

部分変更行列のストルム法による固有値解析†

柏木 光博^{††} 平井 一男^{†††} 片山 拓朗^{††††}

ストルム列の性質を用いた二分法は、各々の固有値の存在範囲を位置付けるので安定である。本論文は、部分的に変更された行列の標準固有値問題に対して有効なストルム列特性に基づく解法を提案している。提案式は、変更前の次数とは無関係な変更部の次数を持つ圧縮された行列によって表されているので、変更後は全次数についての計算を行う必要はなく、また、変更部の修正量の大きさは任意である。提案法は、変更前の行列の全固有値と全固有ベクトルを既知とするが、変更後の行列の固有値を確実に与える。本法は変更前の行列の次数が大きく、相対的に変更部の次数が小さく、変更後の行列の固有値を小さいほう（あるいは大きいほう）からごく少数要求されるような場合に特に有効である。数値計算例により、この提案法の検討および比較計算を行った。

1. はじめに

ストルム列^{(5)~(8)}の性質を用いた二分法は、各々の固有値の存在範囲を位置付けるので、安定である。部分的に変更された行列の固有値問題は、変更前の行列の次数と無関係な変更部の次数を持つ圧縮された行列として表すことが可能⁽¹⁾、変更後の行列の全次数についての行列式の計算を行う必要はなく、これにストルム法を利用すると、行列要素の大幅な変動および求めにくい近接した固有値に対しても確実に根を探索できる^{(10),(11)}。本論文は、標準固有値問題に対して、参考文献 10), 11) 中の式より演算が容易な式に発展させたものである。この解析では、変更前の行列の全固有値と全固有ベクトルが既知とするが、変更後の行列の固有値を確実に与える。変更前の行列の次数が大きく、相対的に変更部の次数が小さく、変更後の行列の固有値を小さいほう（あるいは大きいほう）からごく少数要求されるような場合に、特に有効である。なお、ここで述べる提案法は固有値のみを求める方法であり、また三重対角化と組み合わせた解法ではない。

数値計算例により、この提案法を検討し、変更後の行列の固有値が求められることを示し、また、行列の次数が増加した場合の cpu 時間の検討も加えた。

2. 部分変更行列用ストルム法

対称な $n \times n$ 行列 A が、 $A + \Delta A$ に変更されたとき、変更後の特性方程式は以下のように書ける。

$$|C| \equiv |A + \Delta A - \lambda I| = 0 \quad (1)$$

ここに λ は変更後の行列の固有値であり、 ΔA の要素の値の大小は問わない。変更前の行列の固有ベクトルを $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ とし、 Φ を

$$\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n], \quad (2)$$

とする。また、変更前の行列に対し以下のように対角化されているものとする。

$$\Phi^T A \Phi = \Omega, \quad (3)$$

$$\Phi^T \Phi = I, \quad (4)$$

ここに T は転置行列を示し、 I は $n \times n$ の単位行列を、 Ω は $n \times n$ の以下のような変更前の行列 A の固有値の対角行列である。

$$\Omega = \text{diag} [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n]. \quad (5)$$

ここで、 i 番目の固有ベクトル ϕ_i を以下のように分割する。

$$\phi_i = \begin{bmatrix} 1\phi_i \\ 2\phi_i \end{bmatrix} \begin{matrix} l \\ n-l \end{matrix}. \quad (6)$$

同じようにして $n \times l$ の Φ_L を表すと

$$\Phi_L = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_l] = \begin{bmatrix} 1\phi_1 & 1\phi_2 & \dots & 1\phi_l \\ 2\phi_1 & 2\phi_2 & \dots & 2\phi_l \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 1\Phi_L \\ 2\Phi_L \end{bmatrix} \begin{matrix} l \\ n-l \end{matrix}. \quad (7)$$

