (2)$$

となる。ここで F_{cross} は F_e の集合とする。

2.3 多面体構成規則式の適用

例として、図5の候補物体要素群に対し、上式を適用すると、

(1.1) より、 $f_1 + f_2 + f_3 = 2 \cdot e + 2 \cdot \bar{e} \cdot f_1 \cdot f_3$,

(1.2) より、 $f_1 \cdot f_3 \leq \bar{e}$ となり、これを解くと、

解(1) $e = f_2 = f_3 = 1, f_1 = 0$,

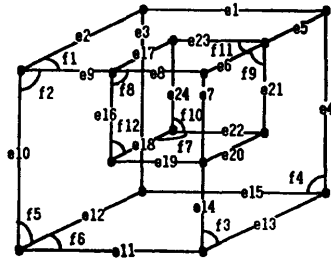
解(2) $e = f_1 = f_2 = 1, f_3 = 0$,

解(3) $e = f_1 = f_2 = f_3 = 0$,

解(4) $f_1 = f_3 = 1, e = f_2 = 0$

の4つの解が得られる。この解は図6に対応する。

図1の三面図に対して得られる候補物体要素群が図2に示されている。この例に対し、多面体構成規則式(1.1), (1.2), (2)を適用する。候補物体要素の各々



f_4, f_5, f_6 内の偽稜線は省略

図 8 図 2 の候補物体要素群に対する 0-1 変数の割り当て

Fig. 8 Assignment of boolean variables to candidate elements in Fig. 2.

式 (1.1) より
 $f_1 + f_4 = 2 \cdot e_1$
 $f_4 + f_5 = 2 \cdot e_3$
 ...
 $f_1 \cdot f_{10} + f_{11} = 2 \cdot e_{23} + 2 \cdot e_{23} \cdot f_1 \cdot f_{11}$
 $f_{10} + f_{12} = 2 \cdot e_{24}$

式 (1.2) より
 $f_2 \cdot f_8 \leq e_{16}$
 $f_1 \cdot f_{11} \leq e_{17}$
 $f_1 \cdot f_{11} \leq e_{23}$
 $f_3 \cdot f_9 \leq e_{21}$
 $f_2 \cdot f_8 \leq e_{19}$
 $f_3 \cdot f_9 \leq e_{20}$

式 (2) は適用されない

図 9 図 8 に対する多面体構成規則の連立擬似ブール式による表現

Fig. 9 Simultaneous boolean expressions by construction rule for surface model in Fig. 8.

- 解 (1)
 $e_1=0, e_2=0, e_3=0, e_4=0, e_5=0, e_6=0, e_7=0, e_8=0, e_9=0, e_{10}=0, e_{11}=0,$
 $e_{12}=0, e_{13}=0, e_{14}=0, e_{15}=0, e_{16}=0, e_{17}=0, e_{18}=0, e_{19}=0, e_{20}=0, e_{21}=0,$
 $e_{22}=0, e_{23}=0, e_{24}=0, f_1=0, f_2=0, f_3=0, f_4=0, f_5=0, f_6=0, f_7=0, f_8=0,$
 $f_9=0, f_{10}=0, f_{11}=0, f_{12}=0$ (注: すべて 0 である)
- 解 (2)
 $e_1=0, e_2=0, e_3=0, e_4=0, e_5=0, e_6=1, e_7=1, e_8=1, e_9=0, e_{10}=0, e_{11}=0,$
 $e_{12}=0, e_{13}=0, e_{14}=0, e_{15}=0, e_{16}=1, e_{17}=1, e_{18}=1, e_{19}=1, e_{20}=1, e_{21}=1,$
 $e_{22}=1, e_{23}=1, e_{24}=1, f_1=0, f_2=0, f_3=0, f_4=0, f_5=0, f_6=0, f_7=1, f_8=1,$
 $f_9=1, f_{10}=1, f_{11}=1, f_{12}=1$
- 解 (3)
 $e_1=1, e_2=1, e_3=1, e_4=1, e_5=1, e_6=0, e_7=0, e_8=0, e_9=1, e_{10}=1, e_{11}=1,$
 $e_{12}=1, e_{13}=1, e_{14}=1, e_{15}=1, e_{16}=1, e_{17}=1, e_{18}=1, e_{19}=1, e_{20}=1, e_{21}=1,$
 $e_{22}=1, e_{23}=1, e_{24}=1, f_1=1, f_2=1, f_3=1, f_4=1, f_5=1, f_6=1, f_7=1, f_8=0,$
 $f_9=0, f_{10}=1, f_{11}=0, f_{12}=1$
- 解 (4)
 $e_1=1, e_2=1, e_3=1, e_4=1, e_5=1, e_6=1, e_7=1, e_8=1, e_9=1, e_{10}=1, e_{11}=1,$
 $e_{12}=1, e_{13}=1, e_{14}=1, e_{15}=1, e_{16}=0, e_{17}=0, e_{18}=0, e_{19}=0, e_{20}=0, e_{21}=0,$
 $e_{22}=0, e_{23}=0, e_{24}=0, f_1=1, f_2=1, f_3=1, f_4=1, f_5=1, f_6=1, f_7=0, f_8=1,$
 $f_9=1, f_{10}=0, f_{11}=1, f_{12}=0$

図 10 図 9 に示す連立擬似ブール式の解
 Fig. 10 Solutions for Fig. 9.

