

高階エネルギー最小化による 1枚の球面画像からの部屋形状推定

深野 昂祐¹ 望月 義彦¹ 石川 博¹

概要: 本稿では、1枚の球面画像から単純な部屋の形状を復元する手法を提案する。広い視野を持つ球面画像によって、よりロバストに部屋の構造を認識することができる。部屋の形状は、壁や天井や床といった長方形の面の境界の線分の集合で表される。提案手法では、高階エネルギー最小化によって、検出された線分を境界かそうでない線分に分類する。そして、境界の線分を用いて、壁や天井や床といった部屋を構成する面を推定する。実画像を用いて実験を行い、部屋を構成する面が正しく推定できることを検証した。



図 1 入力画像の例。左図は、球面画像の正面図である。右図は、球面画像を平面に投影した画像である。

1. はじめに

本稿では、1枚の球面画像から単純な部屋の形状を推定する手法を提案する。入力画像の例を図1に示す。本研究の目的は、壁や床といった、部屋全体の基本的な構造を推定することである。

ステレオ [1] や Structure-from-Motion [2] といった3次元復元手法には、複数の画像内の点の対応関係を得ることが必要である。室内では、テクスチャや家具などの物体の影響で、精確な対応関係を得ることは困難である [3]。また、入力画像のうち少なくとも2枚以上の画像に同じ部分が写っていないなければならないという撮影の条件がある。部屋全体の3次元形状推定を行うためには、そのため、この撮影条件を満たし部屋全体の画像を撮影しなければならないため、多くの画像が必要となる。

関連研究として、ステレオや Structure-from-Motion を用いず、1枚の画像から部屋の構造を推定する手法 [4] がある。この手法は、入力画像に対して線分検出を行い、検出された線分をもとに部屋の構造を推定する手法である。この手法では、入力画像が通常のカメラで撮影された画像1枚

のみなので、屋内シーンの一部分しか復元を行うことができない。提案手法では、球面画像特有の幾何を利用することで、部屋全体の推定を行うことができる。

提案手法では、まず、入力画像から線分を検出する。検出された線分の集合には、部屋を構成する面と面の境界上にある線分以外の線分も含んでいる。そのため、検出された線分を境界上の線分とそれ以外の線分に分類する。最後に、境界上の線分をもとに部屋を構成する面を推定する。

2. 提案手法

本稿では、室内で撮影された1枚の球面画像を入力とし、部屋の形状を推定する手法を提案する。部屋形状とは、撮影された部屋の天井、床、壁に相当する面の集合である。提案手法では、対象となる部屋と入力画像が、以下の条件を満たすと仮定する。

- 対象となる部屋は、概ね直方体であり、6つの長方形の面で構成されている。
- 画像中に、6つの面のすべての交差部分が、少なくとも部分的に写っている。

図2に、部屋を構成する面と部屋を構成する線分を示す。

本研究の目的は、入力画像を、部屋の面に対応する領域に分割することであると考えられる。そのため、提案手法では、部屋の面の境界の球面線分を推定するという問題を解く。図3に、提案手法の概略図を示す。提案手法は、以下の3つの手順で構成されている。

- (1) 入力画像から線分を検出する。球面画像に対する線分検出を、図4に示す。まず、入力画像を6枚の透視投影画像に変換する。次に、各透視投影画像に対してMatasらによる線分検出 [5] を行う。最後に、各透視投影画像

¹ 早稲田大学大学院 基幹理工学研究科 情報理工・情報通信専攻

上で検出された線分を単位球面に投影し、球面画像から検出された線分とする。球面画像から検出された線分の集合を $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ とする。

- (2) 部屋を構成する面の境界の線分の集合 $S^* \in S$ を推定する。 S は、 S^* 以外の線分、例えばテクスチャや物体の影響で検出された線分も含んでいる。そのため、 S を S^* とそれ以外の線分 $S \setminus S^*$ の2種類の線分群に分類する。提案手法ではこの分類を、高階エネルギー最小化によるラベリング問題を解くことによって行う。
 - (3) S^* を用いて、部屋を構成する6つの面を推定する。
- 以下で、2つ目の手順と3つ目の手順について説明する。

