

# Soft Color-Shrinkage を用いた非線形カラー画像分解法の実験的評価

## Experimental evaluations of the nonlinear color-image decomposition with the soft color-shrinkage

坂東 優介<sup>†</sup>      山中 潤<sup>†</sup>      小松 隆<sup>†</sup>      齊藤 隆弘<sup>†</sup>  
Yusuke BANDO<sup>†</sup>    Jun YAMANAKA<sup>†</sup>    Takashi KOMATSU<sup>†</sup>    Takahiro SAITO<sup>†</sup>

<sup>†</sup>神奈川大学  
<sup>†</sup>Kanagawa University

### 1. はじめに

筆者らは、先に、色間相互相関を BV-G 非線形画像分解に活用することで、画像の構造的特徴（骨格ともいう）に対応した BV 成分のエッジ周辺での色歪の発生や、雑音に起因した色斑の発生が抑制可能であることを示した<sup>[1]</sup>。この分解法では、その雑音除去ステップにおいて Soft Color-Shrinkage によるカラー画像雑音除去<sup>[2]</sup>を採用している。従来、我々は、Soft Color-Shrinkage の解法として、交互反復 Greedy 解法を採用していた。しかし、最近、筆者らは、新たに双対問題の射影勾配解法を提案した<sup>[3]</sup>。これにより、パラメータ設定幅が広がり、従来と異なる結果が得られると期待される。本研究では、この射影勾配法を用いた際の画像分解の性能を実験的に明らかにしている。

### 2. Soft Color-Shrinkage 最適化問題

三原色信号間の相互依存性を Shrinkage に直に活用するため、筆者らは先に、三原色信号の Frame 展開係数の色差の  $l^1$  ノルムと色和の  $l^1$  ノルムを導入し、三原色出力を一括して最適化する Soft Color-Shrinkage 最適化問題を定式化した<sup>[2]</sup>。すなわち、入力展開係数の三原色カラーベクトルを  $\mathbf{c}_0 = (r_0, g_0, b_0)^T$  と表記し、出力展開係数の三原色カラーベクトルを  $\mathbf{c} = (r, g, b)^T$  と表記し、 $\mathbf{c}$  に関する最適化問題を次式で定式化した。

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^* = \arg \min_{\mathbf{c}} E(\mathbf{c}) := & |r| + |g| + |b| + \alpha \cdot |r - g| + \beta \cdot |r + g| \\ & + \alpha \cdot |g - b| + \beta \cdot |g + b| + \alpha \cdot |b - r| + \beta \cdot |b + r| \\ & + \lambda_r \cdot (r - r_0)^2 / 2 + \lambda_g \cdot (g - g_0)^2 / 2 + \lambda_b \cdot (b - b_0)^2 / 2 \end{aligned} \quad (1)$$

$\alpha > 0, \beta \geq 0, \lambda_p > 0 (p = R, G, B).$

なお、上式で、強制的に  $\alpha = \beta = 0$  と設定すると、その最適解として従来の Soft Shrinkage 法が導出される。また、関数  $E$  は、狭義の凸、連続、かつ強圧的な関数なので、式(1)の Soft Color-Shrinkage 最適化問題には必ず唯一の大域的最適解が存在する。

### 3. 交互反復 Greedy 解法とその問題点

筆者らは先に、式(1)の Soft Color-Shrinkage 最適化問題の解法として、交互反復 Greedy 解法を考案した<sup>[2]</sup>。この解法の概要と問題点を以下に示す。