また、 Φ_a と Φ_b を次のように定義する。

$$\Phi_a = \begin{bmatrix} 1\Phi_L & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} l \\ n-l \end{matrix}, \quad (8)$$

$$\Phi_b = \begin{bmatrix} 1\Phi_L & 0 \\ 2\Phi_L & I_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} l \\ n-l \end{matrix}, \quad (9)$$

† Numerical Eigensolution by the Sturm Sequence Method for Locally Modified Matrices by MITSUHIRO KASHIWAGI (Department of Architecture, Faculty of Engineering, Kyushu Tokai University), ITIO HIRAI (Department of Civil and Environmental Engineering, Faculty of Engineering, Kumamoto University) and TAKUROU KATAYAMA (Department of Steel Structure, Sasebo Heavy Industries Co.).

†† 九州東海大学工学部建築学科

††† 熊本大学工学部土木環境工学科

†††† 佐世保重工業(株)鉄構設計部

ここに, I_2 は $(n-l) \times (n-l)$ の単位マトリクスであり, Φ_a と Φ_b は

$$|\Phi_a| = |\Phi_b|, \quad (10)$$

なる関係を持つ. C も同様にして分割すると

$$C = \begin{bmatrix} C_1 & C_3^T \\ C_3 & C_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} l \\ n-l \end{matrix}, \quad (11)$$

のように表せる. 以上の Φ_a , Φ_b , C より

$$|\Phi_a^T C \Phi_a| = |\Phi_b^T C \Phi_b|, \quad (12)$$

なる関係を得る. ある任意の $n \times n$ 行列 T の $l \times l$ 先頭首座行列 T_1 の行列式を $|T_1|$ とすると, 式(12)の左辺の行列は

$$\Phi_a^T C \Phi_a = \begin{bmatrix} {}_1\Phi_L^T [C_1 \ {}_1\Phi_L] & {}_1\Phi_L^T C_3^T \\ C_3 \ {}_1\Phi_L & C_2 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

よって

$$\begin{aligned} |\Phi_a^T C \Phi_a| &= |{}_1\Phi_L^T [C_1 \ {}_1\Phi_L]| \\ &= |{}_1\Phi_L|^2 |C_1| \end{aligned} \quad (14)$$

同様にして式(12)の右辺は

$$\begin{aligned} [\Phi_b^T C \Phi_b]_i &= {}_1\Phi_L^T [C_1 \ {}_1\Phi_L + 2\Phi_L^T C_3 \ {}_1\Phi_L + \\ &\quad {}_1\Phi_L^T C_3^T \ {}_2\Phi_L + 2\Phi_L^T C_2 \ {}_2\Phi_L] \\ &= \begin{bmatrix} {}_1\Phi_L \\ {}_2\Phi_L \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} C_1 & C_3 \\ C_3 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_1\Phi_L \\ {}_2\Phi_L \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (15)$$

よって

$$[\Phi_b^T C \Phi_b]_i = \Phi_i^T [C \Phi_L] \quad (16)$$

次に, 式(16)を部分変更行列用に展開する. 式(16)に式(1), (3), (4)を代入すると

$$|\Phi_b^T C \Phi_b| = |\Omega_i - \lambda I_i + \Phi_i^T \Delta A \Phi_L|. \quad (17)$$

一般に $n \times p$ 行列 D と $p \times n$ 行列 E について

$$|I_n + D E| = |I_p + E D|, \quad (18)$$

が成り立つ (例えば, 文献 12) 参照) ので,

$$\begin{aligned} |\Phi_b^T C \Phi_b| &= |[I + \Phi_i^T \Delta A \Phi_L [\Omega_i - \lambda I_i]^{-1}] \\ &\quad [\Omega_i - \lambda I_i]| \\ &= |I + \Delta A \Phi_L [\Omega_i - \lambda I_i]^{-1} \Phi_i^T| \times \\ &\quad |\Omega_i - \lambda I_i| \\ &= |Q_i| |\Omega_i - \lambda I_i|, \quad l=1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (19)$$