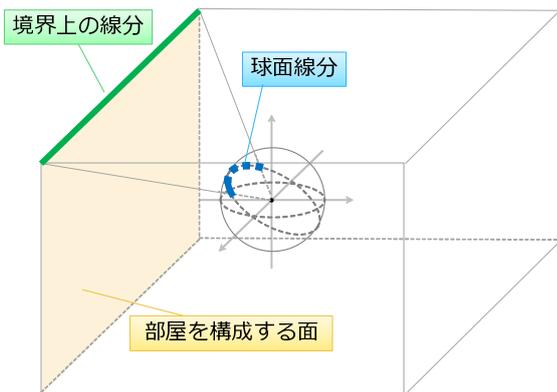


図2 部屋を構成する面と境界上の線分。壁、天井、床などの面を部屋を構成する面と呼ぶ。

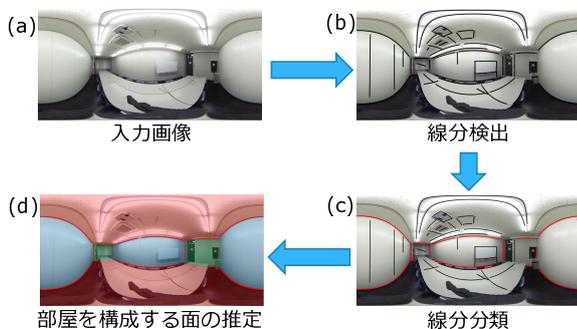


図3 提案手法の概略図。(a) 入力する球面画像。(b) 入力画像に対して、線分検出を行う。黒色の線分は、検出された線分を表す。(c) 検出された線分 S を、部屋を構成する球面上の線分 S^* とそうでない線分 $S \setminus S^*$ に分類する。赤色の線分は S^* を表し、黒色の線分は S' を表す。(d) 部屋を構成する球面上の線分 S^* を用いて、部屋を構成する6面を推定する。画像中で同じ色の領域は、向かい合っている面を表す。

2.1 線分分類

提案手法では、検出された線分を S^* と $S \setminus S^*$ に分類する問題を、2値のラベリング問題と考える。また、提案手法では、このラベリング問題を高階エネルギーを最小化することによって解く。 S に含まれる線分の数を n とする。また、

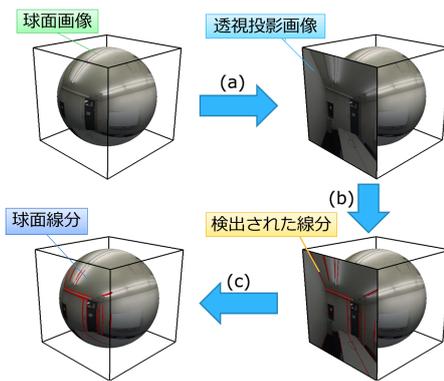


図4 球面画像に対する線分検出の流れ。(a) 球面画像を立方体の面に投影し、透視投影画像を作成。(b) 透視投影画像に対して、線分検出。(c) 透視投影画像上で検出された線分を、球面画像に投影。

i 番目の線分を s_i と表し、 s_i の長さを $|s_i|$ と表す。ここで、線分とは、単位球面上の線分、すなわち、大円の一部である。したがって、 $|s_i|$ は単位球面上の弧の長さである。また、本稿では、球面上の距離2点 p, q の距離を $d(p, q)$ と表す。すなわち、線分 s の端点を p_1, p_2 とすると、 $|s| = d(p_1, p_2)$ である。線分に対するラベリング $L = (l_i)_{i=1, \dots, n}$ は、各線分が S^* に含まれるかどうかを表す。 $l_i = 1$ のときは s_i が S^* に含まれることを表し、 $l_i = 0$ のときは s_i が S^* に含まれないことを表す。 S^* が正しい線分の集合である可能性が高いほど小さい値をとるような、 L に関するエネルギー関数を定義する。このエネルギー関数を最小化するラベリング L を求めることによって、部屋を構成する面の境界上の線分集合 S^* を推定する。提案手法では、このエネルギー関数の最小化に、高階グラフカット [6] を用いた。エネルギー関数は5つのポテンシャル関数の和であり、以下のように表される。

$$\begin{aligned}
 E(L) = & w_{\text{length}} E_{\text{length}}(L) + w_{\text{collinear}} E_{\text{collinear}}(L) \\
 & + w_{\text{cross}} E_{\text{cross}}(L) + w_{\text{corner}} E_{\text{corner}}(L) \\
 & + w_{\text{plane}} E_{\text{plane}}(L)
 \end{aligned} \tag{1}$$

ここで、 w は各ポテンシャル関数の重みを表す。 E_{length} 、 $E_{\text{collinear}}$ 、 E_{cross} 、 E_{corner} 、 E_{plane} はそれぞれ、線分の長さに関するポテンシャル関数、同一大円上の2つの線分に関するポテンシャル関数、交差する2つの線分に関するポテンシャル関数、面を構成する3つの線分に関するポテンシャル関数、面を構成する4つの線分に関するポテンシャル関数である。各ポテンシャル関数について、以下で説明する。

2.1.1 線分の長さに関するポテンシャル関数

対象シーンには物体やテクスチャがあり、さまざまな長さの線分が検出される。短い線分の多くは、物体やテクスチャによるものである。そのため、長さが閾値以下の線分は部屋を構成する線分ではないと考えることもできる。しかし、部屋を構成する球面上の線分が短い線分として検出