まず、 $b$  と  $r$  が与えられたとき、 $g$  について  $E$  を最小化することで、 $g$  に関する Soft Color-Shrinkage 関数が、 $g_0$  を入力変数とし、 $b$  と  $r$  をパラメータとしたスカラ関数  $\text{Sh}[g_0 | b, r; \alpha, \beta, \lambda_G]$  として定まる。この関数が入力変数  $g_0$  に関して非拡大写像となるための必要十分条件は、次式で与えられる。

$$|\alpha - \beta| \leq 1/2 \quad (2)$$

また、 $b, r$  に関する Soft Color-Shrinkage 関数は、 $r, g, b$  を巡回的に入れ替えることで得られる。こうして導出された三つの Soft Color-Shrinkage 関数は相互に依存しているので、大域的最適解  $\mathbf{c}^*$  を求めるため、三つの Soft Color-Shrinkage 関数を交互に反復適用する。  $k$  回目の反復更新値を  $\mathbf{c}^{(k)} = (r^{(k)}, g^{(k)}, b^{(k)})^T$  と表記し、 $\mathbf{c}^{(0)} = \mathbf{c}_0$  と初期設定し、反復更新を次式にて実行する。

$$\begin{cases} r^{(k+1)} \leftarrow \text{Sh}[r_0 | g^{(k)}, b^{(k)}; \alpha, \beta, \lambda_r]; \\ g^{(k+1)} \leftarrow \text{Sh}[g_0 | b^{(k)}, r^{(k+1)}; \alpha, \beta, \lambda_g]; \\ b^{(k+1)} \leftarrow \text{Sh}[b_0 | r^{(k+1)}, g^{(k+1)}; \alpha, \beta, \lambda_b]. \end{cases} \quad (3)$$

式(2)の条件の下では、 $\mathbf{c}^{(k)}$  から  $\mathbf{c}^{(k+1)}$  への写像は有界な閉凸空間の上で定義された非拡大写像となり、入力  $\mathbf{c}_0$  に依存して一意に定まる不動点に収束する。また、式(3)の各ステップで関数  $E$  が減少することが保証されるので、 $\mathbf{c}_0$  に依存して一意に求まる不動点は、関数  $E$  を最小とする大域的最適解  $\mathbf{c}^*$  と一致する。しかしながら、式(2)の条件が成立しないようにパラメータが設定されている場合には、式(3)の交互反復 Greedy 解法は必ずしも大域的最適解  $\mathbf{c}^*$  を与えない。実際、応用上の観点から望ましいとされるパラメータ設定が式(2)の条件を満足しないことがある。

### 4. 双対問題の射影勾配解法

式(1)の Soft Color-Shrinkage 最適化問題の双対問題を定式化し、その射影勾配解法を構成することで、パラメータ設定によらずに常に Soft Color-Shrinkage 最適化問題の大域的最適解を与える解法を導出する。

まず、式(1)の関数  $E$  中の 9 個の  $l^1$  ノルム項の和をまとめて次式にて双対表現する。

$$\max_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}} \mathbf{x}^T \mathbf{A}^T \mathbf{c}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x} := & (x_1, x_2, \dots, x_9)^T \in \mathbf{X} \subset \mathbf{R}^9, \\ \mathbf{X} := & \{ \mathbf{x} \mid |x_i| \leq 1, i = 1, 2, \dots, 9 \} = \{ \mathbf{x} \mid \|\mathbf{x}\|_\infty \leq 1 \}, \\ \mathbf{A} := & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \alpha & 0 & -\alpha & \beta & 0 & \beta \\ 0 & 1 & 0 & -\alpha & \alpha & 0 & \beta & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\alpha & \alpha & 0 & \beta & \beta \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{x}$  は双対変数ベクトル、 $\mathbf{X}$  は  $\mathbf{R}^9$  中の原点を中心とした単位  $l^\infty$  球であり、閉凸空間である。