ここに, I_i は $l \times l$ の単位行列であり

$$Q_i = I + \Delta A G_i, \quad (20)$$

$$\Omega_i = \text{diag} [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_l], \quad (21)$$

$$G_i = \Phi_L^T [\Omega_i - \lambda I_i]^{-1} \Phi_i^T. \quad (22)$$

G_i の i, j 要素 G_{ij} は, 式(22)を展開することによって得られ,

$$G_{ij} = \sum_{k=1}^l \frac{1}{\omega_k - \lambda} \phi_{ik} \phi_{jk}, \quad (23)$$

のようになる. ここに ω_k は変更前の行列の k 番目の

固有値を, ϕ_{ik} と ϕ_{jk} は変更前の行列の固有ベクトル ϕ_k の i 番目および j 番目の要素をそれぞれに表している.

ここで考えている変更は部分的であるので, ΔA はその要素のすべてが0であるような行と列を含んでいる. いま ΔA 中のある行と列 (i 行と i 列とする) の要素がすべて0であったとすると, 式(20)の Q_i の i 行は, 対角要素が1で, 非対角要素がすべて0となる. したがって, 式(19)中の $|Q_i|$ は, 対角要素が1で, 非対角要素がすべて0である行とこれに対応する列をすべて省いた行列式 $|\bar{Q}_i|$ となる. よって, 式(19)は, ΔA より, そのすべての要素が0である行と列を除いた $\overline{\Delta A}$ (変更部次数 m) とこれに対応する G_i 中の要素からできる \bar{G}_i の圧縮された行列とからなる $|\bar{Q}_i|$ により

$$|\Phi_b^T C \Phi_b| = |\bar{Q}_i| \prod_{k=1}^l (\omega_k - \lambda), \quad l=1, 2, \dots, n, \quad (24)$$

のようになる. ここに

$$\bar{Q}_i = I + \overline{\Delta A} \bar{G}_i, \quad (25)$$

である. とくに $l=n$ の場合,

$$|I + \overline{\Delta A} \bar{G}_n| = 0, \quad (26)$$

となり, 変更後の行列の特性方程式を得る¹⁾.

ここで式(24)中の $|\bar{Q}_i|$ を前段階 $|\bar{Q}_{i-1}|$ の結果を使って簡単に計算することを考える. 式(22), (23)より G_i は

$$G_i = \sum_{k=1}^l \frac{\phi_k \phi_k^T}{\omega_k - \lambda}, \quad (27)$$

のようにも表され, また上式は

$$\begin{aligned} G_i &= \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\phi_k \phi_k^T}{\omega_k - \lambda} + \frac{\phi_i \phi_i^T}{\omega_i - \lambda} \\ &= G_{i-1} + \frac{\phi_i \phi_i^T}{\omega_i - \lambda}, \end{aligned} \quad (28)$$

となる. よって, 式(25)の \bar{Q}_i は

$$\begin{aligned} \bar{Q}_i &= I + \overline{\Delta A} \bar{G}_i \\ &= I + \overline{\Delta A} \left[\bar{G}_{i-1} + \frac{\phi_i \phi_i^T}{\omega_i - \lambda} \right] \\ &= \bar{Q}_{i-1} + \frac{1}{\omega_i - \lambda} \overline{\Delta A} \phi_i \phi_i^T \\ &= \left[I + \frac{1}{\omega_i - \lambda} \overline{\Delta A} \phi_i \phi_i^T \bar{Q}_{i-1}^{-1} \right] \bar{Q}_{i-1}. \end{aligned} \quad (29)$$

ここに, $\bar{\phi}_i$ は ϕ_i 中の各要素より変更部分に対応する要素のみを取り出したベクトルである.