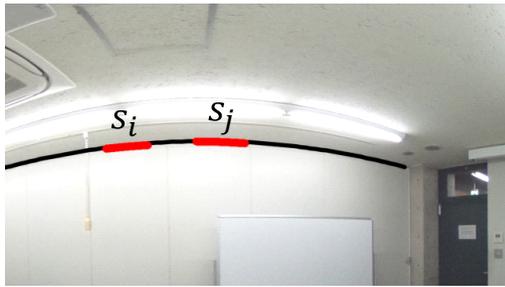


図5 実際には1つなりの線分が分割されて検出された例。\$s_i\$ と \$s_j\$ は分割されて検出された線分を表す。このとき、\$s_i\$ と \$s_j\$ のラベルは一致するはずである。

されてしまう場合も考えられる。そのため、短い線分なるべく部屋を構成する球面上の線分とならないようにするために、短い線分に対して高いエネルギーを与えるポテンシャル関数 \$E_{\text{length}}(L)\$ を導入する。短い線分かどうかの判定には、球面上の線分の長さの最大値 \$\pi\$ に対する線分の長さの割合を用いる。\$E_{\text{length}}(L)\$ は、閾値 \$d_{\text{length}}\$ を用いて式(2)で表される。

$$E_{\text{length}}(L) = \sum_{i=1}^n f_{\text{length}}(l_i) \quad (2)$$

$$f_{\text{length}}(l_i) = \begin{cases} 1 & (l_i = 1 \wedge \frac{|s_i|}{\pi} < d_{\text{length}}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

2.1.2 同一大円上の2つの線分に関するポテンシャル関数

球面画像からの線分検出では、遮蔽物や部屋の照明の影響で、実際には、1つなりの線分が分割されて検出されることがある。\$s_i\$ と \$s_j\$ を、実際には1つの線分が2つの線分として検出された線分とする。実際には1つなりの線分と2つの線分として検出された線分の例を図5に示す。このとき、\$s_i\$ と \$s_j\$ のラベルは一致しているべきである。したがって、そのような線分のラベルが一致するとき、エネルギーを低くするポテンシャル関数を導入する。\$C\$ を1つの線分を構成すると見なせる2つの線分のインデックスの組の集合とする。\$E_{\text{collinear}}(L)\$ を以下のように定義する。

$$E_{\text{collinear}}(L) = \sum_{(i,j) \in C} f_{\text{collinear}}(l_i, l_j) \quad (3)$$

$$f_{\text{collinear}}(l_i, l_j) = \begin{cases} -e_{ij} & (l_i = l_j) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

ここで、\$e_{ij}\$ は \$s_i\$ と \$s_j\$ の距離が小さいほど大きくなる正の値である。

2.1.3 交差する2つの線分に関するポテンシャル関数

2つの面の境界上にある線分は、他の線分と交差するようには見えないはずである。交差している線分と交差していない線分の例を図6に示す。したがって、交差している線分に面と面の境界というラベルがつけられるとき、高い

エネルギーを与えるポテンシャル関数を導入する。\$F\$ を交差する線分のインデックスの組の集合とする。また、\$d_{ij}\$ を2つの線分の交点と \$s_i\$ または \$s_j\$ の端点との最小の距離であるとする。\$F\$ と \$d_{ij}\$ を用いて、\$E_{\text{cross}}(L)\$ を以下のように定義する。

$$E_{\text{cross}}(L) = \sum_{(l_i, l_j) \in F} f_{\text{cross}}(l_i, l_j) \quad (4)$$

$$f_{\text{cross}}(l_i, l_j) = \begin{cases} d_{ij} & (l_i = l_j = 1) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (5)$$

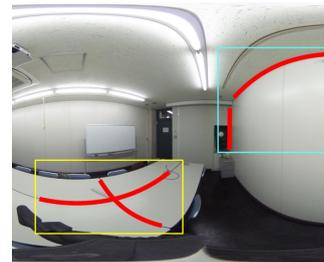


図6 交差する線分と部屋を構成する線分。図の左側の黄色の四角で囲まれた2つの線分は交差している。図右側の水色の四角で囲まれた2つの線分は、部屋を構成する線分である。