式(1)の Soft Color-Shrinkage 最適化問題に  $l^1$  ノルムの双対定義を導入すると、次式の主-双対問題が得られる。

<sup>†</sup> 神奈川大学, Kanagawa University

$$\min_{\mathbf{c} \in \mathbb{R}^3} \max_{\mathbf{x} \in X} \Phi(\mathbf{c}, \mathbf{x}) := \mathbf{x}^T \mathbf{A}^T \mathbf{c} + \frac{1}{2} \left\| \Lambda^{1/2} (\mathbf{c} - \mathbf{c}_0) \right\|_2^2, \quad (5)$$

$$\Lambda = \text{diag}(\lambda_R, \lambda_G, \lambda_B).$$

ここで、最適解 $\{\mathbf{c}^*, \mathbf{x}^*\}$ は関数 $\Phi(\mathbf{c}, \mathbf{x})$ の鞍点なので、min と max の順序を入れ替えても同一の最適解 $\{\mathbf{c}^*, \mathbf{x}^*\}$ が得られる。式(5)中の $\mathbf{c}$ に関する最小化問題は無拘束の最適化問題であり、その求解は Euler-Lagrange 方程式を解くことで行われ、結局その解として次式の関係式を得る。

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_0 - \Lambda^{-1} \mathbf{A} \mathbf{x}. \quad (6)$$

上の関係式を主-双対問題の関数 $\Phi(\mathbf{c}, \mathbf{x})$ に代入すると、次式の関数 $F(\mathbf{x})$ を得る。

$$F(\mathbf{x}) := \Phi(\mathbf{c}_0 - \Lambda^{-1} \mathbf{A} \mathbf{x}, \mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{A}^T \mathbf{c}_0 - \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{A}^T \Lambda^{-1} \mathbf{A} \mathbf{x}. \quad (7)$$

さらに、 $F(\mathbf{x})$ を最大化する問題は、 $D(\mathbf{x})$ を最小化する次式の最適化問題と等価である。

$$\arg \min_{\mathbf{x} \in X} D(\mathbf{x}) := \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{A}^T \Lambda^{-1} \mathbf{A} \mathbf{x} - \mathbf{x}^T \mathbf{A}^T \mathbf{c}_0. \quad (8)$$

この問題を双対問題という。式(8)の双対問題は2次計画問題であり、種々な解法が知られているが、ここでは各ステップが簡素な演算で構成される解法を採用する。すなわち、式(8)中の $\mathbf{x} \in X$ は $\mathbf{x}$ に関する凸拘束を意味しているので、式(8)の双対問題の最適解を射影勾配法<sup>[4]</sup>によって求める。射影勾配法の更新ステップは次式となる。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{(k+1)} &= p_\varepsilon(\mathbf{x}^{(k)}) := \Pi_X(\mathbf{x}^{(k)} - \varepsilon \cdot \nabla D(\mathbf{x}^{(k)})) \\ &= \Pi_X(\mathbf{x}^{(k)} + \varepsilon \cdot \mathbf{A}^T (\mathbf{c}_0 - \Lambda^{-1} \mathbf{A} \mathbf{x}^{(k)})), \quad (9) \end{aligned}$$

,  $\Pi_X(\mathbf{x})$ : Convex projection of  $\mathbf{x}$  onto  $X$ .

ここで、 $\varepsilon$  はステップサイズパラメータである。

### 5. 分解性能評価

図1のカラー原画像に標準偏差10の白色ガウス性雑音を付加した画像に、BV-G非線形カラー画像分解に適用した。この際、Soft Color-Shrinkageに、交互反復 Greedy 解法、及び射影勾配解法を採用した場合について、画像分解結果を比較した。本研究では、これらの両解法間で、種々のパラメータ設定において生じる違いを視覚的に

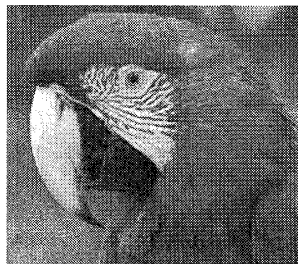


図1 入力カラー画像

評価した。具体的には、パラメータ $\alpha, \beta$ が、式(2)の条件、すなわち $|\alpha - \beta| \leq 1/2$ を満足している場合と、そうでない場合とについて、分解結果を比較した。図2に、式(2)の条件を満足している場合に、交互反復 Greedy 解法、及び射影勾配解法を用いて分解された骨格/テクスチャ画像を示した。また、図3には、式(2)を満足していない場合に、交互反復 Greedy 解法、及び射影勾配解法を用いて分解された骨格/テクスチャ画像を示した。両解法を比較すると、式(2)を満足している場合には、解法間で大きな違いは見られない。一方、