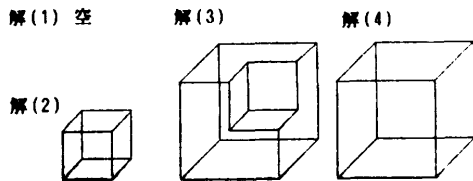


図 11 図 10 のワイヤフレーム表現

Fig. 11 Wire frame representation of Fig. 10.

に対し、図 8 のように変数を割り当て、多面体構成規則式に従って立式すると、図 9 の連立擬似ブール式が得られる。多面体構成規則の適用は、この連立式を解くことに帰着される。

図 9 の連立式を解けば、図 10 の 4 つの解が得られる。この解は、図 11 の物体を表している。図 11 からわかるように、多面体構成規則式 (1.1), (1.2), (2) を適用して得られた連立式から、候補物体要素群から構成される可能性のある多面体を、空も含めてすべて解として得られる。このように、多面体構成規則式のみによる解には、多面体を構成するが与えられた三面図に合致しない解 (図 11 の解 (1), 解 (2), 解 (4)) も含まれている。

3. 三面図との合致

3.1 三面図合致規則

多面体構成規則式の連立により得られる解は、多面体を構成するが必ずしも三面図に合致しない。所望の多面体を得るために、多面体構成規則のほかに、真の物体要素群を三面図に合致させるための真偽決定規則を与える。この規則は次のとおりである。

規則 (3) ある面図上の同じ線分から得られた候補稜線はそのうち 1 本以上が真である。

規則 (4) 実線規則

(4-1) ある面図上の実線の線分から得られた候補稜線群のうち、最も投影面に近い (最も前にある) 稜線について、この稜線よりも投影面に近く、この稜線を覆い隠す候補面群中のすべての面は偽である。

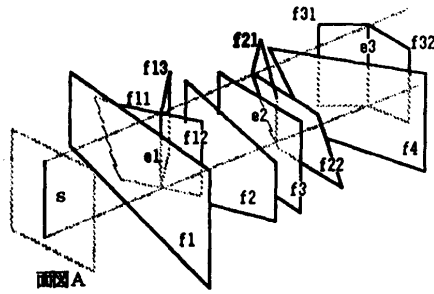
(4-2) ある面図上の実線の線分から得られた候補稜線群のうち、1 本の候補稜線 α が偽であり、かつこの稜線より前にある他の候補稜線もすべて偽であるならば、 α を構成するすべての候補面が偽であり、かつ α と α の直後にある他の候補稜線の間にある、候補稜線を覆い隠す候補面も偽である。

規則 (5) 破線規則: ある面図上の破線の線分から得られた候補稜線が真であるならば、この稜線よりも投影面に近く、この稜線を覆い隠す候補面群中の 1 つ以上の面が真である。

次の変数を用いる。

$E(s)$: ある面図上の線分 s として投影される候補稜線群、

$F(s)$: 線分 s を内部に含む面として投影さ



- $E(s) = \{e_1, e_2, e_3\}$
- $F(s) = \{f_1, f_2, f_3, f_4\}$
- $F_{\dots 1} = \{f_{11}, f_{12}, f_{13}\}$
- $F_{\dots 2} = \{f_{21}, f_{22}\}$
- $F_{\dots 3} = \{f_{31}, f_{32}\}$
- $E_{\dots}(s, e_2) = \{e_1\}$
- $E_{\dots}(s, e_3) = \{e_1, e_2\}$
- $F_{\dots}(s, e_1) = \{f_1\}$
- $F_{\dots}(s, e_2) = \{f_1, f_{11}, f_{12}, f_{13}, f_2, f_3\}$
- $F_{\dots}(s, e_3) = \{f_1, f_{11}, f_{12}, f_{13}, f_2, f_3, f_{21}, f_{22}, f_4\}$
- $F_{\dots\dots}(s, e_1) = \{f_2, f_3\}$
- $F_{\dots\dots}(s, e_2) = \{f_4\}$

図 12 面と稜線の隠ぺい関係
Fig. 12 Hiding relationships between faces and edges.

れる候補面群,

$E_{pre}(s, e)$: $E(s)$ 中の候補稜線 e よりも前にある $E(s)$ 中の他の候補稜線群,

$F_{pre}(s, e)$: $E_{pre}(s, e)$ のすべての候補稜線を構成する候補面群と, e より前にある $F(s)$ 中の候補面群の和集合,

$F_{post}(s, e)$: e と e の直後にある候補稜線の間にある $F(s)$ 中の候補面群.