ここで, 式(18)の $p=1$ の場合を使うと,

$$|\bar{Q}_i| = \left| I + \frac{1}{\omega_i - \lambda} \bar{\Delta A} \bar{\phi}_i \bar{\phi}_i^T \bar{Q}_{i-1}^{-1} \right| |\bar{Q}_{i-1}|$$

$$= \alpha_i |\bar{Q}_{i-1}|, \quad (30)$$

のような漸化式で表せる¹²⁾. ここに,

$$\alpha_i = 1 + \frac{1}{\omega_i - \lambda} \bar{\phi}_i^T \bar{\phi}_i, \quad (31)$$

$$\bar{\phi}_i = \bar{Q}_{i-1}^{-1} \bar{\Delta A} \bar{\phi}_i, \quad (32)$$

である. また, \bar{Q}_i^{-1} も

$$\bar{Q}_i^{-1} = \left[\bar{Q}_{i-1} + \frac{1}{\omega_i - \lambda} \bar{\Delta A} \bar{\phi}_i \bar{\phi}_i^T \right]^{-1}$$

$$= \left[I - \frac{1}{\alpha_i(\omega_i - \lambda)} \bar{\phi}_i \bar{\phi}_i^T \right] \bar{Q}_{i-1}^{-1}, \quad (33)$$

のような漸化式として示されるので, 式(30)中の逆マトリクスの計算を行うことなく, \bar{Q}_{i-1}^{-1} より \bar{Q}_i^{-1} が順次得られる.

初期値 ($l=0$) は, 式(25)より

$$\bar{Q}_0 = I, \quad (34)$$

である. よって

$$|\bar{Q}_0| = 1, \quad (35)$$

$$\bar{Q}_0^{-1} = I. \quad (36)$$

式(14)と(24)とから, ある λ における式(24)の符号の変化の数は $|C|$ のそれに等しいといえる. このことを利用すれば, スツルム列特性により, ある区間における固有値の個数を計算できる.

ここで, 式(24)より $f_i(\lambda)$ を

$$f_i(\lambda) = \frac{|\bar{Q}_i| \prod_{k=1}^l (\omega_k - \lambda)}{|\bar{Q}_{i-1}| \prod_{k=1}^{l-1} (\omega_k - \lambda)}$$

$$= \alpha_i (\omega_i - \lambda), \quad (37)$$

のようにおいて, この f_i に関する符号を調べるようにすると良い.

式(37)によってスツルム列を $l=1 \sim n$ について計算することは時間を要するので, 式(37)により各々の固有値の存在範囲を確定した後は, 式(26)の左辺によって, 符号の変化を見ながら二分法などで λ を求めていくほうが望ましい.

以下に, ある λ に対する提案法のアルゴリズムの一例を示す. 必要とするデータは, 変更前の行列の全固有値 (Ω) と全固有ベクトル (Φ), 部分変更縮小行列 ($\bar{\Delta A}$) および変更要素の行および列位置である.

① $\bar{Q}_0^{-1} = I$ とおく.

② $l=1 \sim n$ に対して

$$\bar{\phi}_i = \bar{Q}_{i-1}^{-1} \bar{\Delta A} \bar{\phi}_i, \quad (38)$$

$$\alpha_i = 1 + \frac{1}{\omega_i - \lambda} \bar{\phi}_i^T \bar{\phi}_i, \quad (39)$$

$$f_i = \alpha_i (\omega_i - \lambda), \quad (40)$$

$$\bar{Q}_i^{-1} = \left[I - \frac{1}{f_i} \bar{\phi}_i \bar{\phi}_i^T \right] \bar{Q}_{i-1}^{-1}, \quad (41)$$

を求める. 負になる f_i の個数をカウントすると, λ より小さな固有値の個数になる. ただし, \bar{Q}_i^{-1} , $\bar{\Delta A}$ は $m \times m$ の行列である.