2.1.4 角を構成する3つの線分に関するポテンシャル関数

互いに直交する3つの3次元平面 \$P_1, P_2, P_3\$ を考える。\$P_1\$ と \$P_2, P_2\$ と \$P_3, P_1\$ と \$P_3\$ の交差部分をそれぞれ \$T_i, T_j, T_k\$ とする。\$T_i, T_j, T_k\$ は1点で交わり、3次元空間中で互いに直交する。\$T_i, T_j, T_k\$ の交点は直交頂点と呼ばれる[7]。図7に直交頂点と角を構成する線分を示す。\$s_i, s_j, s_k\$ を \$T_i, T_j, T_k\$ の単位球面への投影像とする。このとき、\$s_i, s_j, s_k\$ を角を構成する線分と呼ぶ。\$s_i, s_j, s_k\$ が角を構成する線分であるとき、\$s_i, s_j, s_k\$ は \$S^*\$ に含まれる可能性が高い。したがって、角を構成する線分のラベルが1になるようにするポテンシャル関数を導入する。\$s_i\$ と \$s_j, s_i\$ と \$s_k, s_j\$ と \$s_k\$ の交点をそれぞれ、\$q_{ij}, q_{ik}, q_{jk}\$ とする。また、\$g\$ を \$q_{ij}, q_{ik}, q_{jk}\$ の重心とし、\$d_{ijk}\$ を \$g\$ と \$q_{ij}, q_{ik}, q_{jk}\$ が近ければ大きくなる正の値とする。また、\$A\$ を角を構成する3つの線分のインデックスの組の集合とする。\$A\$ と \$d_{ijk}\$ を用いて、\$E_{\text{corner}}(L)\$ を以下のように定義する。

$$E_{\text{corner}}(L) = \sum_{(i,j,k) \in A} f_{\text{corner}}(l_i, l_j, l_k) \quad (6)$$

$$f_{\text{corner}}(l_i, l_j, l_k) = \begin{cases} -d_{ijk} & (l_i = l_j = l_k = 1) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

以下では、角を構成する3つの線分のインデックスの組の集合 \$A\$ の要素の決め方について述べる。\$s_i, s_j, s_k\$ を含むような大円を \$C_i, C_j, C_k\$ とし、各大円の単位法線ベクトルを \$\mathbf{n}_i, \mathbf{n}_j, \mathbf{n}_k\$ とする。また、\$s_i\$ と \$s_j, s_i\$ と \$s_k, s_j\$ と \$s_k\$ の交点をそれぞれ、\$q_{ij}, q_{ik}, q_{jk}\$ とし、\$g\$ を \$q_{ij}, q_{ik}, q_{jk}\$ の

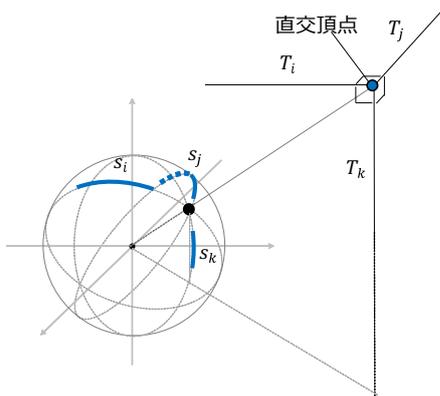


図 7 直交頂点と角を構成する 3つの線分

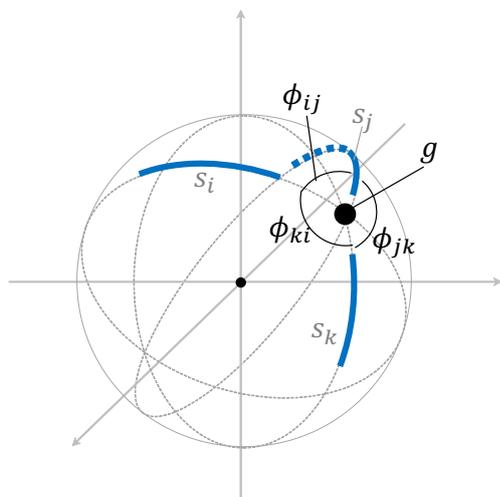


図 8 3つの線分 s_i, s_j, s_k となす角 $\phi_{ij}, \phi_{ik}, \phi_{jk}$

重心とする。以下の条件を満たすとき、 (i, j, k) を A の要素とする。

- (1) 交点 q_{ij}, q_{ik}, q_{jk} が一致する。
- (2) g が直交頂点である

条件 (1) は、以下の式で表すことができる。

$$q_{ij} = q_{ik} = q_{jk} \quad (7)$$

実際には、ノイズなどの影響により式 (7) を満たさないことがある。よって、条件 (1) を重心 g を用いて、以下のように定義する。

$$\frac{d(q_{ij}, g) + d(q_{ik}, g) + d(q_{jk}, g)}{3} < d_{\text{corner}} \quad (8)$$

ここで、 d_{corner} は 0 に近い正の値である。

条件 (2) は、各線分のなす角を用いて以下のように表される [7]。図 8 のように、 s_i と s_j 、 s_i と s_k 、 s_j と s_k がなす角をそれぞれ、 ϕ_{ij} 、 ϕ_{ik} 、 ϕ_{jk} とする。 ϕ_{ij} 、 ϕ_{ik} 、 ϕ_{jk} を用いて、条件 (2) を以下のように定義する。

$$\cos \phi_{ij} \cos \phi_{ik} \cos \phi_{jk} < 0, 0 < \phi_{ij}, \phi_{ik}, \phi_{jk} < \frac{\pi}{2}.$$

