A-040

計算量理論の存亡（１）:「Ｐ≠ＥＸＰ」証明の欺瞞
The Crisis of Computational Complexity Theory (1) The Deception of "P≠EXP"

山口人生
Jinsei Yamaguchi

１、序論

筆者は、本発表シリーズ[1]、[2]、[5]、[6]において、
「Ｐ ｖｓ ＮＰ」問題・・・(%)
の解決を提示した。そして、その解決法に関する詳細な解説を社の公式サイト[7]上で発表してきた。しかるに、学会は、未だに、その革新性が理解できないようである。結論を述べれば、従来の計算量理論は矛盾している。この矛盾は回避できない種類のものである。そして、矛盾した理論では何でも主張できる。この観点から、皮肉を込めて、[1]、[5]を発表しておいた。しかし、[1]と[5]の結論が正反対のため、学会では、発表内容が間違いだと解釈したという経緯があった。自分達が根本的に間違っているという認識は皆無だったのである。

ここで言う矛盾とは、
「消滅系問題を消滅系でないと仮定すると矛盾」
という意味である。その後、[6]で、(%）は消滅すると最終解決を提示しておいた。問題が消滅するとは、
「Ｙｅｓ、Ｎｏ、独立では解決できない。」
という第四の解決カテゴリーである。しかし、この解答は、当時の人類の知力レベルを超えていたため、全く受け入れられなかった。これには、それ以前の発表の怪しさも影響していたであろう。しかし、事実として、人類史上初めて、消滅解系で数学問題解決がされたのである。事は計算量理論分野だけには留まらない。今後、様々な分野において、消滅系問題が出現し始めるであろう。というか、すでに出現している問題で、消滅系解決するものがあると判ってくるであろう。

今回の発表は、その詳しい続編であり、半消滅という新概念が登場する。この意味で、[6]は、史上初で、消滅解系の導入の役割りを果たすものであった。この副産物として、計算量理論の基本原理とも言うべき、計算量の階層に対する古典的常識が打破される。具体的には、従来の
「Ｐ≠ＥＸＰ」・・・(１)
証明の不備を論証する。この行為を通じて、計算量概念に対する正しい理解への道が拓けるのだ。

２、自由集合と十分証明場

まずは、一般論から。(%）の解決は非常に難しい。ひょっとして、(%）は想定計算量理論から独立になるのでは？この可能性までは、従来の研究者達も考察していた。しかし、私は、更に一歩先に進んだ。そもそも、(%）は数学の対象となるか？この深遠な課題が控えているのである。これが狭義数学の境界問題。ここから、一般の言語認識問題の難しさ問題に繋がる。その副産物として、汎用の新発見というか、新境地に到達する。

この本質を数学的に定義すること自体、難しい。これに私は成功した。それが状況依存性に基づく"自由集合"という概念である。これを、数学的にキチンと扱うには、普遍枠を超えた広義数学の領域に入る必要がある。というわけで、まず、自由集合の定義から。
「[０，１]区間の実数に可能な限り名前を付け、それらを並べたものを
R_1、R_2、R_3、・・・
とする。(各R_nは{1, 0} ２進法。)対角線論法により、各R_nの少数点以下ｎ桁目が１の時は０に、０の時は１にする実数Ｒ(？)を定義できる。これに新しい名前"幽霊数"を付ける。これで矛盾。」

つまり、名前付けのような自由な操作は数学（集合論）の対象にはならない。これで、名前全体の集合ＮＡＭＥは普遍枠外集合だと判る。こういうのを、自由集合と名付ける。自由集合は普遍枠外概念であるから、汎用の定義はできず、個々の具体例毎に、自由性を確認していくしかない。

自由集合の典型例として、理論全体の集合ＴＴや関数名全体の集合がある。これから、各理論のベースになる論理的 term 集合（これ自身は構成可能）全体の集合ＴＥＲＭや決定（アルゴリズムのある）問題全体の集合ＤＱ等も自由集合になることが判る。

一方、ＤＱをコードし、言語に抽象化した集合
ＤＬ＝{ｘ｜ｘはアルゴリズム決定可能言語}
はどうか？これは正当な枠内集合である。これで、従来の研究者達は安心したらしい。しかし、状況は、それほど甘くない。ＤＬの場合、背景理論Ｔの強弱問題が絡む。つまり、一般に、Ｔで考えるＤＬとＴ'で考えるＤＬは異なる。ここまでは、普遍派にも認知できるはず。