3. 数値計算例

図1に示すような1節点に3次数を有する剛接合平面骨組を例にとり, 一部材の小幅な変更をした行列および一部材の大幅な変更をした行列の固有値を求め, 係数マトリクス(帯行列)を標準固有値問題型式で作成して, 倍精度演算を行った. 対象とする骨組は10層10スパン(総次数 $n=330$), 11層11スパン(総次数 $n=396$), 12層12スパン(総次数 $n=468$) および13層13スパン(総次数 $n=546$) である. 変更前の骨組の部材断面は, 全部材について $40 \times 40 \text{ cm}^2$ であり, 層高を4m, スパン長を4mとした. 支点はすべて固定とした. 変更前の固有値, 固有ベクトルに

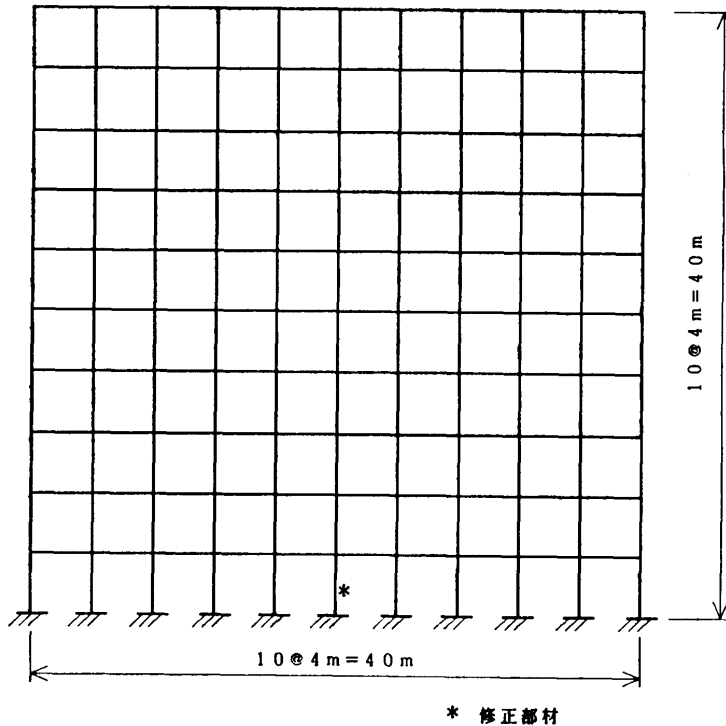


図1 数値計算用平面骨組例

Fig. 1 A plane frame for numerical example.

については、ハウスホルダー-QL法により求めた。骨組の変更箇所は最下層中央柱のみとする。部材は長方形断面とし、変更前の断面の幅： B 、高さ： H 、断面積： A_0 、断面2次モーメント： I_0 、変更後の断面積： A 、断面2次モーメント： I とする。また、変更は断面の高さについてのみ行うものとし、設計変数を α とすると A_0 、 I_0 、 A 、 I は

$$A_0 = B \cdot H, \quad I_0 = B \cdot H^3 / 12,$$

$$A = (1 + \alpha) A_0, \quad I = (1 + \alpha)^3 I_0,$$

のように表され、変更量 ΔA 、 ΔI は

$$\Delta A = A - A_0 = \alpha A_0,$$

$$\Delta I = I - I_0 = \{(1 + \alpha)^3 - 1\} I_0,$$

として表される。部材のヤング係数は $E = 2.058 \times 10^6$ N/cm² とした。上記 α については 0.1 と -1 の2通りについて解析する。 $\alpha = 0.1$ は小幅な変更であり、 $\alpha = -1$ の意味は変更する箇所の部材を除く大幅な変更である。

$\alpha = 0.1$ の場合について、求める固有値数 h を変化

させて、図2 ($h=10$)、図3 ($h=20$)、図4 ($h=30$) に、 $\alpha = -1$ の場合について、図5 ($h=10$)、図6 ($h=20$)、図7 ($h=30$) に示す。また、変更部次数は $m=3$ である。変更後の行列の固有値はハウスホルダー二分法