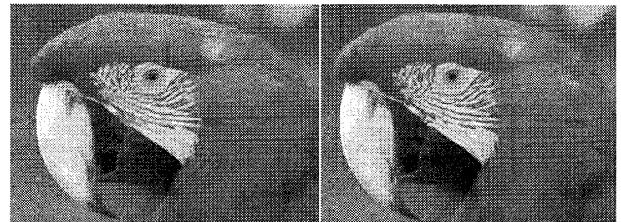
式(2)を満足していない場合には、交互反復 Greedy 解法に比較して、射影勾配法の方が良好なテクスチャ分離が実現されている。

### 6. むすび

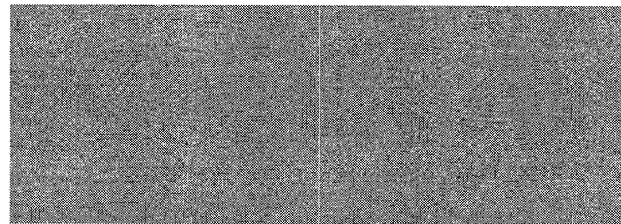
射影勾配法により Soft Color-Shrinkage のパラメータ設定の自由度が増大し、より幅広い設定が可能になった。今後、射影勾配解法を用いた Soft Color-Shrinkage をぼけ復元等の画像処理に応用し、その性能を実験的に明らかにする予定である。

### 参考文献

- [1] 齊藤隆弘, 相澤陽哉, 小松 隆, “色間相関を考慮した非線形画像分解法,” 電子情報通信学会論文誌, vol.J92-D, no.10, pp.1733-1736, Oct. 2009
- [2] 齊藤隆弘, 小松 隆, “色間相関を利用した新しいWavelet Shrinkage雑音除去法の提案,” 信学論, J91-D, 8, pp. 2005-2008, Aug. 2008.
- [3] 齊藤隆弘, 上田康隆, 小松隆, “Soft Color-Shrinkage法の最適化のための射影勾配解法”, 2010映像情報メディア学会年次大会, Sept. 2010.
- [4] A. Beck and M. Teboulle, “Gradient-Based Algorithms with Applications to Signal Recovery Problems, in Convex Optimization in Signal Processing and Communications, D.P. Palomar and Y.C. Eldar (Eds.),” pp.42-88, Cambridge Univ. Press, U.K., Dec. 2009.



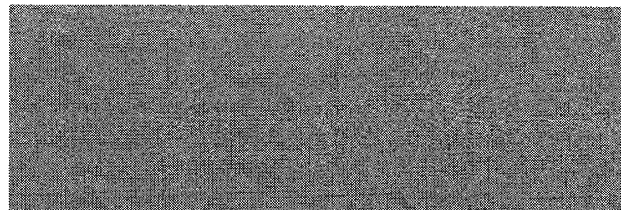
a) 交互反復Greedy解法の骨格 b) 射影勾配解法の骨格



c) 交互反復Greedy解法のテクスチャ d) 射影勾配解法のテクスチャ  
図2  $\alpha, \beta$  が式(2)の条件を満足している場合( $\alpha=0.3, \beta=0$ )



a) 交互反復Greedy解法の骨格 b) 射影勾配解法の骨格



c) 交互反復Greedy解法のテクスチャ d) 射影勾配解法のテクスチャ  
図3  $\alpha, \beta$  が式(2)の条件を満足していない場合( $\alpha=1, \beta=0$ )