以上の変数を用いた例を図 12 に示す. この図で, 稜線 s として投影されている稜線群 $E(s)$ には, e_1, e_2, e_3 がある. s を含む面として面図A上に投影されている面群 $F(s)$ には, f_1, f_2, f_3, f_4 がある. これらの稜線や面の, 面図Aからの順序は, $f_1, e_1, f_2, f_3, e_2, f_4, e_3$ であり, これらは3次元空間上で, s を含む面図Aに垂直な平面上で交わったり重なったりしていない.

このような変数群は図 3 上部の候補物体要素列挙の際に求められる.

以上の変数を用いて, 上記の規則を書き換える.

規則(3) 「 $E(s)$ のうち, 1つ以上が真」

規則(4) s が実線のとき,

(4-1) 「 $E_{pre}(s, e) = \phi$ (すなわち, e が一番前の稜線)」 \rightarrow 「 $F_{pre}(s, e)$ がすべて偽」,

(4-2) 「 $E_{pre}(s, e)$ がすべて偽」かつ「 e が偽」 \rightarrow 「 F_{\dots} はすべて偽」かつ「 $F_{post}(s, e)$ はすべて

偽」

規則(5) s が破線のとき,

「 e が真」 \rightarrow 「 $F_{pre}(s, e)$ のうち, 1つ以上が真」

3.2 三面図合致規則の定式化

3.1 節に示した三面図合致規則の定式化を行う. 三面図合致規則(3), (4), (5)は, 二値変数を用いて次のように表せる. (4-2)と(5)の定式化のプロセスを付録Dに示す.

規則(3)は次のように定式化される.

すべての $s \in S$ に対して,

$$\sum_{e \in E(s)} e \geq 1. \tag{3}$$

規則(4)は次のように定式化される.

すべての $s \in S_{real}$ に対して,

$E_{pre}(s, e) = \phi$ である $e \in E(s)$ に対して,

$$\sum_{f \in F_{pre}(s, e)} f = 0. \tag{4.1}$$

すべての $s \in S_{real}$ に対して,

$$\begin{aligned} & \hat{e} \cdot \prod_{e \in E_{pre}(s, e)} \hat{e} \cdot \prod_{f \in F_e} \hat{f} \cdot \prod_{f \in F_{post}(s, e)} \hat{f} \\ & = \hat{e} \cdot \prod_{e \in E_{pre}(s, e)} \hat{e}. \end{aligned} \tag{4.2}$$

規則(5)は次のように定式化される.

すべての $s \in S_{hidden}$ に対して,

$$e \cdot \prod_{f \in F_{pre}(s, e)} \hat{f} = 0. \tag{5}$$

が得られる. ここで, S は三面図上の全線分集合, S_{real} は S のうち, 実線のものの集合, S_{hidden} は S のうち, 破線のものの集合とする.

例として, 図 12 の候補物体要素群に対し, 上式に沿って立式すると,

(3)より,

$$e_1 + e_2 + e_3 \geq 1.$$

これは面図A上の稜線 s として投影されている3本の稜線のうち1本以上が真であることを示す.

s が実線のとき,

(4.1)より,

$$f_1 = 0.$$

これは3本の稜線のうち最も前にある稜線 e_1 よりさらに前にある面 f_1 が偽であることを示す.

(4.2)より,

$$\hat{e}_1 \cdot \hat{f}_{11} \cdot \hat{f}_{12} \cdot \hat{f}_{13} \cdot \hat{f}_2 \cdot \hat{f}_3 = \hat{e}_1.$$

これは, 稜線 e_1 が偽であるならば, e_1 を構成する面 f_{11}, f_{12}, f_{13} が偽であり, かつ e_1 と e_1 の次にある稜線 e_2 の間において, e_2 を覆い隠す面 f_2 と f_3 が偽であることを示す.

また,

$$\bar{e}_2 \cdot \bar{e}_1 \cdot \bar{f}_{21} \cdot \bar{f}_{22} \cdot \bar{f}_4 = \bar{e}_2 \cdot \bar{e}_1.$$

これは、 e_2 と e_1 が偽であるならば、 e_2 を構成する面 f_{21} と f_{22} が偽であり、かつ e_2 と e_1 の次にある稜線 e_3 の間にあって、 e_3 を覆い隠す面 f_4 が偽であることを示す。

s が破線するとき、(5)より、

$$e_1 \cdot \bar{f}_1 = 0.$$

これは、 e_1 が真であるならば、 e_1 より前にあり、 e_1 を覆い隠す面 f_1 が真であることを示す。

また、

$$e_2 \cdot \bar{f}_{11} \cdot \bar{f}_{12} \cdot \bar{f}_{13} \cdot \bar{f}_1 \cdot \bar{f}_2 \cdot \bar{f}_3 = 0.$$