2.1.5 面を構成する 4つの線分に関するポテンシャル関数

床や壁などの面は長方形であるので、3次元空間で長方形の面を構成するような 4つの線分は面と面の境界である可能性が高い。したがって、このような 4つの線分のラベルが 1 になるとき、エネルギーを低くするポテンシャル関数を導入する。 V を 3次元空間で長方形をなすと考えられる 4つの線分のインデックスの組の集合とする。4つの線分が 3次元空間で長方形を構成する判定は、4つの線分の位置関係を調べることによって行われる [8]。図 9 に、長方形を構成する線分と構成される長方形の例を示す。また、 r_{plane} を 4つの線分が構成する長方形の単位球面への投影像の全周の長さに対する 4つの線分の長さの総和の割合とする。 V と r_{plane} を用いて、 $E_{\text{plane}}(L)$ を以下のように定義する。

$$E_{\text{plane}}(L) = \sum_{(h,i,j,k) \in V} f_{\text{plane}}(l_h, l_i, l_j, l_k) \quad (9)$$

$$f_{\text{plane}}(l_h, l_i, l_j, l_k) = \begin{cases} -r_{\text{plane}} & (l_h = l_i = l_j = l_k = 1) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

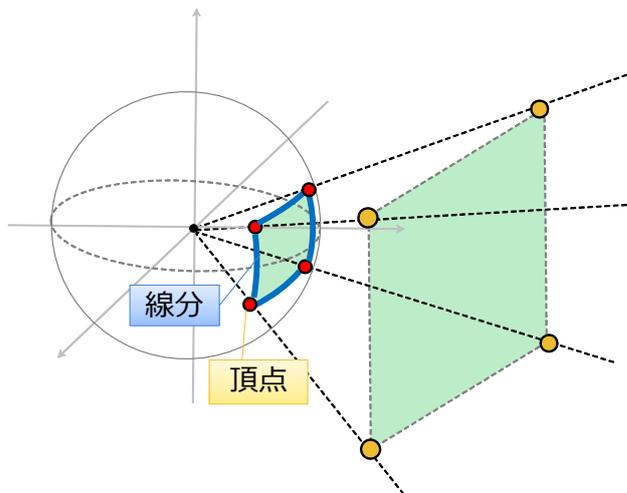


図 9 長方形を構成する線分と構成される長方形の例。

以下では、 V の要素の決め方について述べる。どの 2つの線分も同じ大円上にない 4つの線分 s_h, s_i, s_j, s_k を含むような大円を C_h, C_i, C_j, C_k とする。また、各大円の単位法線ベクトルを $\mathbf{n}_h, \mathbf{n}_i, \mathbf{n}_j, \mathbf{n}_k$ とする。以下の条件を満たすとき、 (h, i, j, k) は V の要素であるとする。

- (1) s_h, s_i, s_j, s_k が 3次元空間中で平行四辺形を構成するような位置関係にある。
- (2) 構成される平行四辺形が長方形である。

条件 (1) は、各線分を含む大円の単位法線ベクトル $\mathbf{n}_h, \mathbf{n}_i, \mathbf{n}_j, \mathbf{n}_k$ を用いて定義される。図 10 に条件 (1) を満たす線分と満たさない線分の例を示す。各単位法線ベクトルの向きは、向かい合う線分がある向きであるとする。各単位法線ベクトルによって定義される半空間を H_h^+, H_i^+, H_j^+ ,

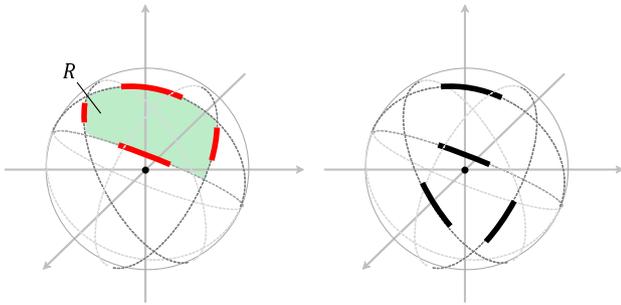


図 10 条件 (1) を満たす線分と満たさない線分の例

H_k^+ とする. $H_h^+, H_i^+, H_j^+, H_k^+$ は以下のように表される.

$$H_h^+ = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid \mathbf{n}_h \cdot x > 0\} \quad (10)$$

H_i^+, H_j^+, H_k^+ も同様である. また, $H_h^+, H_i^+, H_j^+, H_k^+$ の共通部分を R とし, 以下のように定義する.

$$R = H_h^+ \cap H_i^+ \cap H_j^+ \cap H_k^+. \quad (11)$$

図 10 の左図のように, 4 つの線分が平行四辺形の 4 辺となる場合, R はその内部となる. このとき, R を用いて, 条件 (1) は以下のように表される.