この共通認識の下、
「ＤＱをコードした結果のＤＬだけ見て、元のＱのセマンティクスは（アルゴリズム実現レベルで）把握できるか？」
この大問題が控えているのだ。実は、計算量の場合、元のＱセマンティクスを無視することはできない。この事実を、今から論証していく。それよりも、この段階で重要な指摘を。ＤＱの自由性と各Ｑのセマンティクス独自性は関係している。その理由は次のようになる。

決定問題の候補モデル全体は非可算個ある。一方、形式公理体系としての理論全体は可算である。この意味で、ＤＱは二重基準になっている。これが集合の
「実体 ｖｓ 表現」
問題である。これに、更に
「コードのパラドックス」
が関与してくる。ＤＱ全体を考えた場合のコードとは？各 term の構成レベルを超えたＴＥＲＭレベルの課題になる。そこでは、表現が基準になる。つまり、ＤＱの可算性が影響する。これを言い換えると、ＤＬからのデコード問題となる。Ｌ実現のＱ候補とは？

この意味で、ＤＱの自由性とは、(幽霊数の定義が象徴しているように)、結局、

㈱ Ｉ．Ｉ．Ｉ．

「非可算無限集合から可算無限集合を選び出す、その選択方式。」
の漠然性なのだ。それゆえ、選ばれたＱのセマンティクス問題に密接に関係する。背景理論が登場したところで、次の論点に移る。
「数学の証明とは何か？何であるべきか？」
背景理論Ｔを形式公理体系として構築し、Ｔ内で演繹推論した結果の正しさを保証する方式である。この場合、隠された常識がある。それは、
「一旦、Ｔで問題ＸのＹｅｓ、Ｎｏが証明されたら、任意の（矛盾しない）拡大体系Ｔ’に対し、Ｘの（Ｙｅｓ、Ｎｏ）証明結果は変わらない。」
という点。この性質を演繹推論の単調性と言う。何故、態々、このような常識を強調する必要があるのか？ここに自由集合が絡んでくる。消滅解系は、ＤＱを用いた
「パラドックスに基づく証明」
という戦略を使用する。そこで、矛盾確認に用いるのが
「仮定からの非単調可能性発生」
というテクニック。従来の普遍枠内思考では、こういう可能性は考え付かない。このため、非単調性に注意を喚起しておいたのだ。というわけで、

定義
形式体系（理論）Ｔが問題Ｘの十分証明場であるとは、Ｔに対する推論結果の非単調性が発生する可能性がないことを言う。　┤

ここで、重要なのは“可能性”すらないという点。当然、任意の形式公理体系は十分証明場である。十分証明場とは、自由集合による非単調可能性の観点から見た、体系の整合性保証だということ。狭義数学の形式体系を広義数学的に見直したという意味で斬新である。

３、消滅

以上の準備の下、愈々、消滅解系の定義に入る。

定義
１、（広義数学の）問題Ｘが消滅するとは、ＸをＹｅｓ解答する十分証明場も、Ｎｏ解答する十分証明場も存在しないこと。
２、問題ＸのＹｅｓ（Ｎｏ）方向の十分証明場が存在しない時、Ｘは半消滅するという。　┤