これは、 e_2 が真であるならば、 e_2 より前にある稜線 e_1 を構成する面 f_{11} , f_{12} , f_{13} と、 e_2 より前にあって e_2 を覆い隠す f_1 , f_2 , f_3 のうち1つ以上が真であることを示す。

さらに

$$e_3 \cdot \bar{f}_{11} \cdot \bar{f}_{12} \cdot \bar{f}_{13} \cdot \bar{f}_{21} \cdot \bar{f}_{22} \cdot \bar{f}_1 \cdot \bar{f}_2 \cdot \bar{f}_3 \cdot \bar{f}_4 = 0.$$

これは、 e_3 が真であるならば、 e_3 より前にある稜線 e_1 を構成する面 f_{11} , f_{12} , f_{13} と、同様に e_2 を構成する f_{21} , f_{22} 、および e_3 より前にあって e_3 を覆い隠す f_1 , f_2 , f_3 , f_4 のうち1つ以上が真であることを示す。

3.3 三面図合致式の適用

多面体構成規則式と三面図合致規則式を連立させて解けば、その解は、多面体を構成し、かつ、三面図に合致した物体を表し所望の物体を得ることができる。

図8の例に対し、三面図合致規則式(3),(4),(5)に従って立式すると、図13に示す式が得られる。これを、多面体構成規則式を適用して得られる式(図9)と連立させて解けば、その解は図10の解(3)のみとなり、所望の多面体となる。

4. 非線形擬似ブール代数解法の適用例と実行時間

本稿で述べた手法は IBM 5560 上で C 言語を用いてインプリメントされた。連立擬似ブール式を解くために Hammer⁶⁾の解法を利用した。

非線形擬似ブール代数解法の適用例を図14~図16に示す。図中の(a),(b),(c)は、それぞれ、三面図、候補物体要素群、非線形擬似ブール代数解法による

解である。

三面図から合成される候補物体の稜線と面の個数、および非線形擬似ブール代数解法によって得られる物体の個数と実行時間を表1に示す。与えられた三面図と実行時間との関係については未解明であり今後検討しなければならない。

5. 線形擬似ブール代数による手法との差異

すでに提案した線形の擬似ブール代数による定式化

式(3)より
 正面図に対して
 $e_7 + e_{21} + e_4 \geq 1,$
 $e_{14} + e_4 \geq 1,$
 ...
 $e_{11} + e_{15} \geq 1.$
 平面図に対して
 ...
 側面図に対して、
 ...
 式(4.1)は適用されない。
 式(4.2)より
 $\bar{e}_7 \cdot \bar{f}_8 \cdot \bar{f}_9 = \bar{e}_7,$
 $\bar{e}_7 \cdot \bar{e}_{21} \cdot \bar{f}_3 \cdot \bar{f}_9 \cdot \bar{f}_{10} = \bar{e}_7 \cdot \bar{e}_{21},$
 $\bar{e}_{14} \cdot \bar{f}_2 \cdot \bar{f}_3 = \bar{e}_{14},$
 ...
 $\bar{e}_{11} \cdot \bar{f}_2 \cdot \bar{f}_6 = \bar{e}_{11}.$
 式(5)は適用されない。

図13 図8に対する三面図合致規則の連立擬似ブール式による表現

Fig. 13 Simultaneous boolean expressions by coincidence rule with orthographic views for Fig. 8.

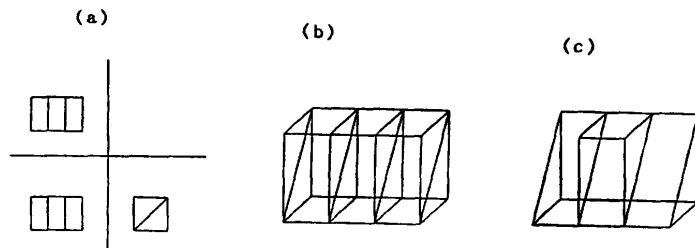


図14 非線形擬似ブール代数解法の適用例
 Fig. 14 Example of application of non-linear pseudo-boolean solution.