$$s_h, s_i, s_j, s_k \in R \quad (12)$$

図 11 のように, R の 4 つの頂点を p_0, p_1, p_2, p_3 とする. s_h, s_i, s_j, s_k が構成する平行四辺形の平行でない 2 辺の方向ベクトルを $\mathbf{n}_x, \mathbf{n}_y$, 単位法線ベクトルを \mathbf{n}_z とする. $\mathbf{n}_x, \mathbf{n}_y, \mathbf{n}_z$ は以下のように表される [8].

$$\mathbf{n}_x = (p_0 \times p_1) \times (p_2 \times p_3) \quad (13)$$

$$\mathbf{n}_y = (p_0 \times p_3) \times (p_1 \times p_2) \quad (14)$$

$$\mathbf{n}_z = \frac{\mathbf{n}_x \times \mathbf{n}_y}{|\mathbf{n}_x \times \mathbf{n}_y|} \quad (15)$$

したがって, 条件 (2) は以下のように表される.

$$|\mathbf{n}_x \cdot \mathbf{n}_y| < d_{\text{plane}} \quad (16)$$

2.2 部屋を構成する面の推定

面と面の境界上の線分の集合 S^* を用いて, 床や天井や壁といった部屋を構成する面を推定する. 部屋を構成する面の推定は, 以下の手順で行われる.

- (1) 部屋を構成する面の候補の集合 Q を生成する
 - (2) 候補から, 部屋を構成する面以外の面を除外する
- 候補の生成は, 2.1.5 節で用いた, 4 つの線分が 3 次元空間で長方形を構成するかどうかの判定 [8] を用いる. Q は, 部屋を構成する面とそうでない面を含んでいる. 部屋を構成する面とそれ以外の面の例を図 12 に示す. ここで, 部屋を構成する面は, 部屋を構成する 4 つの直交する面と接しているはずである. したがって, Q のいずれかの辺で他の面と接していない場合, Q は部屋を構成する面ではないと考え

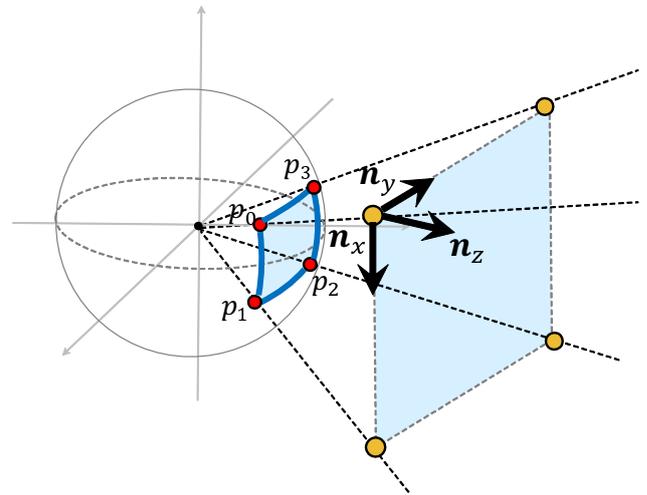


図 11 構成される長方形の 2 辺の方向ベクトルと単位法線ベクトル

られる. 以下の手順で, そのような面を候補から除外する.

- (1) Q の各辺に対して, 辺を共有する他の面が存在するか検査する.
- (2) 辺を共有する他の面が存在しなければ, Q を Q から除外する.
- (3) すべての $Q \in Q$ について, (1) と (2) を行う.
- (4) Q の要素数が減らなくなるまで, (1) から (3) の手順を繰り返す.

最後に, k-means クラスタリングによって, $k = 6$ で残った面の法線ベクトルをクラスタリングする. 各クラスタにおけるすべての面の 4 つの頂点を平均し, 6 つの面を得る.

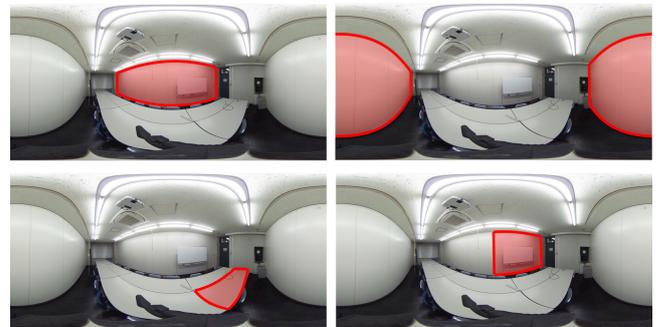


図 12 部屋を構成する面とそれ以外の面の例. 生成した面の候補の中には, 部屋を構成する面 (上段) や部屋を構成する面以外の面 (下段) が含まれている.