定義により、Ｘが消滅すれば、ＸはＹｅｓ、Ｎｏ、独立では解けない。この意味で、“超独立”とも呼べる概念である。超独立と名付けなかったのは、半消滅という概念も登場するからである。問題Ｘが半消滅すれば、少なくとも、Ｙｅｓ（Ｎｏ）方向は解けないことが判る。この定義の斬新さは、反対のＮｏ（Ｙｅｓ）方向について何も言及してない点である。どういう種類の問題が消滅や半消滅するのか？ここから、広義数学独自の新しい境地に入る。
Ｔを従来の想定計算量理論とする。Ｔ外の決定問題Ｑの背景理論をＴ（Ｑ）とする。一般にＴ＋Ｔ（Ｑ）が矛盾するかどうかはＴで判らない。Ｔ＋Ｔ（Ｑ）が矛盾する場合、Ｔ内のＬとＱ経由のアルゴリズムＴＭ（Ｑ）の関係は？これこそが私が提唱するΔ理論のテーマである。この予備認識の下、改めて尋ねる。
「言語認識問題とは何か？何であるべきか？」
これに対する正しい認知ができてないから、古典計算量理論の矛盾に気付かなかったのだ。従来の研究者によく見られる間違いの一つに
「ＤＬの要素Ｌはリカーシヴ関数で定義できる。よって、Ｌの認識問題は、精々、リカーシヴ関数論ＲＦのメタ理論程度。少なくとも、ＤＱとは無縁。」
という認識がある。とんでもない話である。この論点を分析するため、
Ｌ（Ｑ）＝｛ｘ｜ｘはＱの正解（のσコード）｝
を考える。言語認識問題とはＬ（Ｑ）を認識するアルゴリズムがあるかどうかを問う課題であり、Ｌ（Ｑ）を認識するアルゴリズムがあることは保証されてない。つまり、Ｌ（Ｑ）定義の段階では、Ｔ外問題Ｑも登場する。ところが、肝心の認識確認段階で、アルゴリズム陣営の癖で、
「Ｌ（Ｑ）認識アルゴリズムがあるかどうかの確認はメタＲＦで可能。ＲＦ内のアルゴリズムを一つ一つチェックしていけばよい。」
と考え出すと悲劇が始まる。Ｌ（Ｑ）認識の証明に、ＲＦ内アルゴリズム一つ一つのチェックはできないのだ。証明は有限作業で終わることが義務付けられているからである。そうではなく、Ｌ（Ｑ）認識には
「Ｑの性質の分析から得られる、何らかの方式Ｍ（Ｑ）を発見し、Ｍ（Ｑ）モデルに従って、対応アルゴリズムの構成可否を検討していく。」
という証明作業が必須である。
実際、例えば、（１）の証明で使用する
Ｌ（？）＝｛$ｗ_{ｉ}$｜$ＴＭ_{ｉ}$は$ｗ_{ｉ}$をｆ（｜$ｗ_{ｉ}$｜）ステップ以内で受理しない｝
の場合は、Ｌ（？）からＴＭ対角線論法を用いて、まず、ＴＭ（？）を設定し、この方式に従って、対応ＴＭ（ｇ）を構成する。ＴＭ（？）の定義で採用された、メタのステップ数計測を、ＴＭ（ｇ）はオブジェクト化実現するということ。ここで注意してほしいのは、ＴＭ（ｇ）構成問題は（１）の解候補として出現したという点。つまり、（１）や（％）のような計算量の課題にも、Ｍ（Ｑ）方式モデルは不可避に登場するのだ。この見識の下、最重要課題の吟味に入る。

４、ワープ

まずは、（％）設定の背景から。
「Ｌ認識ＴＭに対し、Ｑで生成される短縮 heuristics を作用させる。その結果の新アルゴリズムＴＭ（Ｑ）が多項式関数で抑えられ、しかも、Ｌを認識する。」
ようなＱを発見できるかどうか。ここまでは、不自然さはない。（％）は、この思考様式をベースにした問題設定であった。ここのポイントはＱの想定範囲。ＴＭに対する heuristics であるから、Ｑの抽象度は大したことはないと錯覚してはいけない。場合分けの条件設定として、
「ＱならばＴＭ遷移関数を・・・と変更」
というケースがあるのだ。中には、
「何となく感覚でＣ（ＴＭ）をチャンクする（よう遷移関数を変更する）。」
ケースすらある。これがＡＩ手法であり、非単調性と繋がる。勿論、アルゴリズム可能な範囲でなければならないが。
この事実を別の観点から見ておこう。集合
ＡＡ（Ｌ）＝｛ｘ｜ｘはＬを認識するＴＭ｝
は枠内集合になる。この場合、

「ＡＡ（Ｌ）はＴとＴ＋αで異なるか？」
Ｌの計算量はＡＡ（Ｌ）内要素だけを対象にするという意味で、Ｌ認識問題とは違うと思ってきた研究者が多いらしい。しかし、いずれにせよ、Ｑが介入するという事実は変わりない。計算量確定のため、
「ＡＡ（Ｌ）内要素を一つ一つ確認する」
作業は証明にならないのだ。