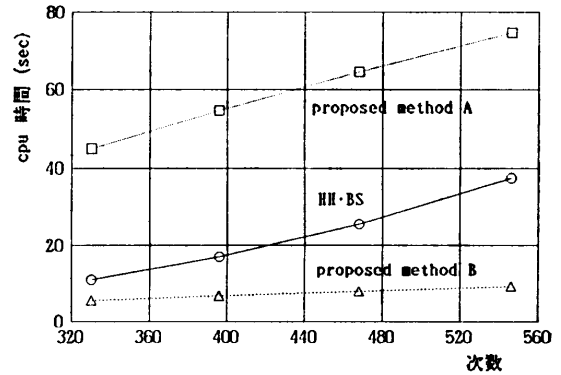


図4 $\alpha=0.1, h=30$ における cpu 時間
Fig. 4 Variation of cpu time with respect to degrees ($\alpha=0.1, h=30$).

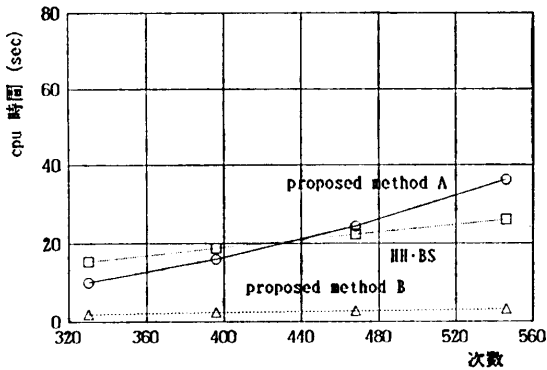


図2 $\alpha=0.1, h=10$ における cpu 時間
Fig. 2 Variation of cpu time with respect to degrees ($\alpha=0.1, h=10$).

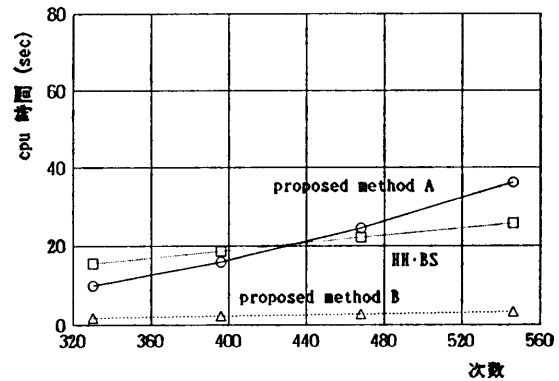


図5 $\alpha=-1, h=10$ における cpu 時間
Fig. 5 Variation of cpu time with respect to degrees ($\alpha=-1, h=10$).

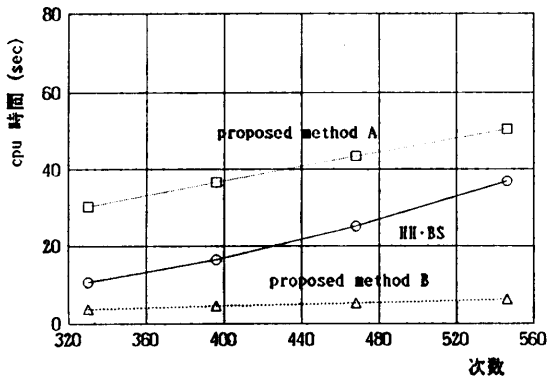


図3 $\alpha=0.1, h=20$ における cpu 時間
Fig. 3 Variation of cpu time with respect to degrees ($\alpha=0.1, h=20$).