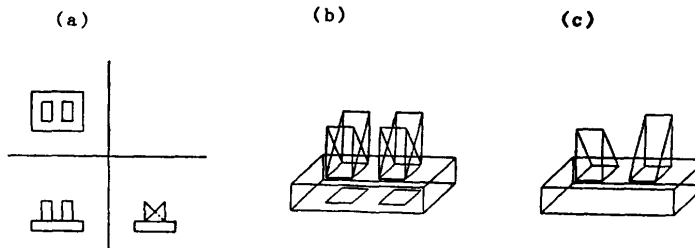
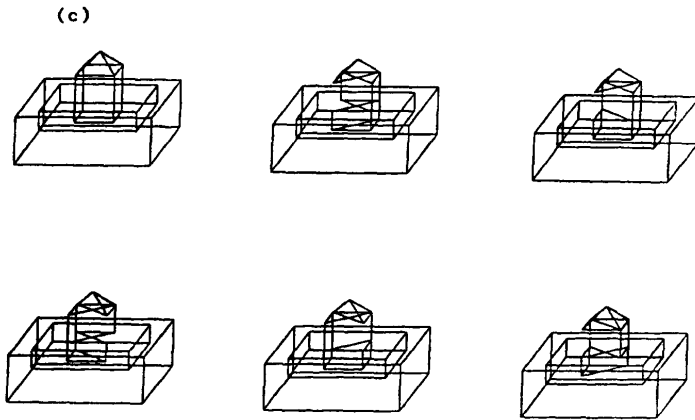
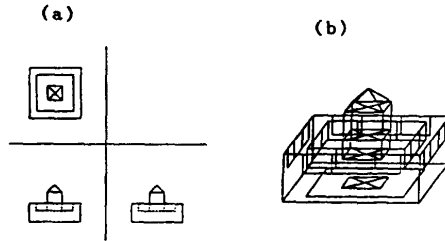


図15 非線形擬似ブール代数解法の適用例
 Fig. 15 Example of application of non-linear pseudo-boolean solution.



など 37 個

図 16 非線形擬似ブール代数解法の適用例

Fig. 16 Example of application of non-linear pseudo-boolean solution.

表 1 三面図に対する解の個数と実行時間

Table 1 The number of solutions and execution time for orthographic views.

対象三面図	図 1	図 7	図 14	図 15	図 16
候補稜線数	36	24	32	84	140
候補面数	15	20	23	30	67
式数	77	65	72	85	346
解数	1	5	1	1	37
実行時間 (秒)	13	69	113	114	3336
実行時間/解数	13	13.8	113	114	90.2

の手法⁵⁾では、物体要素の真偽の決定のために線形の擬似ブール代数の等式と不等式で表されるものを採用したが、そこでは位相的情報を表す式が主であった。それらの式は、次の候補頂点と候補稜線の関係式および候補稜線の候補面の関係式である。

(a) ある候補頂点が真ならば、その頂点を構成する候補稜線群のうち、3つ以上が真である。ある候補頂点が偽ならば、その頂点を構成する候補稜線群はすべて偽である。

すべての $v \in V$ に対して

$$3v \leq \sum_{e \in E_v} e \leq \alpha_v \cdot V, \quad \alpha_v = |E_v| \geq 3. \quad (a)$$

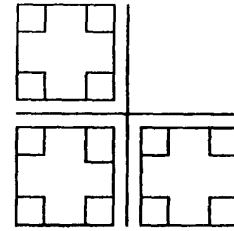


図 17 線形擬似ブール代数では解が求まらない三面図

Fig. 17 Orthographic views which linear method can't be applied to.

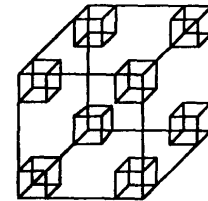


図 18 図 17 から生成される候補物体要素群

Fig. 18 Candidate elements generated from Fig. 17.

(b) ある候補稜線が真ならば、その稜線を構成する候補面群のうち、2つが真である。ある候補稜線が偽ならば、その稜線を構成する候補面群はすべて偽である。

すべての $e \in E$ に対して

$$2e = \sum_{f \in F_e} f, \quad |F_e| \geq 2. \quad (b)$$

この線形擬似ブール代数による定式化の手法の前後に、図3の左部に示したとおり明白な偽物体要素の除去、単一稜線化、単一面化、三面図との照合などの、いくつかの簡単な探索プロセスを置いた。これらの探索プロセスは、colinear 性や coplanar 性などの幾何学的情報を加味して妥当な多面体を構成するために必要なプロセスであった。

また、この線形擬似ブール代数による定式化の手法で対応できない例として図17の三面図があった。この三面図に対して得られる候補物体要素群は図18であり、図18の候補物体要素群に対して得られるべき解は、図19の(A)、(B)に示す2つである。しかし、線形擬似ブール代数による定式化の手法では(B)の解を得ることができなかった。(e₁, e₂, v₁ 等の点線がないものが(B)の解である。)

図19(B)の候補頂点 v₁ は2本の候補稜線 e₁, e₂ に

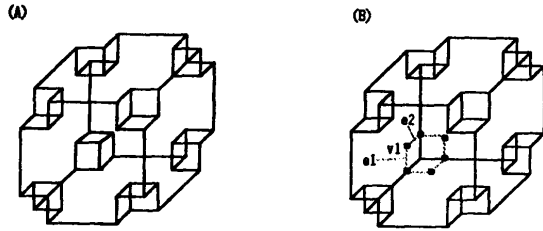


図 19 図 18 から得られるべき解
Fig. 19 Two solutions which should be obtained for Fig. 18.