このようなＱがＴ内で見つかる場合もあろう。しかし、Ｔ外で発見できる場合もあるはず。従来の（Ｔ内）方式では多項式関数で抑えることのできなかったＬに対し、こういうＴ外Ｑを発見する証明法を
「(Ｔ外Ｑによる) ワープ手法」
と名付けよう。この場合、
「Ｔ内で考えてもＰにはなれないが、ワープにより、Ｐになるアルゴリズムを発見構成できる」
ことになる。ワープの可能性が非単調可能性に繋がる。これが計算量に関する新発見の知識である。言語認識問題レベルやＡＡ（Ｌ）所属問題レベルでは非単調可能性は生起しない。計算量レベルで非単調可能性問題が発生するのだ。

総ての言語Ｌがワープ可能とは言えない。実際、Ｌ（？）はワープ可能言語ではない（ように見える)。こういう実例を一つ挙げられると、
「ワープ可能言語は存在しないのでは？」
と思う研究者がいるはず。しかし、そういう言語を定義できる。それが、ＮＢＥアルゴリズムによる、ブーリアンインベッド。ＮＢＥでは、transitiver の実現法に関し、ある種の漠然性が生起する。(「実体　ｖｓ　表現」問題が干渉する。)これにより、既存の数学理論にはなかった、新分野の新決定問題が生成される。

この漠然性を除去するため、何らかの境界を設定する。この境界設定基準に依存して、ワープが実現できる言語が登場したり、Ｐかどうか判らない新問題が登場したりする。これに関する議論は、すでに[7]で扱っている。（まとめを別の機会に発表する予定である。）この種の新言語提示が消滅解系証明の根拠である。これにより、次の結論が得られる。

山口のアルゴリズム原則

１、ＴとＴ＋αで、ＡＡ（Ｌ）(の所属確定範囲）が異なるＬが存在する。
２、ワープによりＰになる言語Ｌが存在する。　┤

この準備の下、至高真理の提示を。

人生のＳＡＴ原理

「Ｌ（ＳＡＴ）∈Ｐ」は半消滅する。
証明：ＴでＬ（ＳＡＴ）∈Ｐが否定されたと仮定する。Ｔ外Ｑに対する、Ｌ（ＳＡＴ）からＬ（Ｑ）への多項式時間還元可能性問題はＴでは扱えない。ところが、Ｔ＋αで多項式時間還元可能で、Ｌ（Ｑ）がＰになる可能性は残っている。つまり、非単調可能性が残る。ＤＱの自由性により、このようなＱの選択は普遍枠内把握不能。
┤

この証明では、
「Ｔ＋Ｔ（Ｑ）で証明できたと仮定すると矛盾する。」
という論法を使用した。この意味で、証明作業は厳密な普遍枠内証明を実施している。つまり、
「『ＳＡＴはＰでない』は証明できない」
ことが証明できた。一方、ＳＡＴがＰになる保証はない。次節で、この不可思議さの理由を解明しておく。

５、非厳密集合

消滅解系概念の副産物として、全く新しい世界観が登場する。ここまで来ると、
「そもそも、Ｐ（やＥＸＰ）はまともな集合か？」
この根源課題が発生する。ＰはＤＬの部分集合である。よって、
「Ｐ⊂ＤＬ」・・・(甲)
は常に成立する。ならば、
「Ｐ≠ＤＬ」・・・(♯)
は成立するのか？（♯）の証拠にＬ（？）を考えて満足しているようでは話にならない。その理由は次の定義が象徴している。

定義

「(正当な）全体集合　ｖｓ　部分集合」の所属問題に対する十分証明場存在が保証できないような要素がある時、その部分集合を"非厳密集合"と名付ける。　┤

この意味で、非厳密集合は普遍枠外集合である。以上の準備の下、

人生の計算量原理

ＰやＥＸＰは非厳密集合。
証明：Ｐが非厳密集合になることはＬ（ＳＡＴ）の非単調性より出るが、より一般的に、ＥＸＰの場合を論証しておく。
Ｔ外Ｑに対し、Ｌ（Ｑ）が（ＤＬ－ＥＸＰ）の要素になるかどうか、一般に、Ｔでは判らない。一方、Ｌ（？）系のみで（ＤＬ－ＥＸＰ）全体を占めるはずがない。よって、Ｔ＋Ｔ（Ｑ）で
Ｌ（Ｑ）∈（ＤＬ－ＥＸＰ）
が証明できたとする。しかし、Ｔ＋Ｔ（Ｑ）外のＱ’によるワープでＬ（Ｑ）がＥＸＰになる可能性がある。この可能性排除はＴ＋Ｔ（Ｑ）ではできない。ＤＱは自由集合なので、どんなにＴを拡大しても、この可能性は消えない。　┤