3. 実験

ここでは, 提案手法を評価するために行った実験と実験結果について述べる. 図 13 に実験で使用した入力画像 A と入力画像 B を示す. 図 13(上) の入力画像 A の解像度は 3584×1792 ピクセルであり, 図 13(下) の入力画像 B の解像度は 2048×1024 ピクセルである. 最小化するエネルギー関数の各ポテンシャル関数の重みは, さまざまな値の組み合わせで実験を行い, 部屋を構成する面の推定で



図 13 実験で使用した入力画像 A (上) と入力画像 B (下).

$Q = \emptyset$ とならない場合のうち、最も境界と推定された線分が少なかった場合の値を選ぶことで、自動的に選ばれる。

図 13(上) の入力画像 A に対する線分検出結果とエネルギー最小化による線分分類結果を図 14 に示す。図 14 の青線は検出された線分を表し、赤線はエネルギー最小化によって境界であると推定された線分を表す。入力画像 A からは、314 本の線分が検出された。各ポテンシャルの重みは $w_{\text{length}} = 1$, $w_{\text{collinear}} = 5$, $w_{\text{cross}} = 100$, $w_{\text{corner}} = 6$, $w_{\text{plane}} = 0$ であった。エネルギー最小化後、境界として選ばれた線分は 128 本であった。部屋を構成する面の推定では、29792 個の面の候補が生成され、最終的に残った面の数は 1691 個であった。6 方向にクラスタリングし、平均した面を図 16 に示す。

図 13(下) の入力画像 B に対する線分検出結果とエネルギー最小化による線分分類結果を図 15 に示す。入力画像 B は、より複雑な例である。入力画像 B から検出された 551 本の線分は、机や手のエッジを含んでいる。各ポテンシャルの重みは $w_{\text{length}} = 3$, $w_{\text{collinear}} = 1$, $w_{\text{cross}} = 74$, $w_{\text{corner}} = 3$, $w_{\text{plane}} = 0$ であった。エネルギー最小化後、境界として選ばれた線分は 219 本であった。部屋を構成する面の推定では、42721 個の面の候補が生成され、最終的に残った面の数は 135 個であった。部屋を構成する面の推定結果を図 17 に示す。

図 16 と図 17 より、2 つの入力画像に対して、6 つの主要な面を正しく推定できていると考えられる。

4. おわりに

本稿では、1 枚の球面画像から単純な部屋の形状を推定する手法を提案した。球面画像は広い範囲を写すことができるため、部屋の構造をよりロバストに認識できると考え

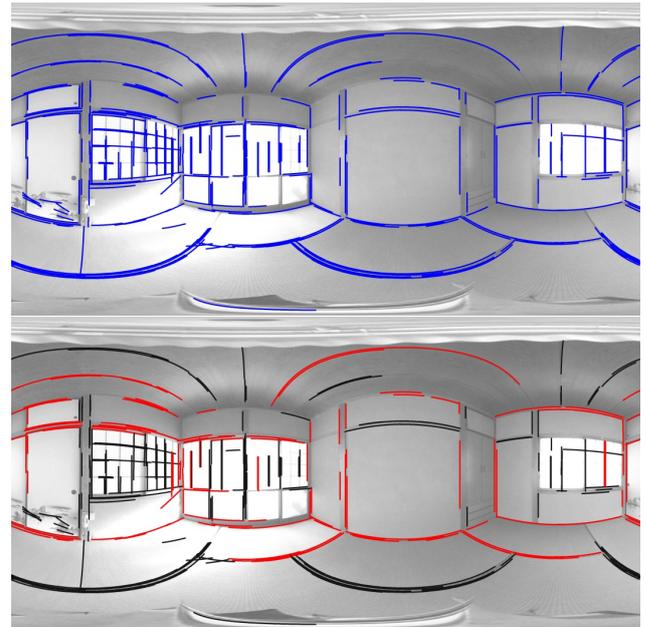


図 14 入力画像 A から検出された線分 (上図の青線) とエネルギー最小化による線分分類の結果 (下図の赤線)

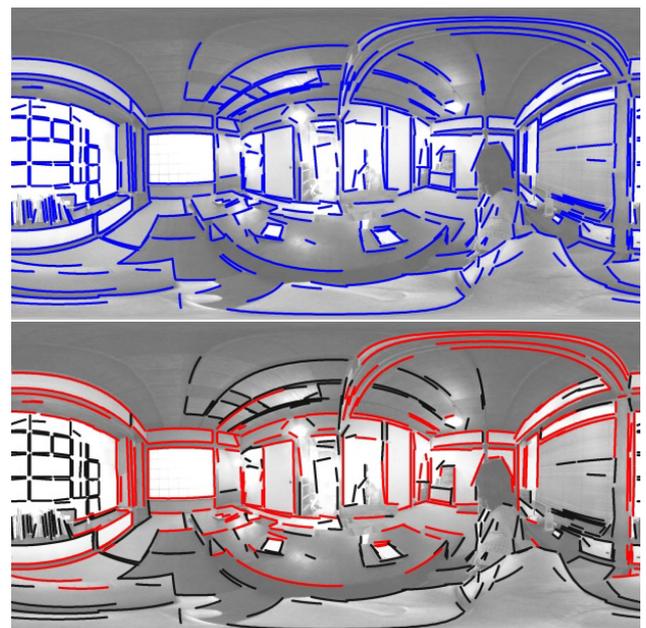


図 15 入力画像 B から検出された線分 (上図の青線) とエネルギー最小化による線分分類の結果 (下図の赤線)