より構成されているが、3本の稜線を必要とする多面体構成規則(a)により、 e_1 , e_2 , v_1 等は除去されない、このため正しい解が生成されない。この例は、候補稜線群が、所望の物体を構成する要素ではなく、所望の物体の面の継ぎ目となる(その継ぎ目 e_1 や e_2 の両側の2つの候補面が、coplanar 性をもつ)例である。

このような例に対しても擬似ブール代数による定式化の手法を適用可能とするために、線形擬似ブール代数による手法で導入していた多面体の真偽決定規則(候補頂点と候補稜線の関係式と候補稜線と候補面との関係式)から、真の頂点群は真の稜線の両端から得られるという事実の下に、候補頂点と候補稜線の関係式(a)を除外した。さらに、候補稜線と候補面との関係式(b)を拡張して、coplanar 性という幾何学的情報を含むために、非線形項を用いて2.1節で示した規則(1)を導入した。また、三面図上の実線と破線に関する性質を有効に利用するために、非線形項を用いて3.1節で示した規則(4), (5)を導入した。

6. おわりに

三面図からの物体自動合成において、候補物体要素の真偽を適切に決定するための真偽決定規則として、物体要素群が多面体を構成するための条件および三面図に合致するための条件を挙げた。それらの条件を非線形項による擬似ブール連立式で定式化し、この連立式を満たす解を基に、多面体を構成し、かつ三面図に合致する物体要素群を求めた。この手法を確立し、種々の例題に適用し、この手法の有効性を明らかにした。

本稿で示した例題以外にも、1章の末尾で述べた条件を満たす多くの対象物体に対して、本稿の手法により三面図から物体が合成できた。しかし、このような例証だけではなく、本稿の手法の完全性についての定性的な証明を今後行わなければならない。

我々がすでに提案した線形擬似ブール代数による定

式化の手法とは、定式化の際、非線形項を導入したという点で異なり、このため擬似ブール代数解法の適用範囲が拡張できた。与えられた三面図と実行時間との関係についての解明と評価の問題が残された。

参考文献

- 1) 出沢正徳：三面図から物体形成のためのシステム，日本機械学会論文集，Vol. 38, No. 310, pp. 1267-1276 (June 1972).
- 2) Markowsky, G. et al.: Fleshing Out Wire Frame, *IBM J. Res. Dev.*, Vol. 24, No. 5, pp. 582-592 (Sep. 1980).
- 3) Wesley, M. A. et al.: Fleshing Out Projections, *IBM J. Res. Dev.*, Vol. 25, No. 6, pp. 934-954 (Nov. 1981).
- 4) 伊藤 潔, 石川雅朗, 藤生崇則, 鈴木誠道：サーフィスマデルの成立ち規則を用いた三面図からの物体自動合成法，シミュレーション学会論文誌，Vol. 7, No. 2, pp. 109-116 (June 1987).
- 5) 佐々木康仁, 伊藤 潔, 鈴木誠道：三面図からの物体自動合成のための線形擬似ブール代数解法，情報処理学会論文誌，Vol. 28, No. 12, pp. 1288-1297 (Dec. 1987).
- 6) Hammer, P. L. et al.: *Boolean Methods in Operations Research*, Springer-Verlag, New York (1968).
- 7) 沖野教郎：自動設計の方法論，3.1.4 節，養賢堂，東京 (1982).

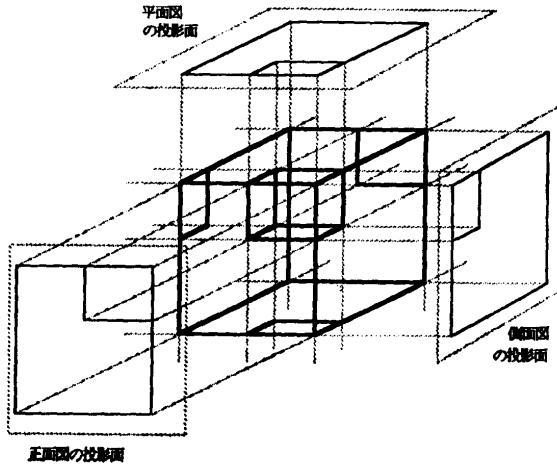
付録A 候補物体要素の列挙

候補頂点・候補稜線群・候補面群を得る方法を簡単に述べる。

正面図のすべての端点 P と線分 L に対し、それぞれ投影面に垂直で P を通る直線、投影面に垂直で L を通る部分平面を作成する。平面図、側面図についても同様な線分と部分平面を作成する。

図 20 に示すとおり、3つの面図から求められたこれらの直線や部分平面の交わりにより三次元空間上に得られた頂点群、線分群を、それぞれ、候補頂点集合 V 、候補稜線集合 E とする。 V には所望の物体の頂点と偽の頂点が含まれる。 E には所望の物体の稜線(稜線が colinear な複数の稜線に分けられているならば、その colinear な複数の稜線)と偽の稜線が含まれる。

次に、同一平面上の候補稜線の閉路の内側に区切られた平面領域を候補面とする。ただし、このような平面領域 L_i , L_j が同一平面にあり、さらに L_i は L_j に含まれている、という関係があるときは、 L_j 内か



正面図の投影面

図 20 候補物体要素の作成

Fig. 20 Construction of candidate elements from orthographic views.