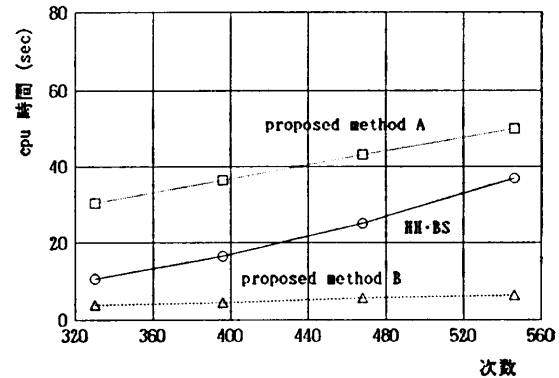


図6 $\alpha=-1, h=20$ における cpu 時間
Fig. 6 Variation of cpu time with respect to degrees ($\alpha=-1, h=20$).

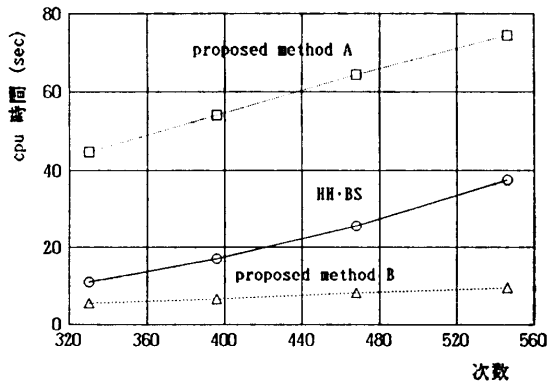


図7 $\alpha=-1, h=30$ におけるcpu時間
Fig. 7 Variation of cpu time with respect to degrees ($\alpha=-1, h=30$).

(図中 HH·BS) によって計算している。ここで用いた計算法は、提案法に二分法を組み合わせた方法(図中 proposed method A)と、提案法で固有値の存在範囲を確定した後で、式(26)によって、符号の変化を見ながら二分法で固有値を求めていく方法(図中 proposed method B)の二通りである。

上述のすべての二分法による収束値は、 $p+1$ 段階における q 番目の固有値 $\lambda_q^{(p+1)}$ と p 段階の固有値 $\lambda_q^{(p)}$ との相対誤差値が、下記のように ε 以下になったとき収束したものとした。

$$\left| \frac{\lambda_q^{(p+1)} - \lambda_q^{(p)}}{\lambda_q^{(p+1)}} \right| < \varepsilon = 1 \times 10^{-9} \quad (42)$$

この種の固有値計算には、いくつかの便利な計算法があるが、ここではcpu時間の一つの参考資料として、ハウスホルダー二分法との比較を行っている。ただし、ここでのcpu時間は固有値のみを求め、固有ベクトルは求めない場合のものである。

なお、計算機は NEC ACOS 830/8 (10 MIPS) を使用した。

4. 結 び

提案された方法はスツルム列特性に基づいた固有値を求める解法であり、元の行列次数とは無関係に圧縮された行列次数による式として示されている。式(23)は不連続な関数であり、変更前の行列の固有値の近傍では正の無限大から負の無限大へと変化する。このような変化の大きい関数を含む式を試行錯誤法¹¹⁻¹⁴⁾で計算するのは容易でない。よって、提案のスツルム列があれば、それぞれの固有値の存在範囲を確実に決定でき、不連続な箇所の極近傍の解も精度よく求めることができる。図2~7に示されたcpu時間は、提案法

により、それぞれの固有値の存在範囲を求めた後で二分法を式(26)に対して利用しているが、より効果的な方法(例えば有理関数近似法⁹⁾)を利用することにより演算時間の短縮化を計れるものと思われる。また、提案式は求める固有値の数が少ないほど、全次数と変更部の次数との差が大きいほど、有効と思われる。

ここでは変更前のマトリクスすべての固有値と固有ベクトルを必要としているが、今後の課題として、いくつかの固有値と固有ベクトルの情報をもとに、いくつかの固有値を求める場合についての応用があげられる。