られる。まず、入力画像に対して線分検出を行う。次に、高階エネルギー最小化を用いて、検出された線分を壁や天井などの境界かそうでないかに分類する。最後に、境界と推定された線分を用いて、部屋を構成する面を推定する。実画像に対する実験結果より、正しい面を推定できたと考えられる。今後の課題として、仮定の緩和などがあげられる。

参考文献

- [1] Maruyama, M. and Abe, S.: Range sensing by projecting multi-slits with random cuts, *Industrial Appli-*

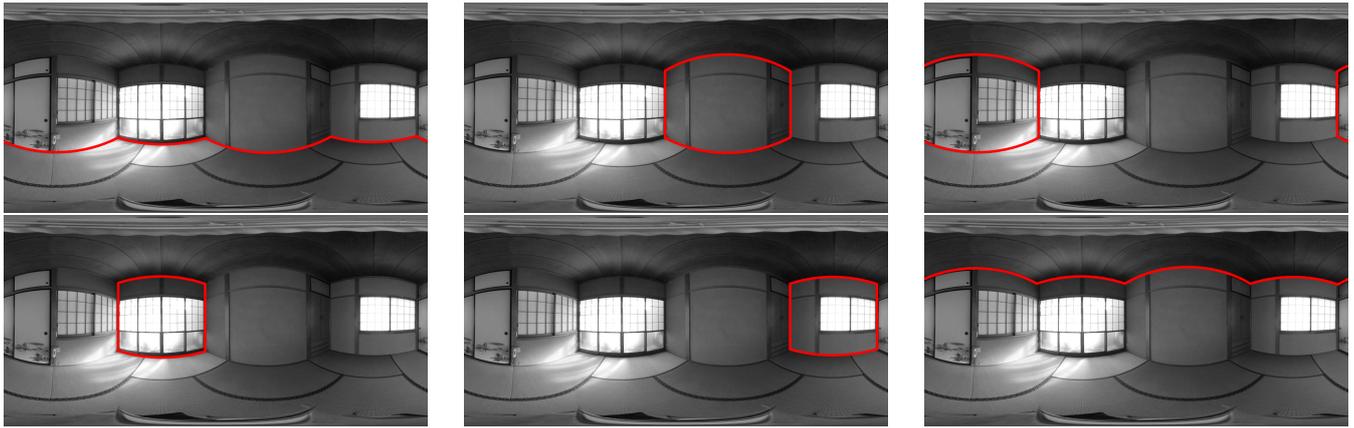


図 16 入力画像 A に対する部屋を構成する面の推定結果



図 17 入力画像 B に対する部屋を構成する面の推定結果

cations of Machine Intelligence and Vision, 1989., International Workshop on, pp. 163–168 (online), DOI: 10.1109/MIV.1989.40543 (1989).

[2] Kimura, M., Mochimaru, M. and Kanade, T.: Measurement of 3D Foot Shape Deformation in Motion, *Proceedings of the 5th ACM/IEEE International Workshop on Projector camera systems (PROCCAMS '08)* (2008).

[3] Cabral, R. and Furukawa, Y.: Piecewise Planar and Compact Floorplan Reconstruction from Images, *CVPR* (2014).

[4] Lee, D. C., Hebert, M. and Kanade, T.: Geometric Reasoning for Single Image Structure Recovery, *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)* (2009).

[5] Matas, J., Galambos, C. and Kittler, J.: Robust Detection of Lines Using the Progressive Probabilistic Hough Transform, *Computer Vision and Image Understanding*, Vol. 78, No. 1, pp. 119 – 137 (online), DOI: <http://dx.doi.org/10.1006/cviu.1999.0831> (2000).

[6] Ishikawa, H.: Transformation of General Binary MRF Minimization to the First-Order Case, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 33, No. 6, pp. 1234–1249 (online), DOI: 10.1109/TPAMI.2010.91 (2011).

[7] Kanatani, K.: *Group-Theoretical Methods in Image Understanding*, Springer Series in Information Science, Vol. 20, Springer Berlin Heidelberg (1990).

[8] Kato, H. and Billingham, M.: Marker Tracking and HMD Calibration for a Video-Based Augmented Reality Conferencing System, *Proceedings of the*

2nd IEEE and ACM International Workshop on Augmented Reality, Washington, DC, USA, IEEE Computer Society, pp. 85–94 (online), available from (<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=857202.858134>) (1999).