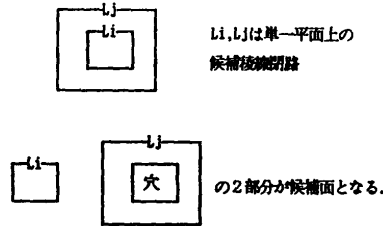


図 21 候補稜線閉路に包含関係があるときの候補面
Fig. 21 Candidate faces in case of inclusive relationships between coplanar areas.

つ L_i の外側の平面領域も候補面とする (図 21 参照). 候補面の集合を F とする. F は所望の物体の面 (面が coplanar な複数の面に分けられているならば, その coplanar な複数の面) と偽の面が含まれる.

以上の V, E, F は, 三次元空間上の幾何学的情報 (頂点の座標値, 稜線や面の方程式など) をもつ.

付録 B ソリッドモデルへの変換方法

サーフィスマデルからソリッドモデルに変換することは一般には容易ではない. なぜならば, サーフィスマデルの情報だけでは, 面のいずれの側に物質が詰まっているかが不明なためである. しかし, 多面体のサーフィスマデルにおいて, 1面についてその面の向きを法線ベクトルによって定めることが可能な場合, この面に隣接する面について順次, それらの法線ベクトルを定める方法が一般に知られている (たとえば文献 7)).

本稿の手法でサーフィスマデルを得た後, 元の三面図の任意の面図の中の任意の 1面と, サーフィスマデ

ルの面との対応をとり, サーフィスマデルの対応する面が 1面しかなければその面を, サーフィスマデルの対応する面が複数あれば, そのうち最も投影面に近い面を選ぶ. この面は投影面の反対側に物質が詰まっていることになる. これで, サーフィスマデルの一面の法線ベクトルが定まる. 後は上で述べたように順次, 隣接面の法線ベクトルを定める.

付録 C 多面体構成規則 (1) の擬似ブール代数による定式化のプロセス (2.2 節)

2.1 節の多面体構成規則 (1) を次のとおりに分解する.

- (1-a) 「 e が真」 \rightarrow 「 F_e のうち 2面が真」.
- (1-b) 「 e が偽」 \rightarrow 「 F_e の中で coplanar な 2面の組のうち 1組が真」.
- (1-c) 「 e が真」 \rightarrow 「 F_e の中で coplanar な 2面の組のうち 0組以下が真」.
- (1-d) 「 e が偽」 \rightarrow 「 F_e の中で coplanar な 2面の組のうち 1組以下が真」.

これを二値変数で表すと次のとおりになる.

- (1-a) 「 $e=1$ 」 \rightarrow 「 $\sum_{f \in F_e} f = 2$ 」
- (1-b) 「 $e=0$ 」 \rightarrow 「 $\sum_{f \in F_e} f = 2 \cdot \sum_{\substack{f_i, f_j \in F_e, \\ \{f_i, f_j\} \text{ は coplanar}}} (f_i \cdot f_j)$ 」
- (1-c) 「 $e=1$ 」 \rightarrow 「 $\sum_{\substack{f_i, f_j \in F_e, \\ \{f_i, f_j\} \text{ は coplanar}}} (f_i \cdot f_j) \leq 0$ 」
- (1-d) 「 $e=0$ 」 \rightarrow 「 $\sum_{\substack{f_i, f_j \in F_e, \\ \{f_i, f_j\} \text{ は coplanar}}} (f_i \cdot f_j) \leq 1$ 」

となる. ここで, 擬似ブール式による定式化の手法として,

- (α) $A=1 \rightarrow B \text{ op } C \Leftrightarrow A \cdot B \text{ op } A \cdot C$
 - (β) $A=1 \rightarrow B \text{ op } C$ かつ $A=0 \rightarrow D \text{ op } E$
 $\Leftrightarrow A \cdot B + \bar{A} \cdot D \text{ op } A \cdot C + \bar{A} \cdot E$
- が成り立つ. ただし, op として $=, <, >, \leq, \geq$ のいずれか 1つを (α), (β) の各々で使う.