参 考 文 献

- 1) Hirai, I., Yoshimura, T. and Takamura, K.: On a Direct Eigenvalue Analysis for Locally Modified Structures, *International Journal for Numerical Method in Engineering*, Vol. 6, pp. 441-442 (1973).
- 2) Wang, B. P., Palazzolo, A. B. and Pilkey, W. D.: Reanalysis, Modal Synthesis and Dynamic Design, *State-of-the-Art Surveys of Finite Element Methods*, Noor, A. and Pilkey, W. D. eds., ASME, New York (1983).
- 3) Wang, B. P. and Pilkey, W. D.: Efficient Reanalysis of Locally Modified Structures, *Proc. First Chautauqua on Finite Element Modeling, Schaeffer Analysis* (1980).
- 4) Kitis, L., Pilkey, W. D. and Hirai, I.: Reanalysis, Chapt. 2, Part 4, *Finite Element Handbook*, Kardestuncer, H., Norrie, D. H., Atluri, S., Pilkey, W. D. and Brezzi, F. eds., pp. 4.109-4.120, McGraw-Hill, New York (1987).
- 5) 戸川隼人: 有限要素法による振動解析, サイエンス社, 東京 (1984).
- 6) Wilkinson, J. H.: *The Algebraic Eigenvalue Problem*, pp. 300-302, Oxford University Press, Oxford (1965).
- 7) Golub, G. H. and Van Loan, C. F.: *Matrix Computation*, pp. 305-308, The John Hopkins University Press, Baltimore and London (1983).
- 8) 村田健郎, 小国 力, 唐木幸比古: スーパーコンピューター, 丸善 (1985).
- 9) 柏木光博, 平井一男, 大脇信一: 有理関数近似による部分修正系の固有値解析, 第39回情報処理学会全国大会論文集, pp. 123-124 (1989).
- 10) 柏木光博, 平井一男, 大脇信一, Pilkey, W. D.: スツルム列特性に基づく安定した部分修正系の固有値解析, 日本鋼構造協会, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, Vol. 14, pp. 221-226 (1990).
- 11) Kashiwagi, M., Hirai, I., Ohwaki, S. and Pil-

key, W.D.: Stable Eigensolution of Locally Modified Systems Based on the Sturm Sequence Property, *Finite Element Analysis and Design*, Vol. 9, pp. 133-139 (1991).

- 12) 小郷 寛, 美多 勉: システム制御理論入門, 実教出版 (1988).

(平成 3 年 9 月 10 日受付)

(平成 4 年 3 月 12 日採録)



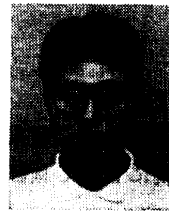
柏木 光博 (正会員)

昭和 22 年生. 昭和 46 年熊本大学工学部建築学科卒業, 昭和 48 年同大学院修士課程修了. 同年九州東海大学工学部建築学科助手, 講師, 助教授を経て, 平成 3 年教授. 工学博士. 現在, 構造解析における数値解析 (反復法系連立一次方程式, 反復法系固有値問題, 有限要素法, 部分修正系の固有値解析) に興味を持つ. 日本建築学会, 土木学会, 日本応用数理学会各会員.



平井 一男

昭和 5 年生. 昭和 28 年京都大学工学部応用物理学学科卒業, 昭和 30 年同大学院修士課程修了. 京都大学助手 (土木工学科), 三菱重工業研究部を経て, 昭和 34 年熊本大学助教授 (応用力学教室), 昭和 43 年教授, 昭和 48 年土木工学科兼任. 工学博士. 構造物の振動解析法と部分修正系の固有値解析に興味を持つ. 土木学会, IABSE, 航空宇宙学会各会員.



片山 拓朗

昭和 34 年生. 昭和 59 年熊本大学工学部土木工学科卒業, 昭和 61 年同大学院修士課程修了. 同年佐世保重工業(株)入社, 同社鉄構設計部にて鋼構造物の設計開発業務に従事. 現在, 同部門においてケーブル構造物の最適設計に関する開発業務に従事中.