今回の論文の主目的は、この驚愕の計算量原理を論証することであった。ＰやＥＸＰが問題Ｘ中に含まれると、Ｘは（Ｙｅｓ、Ｎｏ、独立解の範囲の）狭義数学の証明対象にはならないということ。

例えば、(甲）は定義により成立するが、狭義数学の証明対象にはならない。こういうのを"非厳密真"と言う。（非厳密真の定義は別の稿で。）これは、
「非常に美しい女性（集合）⊂美しい女性（集合)」
という哲学は定義により成立するが、扱っているのが、まともな集合ではないので、数学の対象にはならないのと同類だということ。

広義数学の場合は、哲学とは一線を画す。消滅解系だと証明できるのだ。しかし、いくら、ゴチャゴチャと証明らしいことをしても、問題をＰやＥＸＰを用いて設定している限り、原理上、狭義数学の対象にはならないのだ。非厳密集合は史上初の大発見である。数学証明におけるパラダイムチェンジが起きたのだ。狭義数学枠内の個々のＹｅｓ、Ｎｏ問題解決なぞ、この発見と比べれば

チッポケな石ころ程度のもの。

６、Ｌ（Ｑ）　ｖｓ　Ｌ（？）

参考までに、Ｌ（Ｑ）とＬ（？）の本質的相違について論考しておく。ＴＭ（ｇ）が構成可能なら、Ｌ（？）認識がＴ内でできたことになる。しかし、ＡＡ（Ｌ（？））の把握問題は別儀。それでも、ｆ（ｘ）が冪関数の場合、Ｌ（？）はＴ内において、Ｐ外だと確定する。これがＬ（？）セマンティクスである。

これに対し、Ｌ（Ｑ）認識アルゴリズムの存在はＴでは保証できず、Ｔ＋Ｔ（Ｑ）内で確定する。しかも、Ｔ＋Ｔ（Ｑ）外Ｑ’によるワープでＬ（Ｑ）がＰになる可能性が残っている。ならば、同じく、Ｌ（？）もＴ外でＰになる可能性が残るのでは？何故、Ｌ（？）はＴ外Ｑの影響を排除できるのか？その秘密がＬ（？）の定義にある。具体的に指摘すれば、Ｌ（？）は

ＬＴＭ＝｛ｘ｜ｘは言語認識ＴＭ｝

全体を使用した“ＬＴＭ定義言語”になっている。

「ならば、ＬＴＭ全体を対象にする理論を考えれば、非単調可能性は排除できるのでは？」

こう考える研究者が多いはず。それが未熟な証拠。Ｔで考えるＬＴＭとＴ＋αで考えるＬＴＭは同じか？背景理論のことを考慮してないのだ。そもそも、この局面で必要なのは、ＬＴＭではなく、ＡＡ（Ｌ（Ｑ））であり、これについては山口のアルゴリズム原則がある。

実は、Ｌ（？）の場合、Ｔ内でＬＴＭ全体をカバーするため、ＬＴＭ限定ではなく、

ＴＦ＝｛ｘ｜ｘは遷移関数｝

を採用して対角線論法を使用している。しかし、ＴＦを対象にする理論は、すでに、Ｔに含まれており、Ｔ外Ｑには何の効果もないのだ。

非厳密集合の理解のため、哲学的比喩を用いれば、

「Ｌ（Ｑ）∈Ｐ？」・・・（＊）

は数学の証明対象ではなく、

「羽毛の生えた哺乳類は存在するか？」

という類の科学系の問題だったということ。

「卵を産む哺乳類は存在するか？」

という設問がＹｅｓ解答できたからといって、この羽毛問題もＹｅｓ解答できるという保証にはならないのだ。一方、現時点で、羽毛の生えた哺乳類は存在しないが、将来、化石か進化により、そういう新種が発見・生成できる可能性が常に残っている。