これを用いて, 規則 (1) を非線形擬似ブール式で表す. (1-a), (1-b) より,

$$e \cdot \sum_{f \in F_e} f + e \cdot \sum_{f \in F_e} f = 2 \cdot e + 2 \cdot e \cdot \sum_{\substack{f_i, f_j \in F_e, \\ \{f_i, f_j\} \text{ は coplanar}}} (f_i \cdot f_j)$$

となり, これを変形すると

$$(e+e) \cdot \sum_{f \in F_e} f = 2 \cdot e$$

$$\begin{aligned}
 & + 2 \cdot \bar{e} \cdot \sum_{\substack{f_i, f_j \in F_e \\ \{f_i, f_j\} \text{ は coplanar}}} (f_i \cdot f_j), \\
 \sum_{f \in F_e} f & = 2 \cdot e + 2 \cdot \bar{e} \cdot \sum_{\substack{f_i, f_j \in F_e \\ \{f_i, f_j\} \text{ は coplanar}}} (f_i \cdot f_j)
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

が得られる。また(1-c), (1-d)より,

$$\begin{aligned}
 & e \cdot \sum_{\substack{f_i, f_j \in F_e \\ \{f_i, f_j\} \text{ は coplanar}}} (f_i \cdot f_j) \\
 & + \bar{e} \cdot \sum_{\substack{f_i, f_j \in F_e \\ \{f_i, f_j\} \text{ は coplanar}}} (f_i \cdot f_j) \\
 & \leq 0 \cdot e + 1 \cdot \bar{e},
 \end{aligned}$$

となり, これを変形すると

$$\begin{aligned}
 (e + \bar{e}) \cdot \sum_{\substack{f_i, f_j \in F_e \\ \{f_i, f_j\} \text{ は coplanar}}} (f_i \cdot f_j) & \leq \bar{e}, \\
 \sum_{\substack{f_i, f_j \in F_e \\ \{f_i, f_j\} \text{ は coplanar}}} (f_i \cdot f_j) & \leq \bar{e}.
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

が得られる。

付録D 三面図合致規則(4-2)(5)の擬似ブール代数による定式化のプロセス(3.2節)

3.1節の三面図合致規則のうち(4-2)(5)は次のように表すことができる。

$$(4-2) \left[\bar{e} \cdot \prod_{e \in E_{pre}(s, e)} \bar{e} = 1 \right] \rightarrow \left[\prod_{f \in F_e} f \cdot \prod_{f \in F_{post}(s, e)} \bar{f} = 1 \right]$$

$$(5) \left[e = 1 \right] \rightarrow \left[\prod_{f \in F_{pre}(s, e)} \bar{f} = 0 \right]$$

ここで, 付録Cの定式化の手法を用いれば, (4-2)は

$$\begin{aligned}
 & \bar{e} \cdot \prod_{e \in E_{pre}(s, e)} \bar{e} \cdot \prod_{f \in F_e} \bar{f} \cdot \prod_{f \in F_{post}(s, e)} \bar{f} \\
 & = \bar{e} \cdot \prod_{e \in E_{pre}(s, e)} \bar{e}
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

となり, (5)は,

$$e \cdot \prod_{f \in F_{pre}(s, e)} \bar{f} = 0. \tag{5}$$

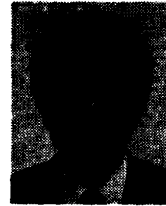
となる。

(昭和63年5月25日受付)
(平成元年3月7日採録)



佐々木康仁

昭和39年生。昭和61年上智大学理工学部機械工学科卒業。昭和63年同大学院理工学研究科機械工学専攻博士前期課程修了。在学中は、図面理解を主とするコンピュータビジョンの研究に従事。CAD手法全般とAIに興味をもつ。現在、(株)東芝総合情報システム部所属。



伊藤 潔(正会員)

昭和26年生。昭和49年京都大学工学部情報工学科卒業。昭和54年同大学院工学研究科情報工学専攻博士課程修了。京都大学工学博士。昭和54年より上智大学理工学部勤務。助手、講師を経て、昭和60年より助教授。現在、同理工学部一般科学研究室情報科学部門所属。主として、ソフトウェア工学、シミュレーション手法、図面理解を主とするコンピュータビジョンの研究に従事。計算機援用の様々なシステム・手法に興味をもつ。電子情報通信学会、IEEE等会員。ISO/TC184/SC2WG3(産業用ロボットの安全性)委員。著訳書:「ソフトウェア開発のためのプロトタイプングツール」(共著)、「システムプログラム」,「並行処理とUnix」(共訳)。



鈴木 誠道(正会員)

昭和8年生。昭和31年東京工業大学理学部物理学科卒業。同年4月から日本国有鉄道技術研究所勤務。ノース・カロライナ大学、スタンフォード大学各大学院留学。昭和51年より上智大学理工学部機械工学科勤務。現在同教授。東京大学工学博士。昭和62年南フロリダ大学客員教授。主として、数値計算法、輸送システム計画、ネットワーク理論、生産ラインの解析等の研究に従事。OR手法全般とコンピュータの関連に興味をもつ。日本オペレーションズ・リサーチ学会、機械学会、ACM各会員。著書:「OR入門1—線形モデル」(共訳)、「数理計画の応用(実際編)」(共編著)。