これと同じく、（＊）もアルゴリズム発見問題だということ。驚天動地とは、この真理のこと。どう見ても、（＊）は狭義数学の証明対象にしか見えないはず。しかし、狭義数学の証明対象から外れたわけだ。これに対し、Ｌ（？）に比喩を適用すれば、

「総ての哺乳類よりも大きい哺乳類は存在するか？」

となる。こういうものは存在しない。つまり、（１）に関しては、精々が非厳密真しか言えない。それが証拠に、ＴＭ対角線論法での（１）証明では、ＤＬ全体を考察の対象にできてない。Ｌ（？）タイプの言語しか検討してないのだ。こういうのを、木を見て森を見ずという。従来の研究者達は、その程度の見識だったということ。というわけで、堂々と指摘しておく。

人生の証明不完全性定理

（１）の証明は間違い。　┤

この文脈で、ついでに、知力検査を一つ。

「ＴＭ（ｇ）は構成できているか？」

７、まとめと展望

つい最近、物理の領域で、

「ニュートリノが光速を超えた証拠を発見できた。」

という騒動があった。あれは、どうやら、計測ミスによる青詐欺だった模様。実験装置の計測精度に依存する科学一般の宿命だと言えよう。それに対し、ここの話題は、実験装置には依存せず、知力精度に依存している。

ＤＱの自由性は（スコット意味論を含む）普遍枠内理論を超える。こういうのを扱うのがΔ理論である。理論宇宙は、普遍思想で排除しようとした暗黒実体に満ちているのだ。（色の比喩を用いるなら、物理よりも、寧ろ、経済分野の連想から、“黄金色半透明実体”と呼びたい。）２０世紀の理論宇宙観では、２１世紀からの人類は生きていけない。

重要なことに、アルゴリズム論以外の領域でも、同様な消滅解系の課題や結論が生起するケースがある。特に、証明論ではモロに影響することが納得できよう。証明論の分野に（％）と同値な問題があるからという理由により、消滅解が有り得ないという結論は導けない。（同値証明が正しいとすれば、）逆に、その問題が消滅する事態を考えるべきである。集合論筆頭に、その他の数学分野も注意せよ。今後、科学界も問題設定に気をつけるように。

消滅解系に関する、より詳しい議論は、別の機会に発表する予定である。[7]での解説記事や、今回の発表を見て、それでもまだ、私が（％）を（弱）消滅で解決したと認知できないプロは研究者を辞めた方がいい。歴史的な恥を晒すだけである。

というわけで、クレイ数学研究所よ、これ以上、無視を続けると、米国の恥になると警告しておく。それが、国の格を下げ、ひいては、国を傾ける。格付けは、金融世界だけの話題ではないのだ。一刻も早く、私が（％）を解決した事実を正式に認知し、１００万＄の懸賞金を支払いたまえ。君らの知力が試されているという自覚が必要なのだよ。西洋文明とは何か？地球は猿の惑星だったのか？

参考文献

[1]山口人生、「Ｐ＝ＮＰ」：最終解決、第６４回情報処理学会全国大会論文集、2002 年 3 月。

[2]山口人生、計算量理論の存亡（１）：「Ｐ＝ＮＰ？」問題の解決、Ｉ．Ｉ．Ｉ．，2002 年 10 月。

[3]山口人生、ＳＡＴはＮＰ完全か？：Ｃｏｏｋの証明は間違っていた！，ＦＩＴ２００４，2004 年 9 月。

[4]山口人生、ＳＡＴはＮＰ完全か？：Ｐａｒｔ２，ＦＩＴ２００５，2005 年 9 月。

[5]山口人生、「Ｐ＝ＮＰ？」問題の解決：Ｐａｒｔ２，ＦＩＴ２００６，2006 年 9 月。

[6]山口人生、「Ｐ＝ＮＰ？」問題の解決：最終章，ＦＩＴ２００７，2007 年 9 月。

[7]山口人生、「ＰｖｓＮＰ」問題の解決、Ｉ.Ｉ.Ｉ.社サイト新着情報（http://www.int2.info/news1.htm），2001 年～2012 年。