緩和法による演繹データベースの問合せ評価

鈴木 晋[†]　茨木俊秀[††]　岸 政七[†]

ホーン節からなる一般の演繹データベースに対する問合せ評価を効率化するために，一般化マジック集合法，マジックテンプレート法，アレクサンダーテンプレート法，HCT/R 法，その他多くの方法が提案されている．これらの方法では，acyclic sip という考え方に基づき，問合せおよびルール中の拘束を各ルールに伝搬させることにより制約を求め，その制約を使って解の導出に無関係な中間データの生成をできるだけ多く防ぐことで，問合せ評価を効率化している．解の導出に関係する中間データの集合を関連集合と呼ぶ．本稿では，関連集合の緩和という新しい考え方に基づいて制約を求める，緩和法と呼ぶ問合せ評価法を提案する．緩和法は，一般の演繹データベースを対象とした従来の方法をその枠組みで扱えるという意味でより一般的であり，さらに，cyclic sip による拘束の伝搬を反映した制約，簡単化されたファクト集合を反映した制約，定数を含まない問合せ（例えば $q(x,x)$?）に対する，領域制限ルールとして表された制約等，従来の方法では作れない優れた制約を作ることができる．

Evaluating Queries in Deductive Databases by Using Relaxation Techniques

Susumu Suzuki,[†] Toshihide Ibaraki[††] and Masahichi Kishi[†]

Several methods, such as the Generalized Magic Sets method, the Magic Templates method, the Alexander Templates method, the HCT/R method and others, have been proposed to improve the efficiency of evaluating recursive queries in general Horn Clause deductive databases. These methods construct restrictions by passing bindings in a query and rules to other rules according to the idea of acyclic sip (sideways information passing), and use the restrictions as filters to avoid generating many intermediate data that are not related to computing the answer set. The efficiency can be improved since the number of generated data decreases. A relevant set is the set of all intermediate data that are related to computing the answer set. This paper proposes a method called Relaxation method, which constructs restrictions according to a new idea of relaxing the relevant set. Relaxation method is more general than the other methods for the general Horn Clauses in the sense that it is possible to describe them in the context of Relaxation method. Furthermore, Relaxation method can construct superior restrictions that other methods can not do, such as ones reflecting binding propagation in accordance with cyclic sip's, ones reflecting simplified fact sets and others.

1. まえがき

演繹データベースとそれに対する問合せが与えられたとき，この問題に効率的に答えるために，すでに多くの問合せ評価法が提案されている[2),9),11)]．これらの方法は，適用範囲は狭いが大変効率の良い方法と，前者ほどは効率は高くないが広い適用範囲をもつ方法とに2分される．前者の方法が扱える問題は限られているので，それら以外の一般の問題は扱う場合は後者の方法が必要となる．前者には，右線形問題を対象とした RL 法[13)]，CRL 法[6)]，CORL 法[10)]や，同世代問題を対象とした計数法[2),3)]，逆計数法[2),3)]，HaNa 法[5)]，拡張 HaNa 法[19)]等がある．一方，後者には，一般のホーン節よりなる問題を対象にしたマジックテンプレート法[14)]，アレクサンダーテンプレート法[16)]，HCT/R 法[8)]等がある．本章の後半で詳しく述べるように，マジックテンプレート法，アレクサンダーテンプレート法，HCT/R 法はほぼ同じ能力を持っており[8),16)]，これらの方法は，一般の問題を対象にした従来の方法の中で最も適用範囲が広く，かつ，最も効率的と思われる．本稿では，説明の簡単のため，誤解の恐れのない場合，3つの方法を代表してマジックテンプレート法と言う．

本稿では，一般のホーン節よりなる問題を対象にし

† 愛知工業大学情報通信工学科
Information Network Engineering, Aichi Institute of Technology
†† 京都大学工学部数理工学科
Applied Mathematics and Physics, Faculty of Engineering, Kyoto University

た，緩和法（Relaxation method）と呼ぶ新しい問合せ評価法を提案する．（本稿の緩和法は，マジックテンプレート法を緩和法の枠組みで扱えるように，文献18)で提案した緩和法を修正したものである．本稿ではこの修正された方法を改めて緩和法と呼ぶ．）緩和法とマジックテンプレート法を比較し，(1)マジックテンプレート法が適用できる任意の問題を，緩和法がマジックテンプレート法と同じ効率で解けること，さらに，(2)マジックテンプレート法が適用できるある問題を，緩和法がマジックテンプレート法よりも効率的に解けること，(3)マジックテンプレート法が適用できないある問題を，緩和法が効率的に解けること，を示す．(2)と(3)は，具体的に複数の問題をあげることによって示す．緩和法は，右線形問題や同世代問題等の一部の問題に対しては RL 法や HaNa 法より非効率であるが，その他の問題に対しては，(1)から(3)で述べたように，従来の方法の中で最も効率的と思われるマジックテンプレート法と同程度またはそれ以上に効率的である．特に，(2)を示すために与えた問題の中には，マジックテンプレート法[14]やそれと類似した方法[3),4),8),15),16)]以外には解けないと思われる問題があるので，これらの問題に対しては，筆者らの知る限り，緩和法は他のいかなる方法よりも効率的である．また，(3)を示すために与えた問題の中には，（マジックテンプレート法等も含め）従来のいかなる方法も適用できないと思われる問題があるので，これらの問題に対しては，筆者らの知る限り，緩和法は問題を効率的に解くことができる唯一の方法である．

以下の本章では，必要な記号を定義し，緩和法の原理を説明し，緩和法とマジックテンプレート法，アレクサンダーテンプレート法，HCT/R 法等との基本的な類似点および相違点を述べる．また，本章の最後には本稿の構成を示す．

問題 (Q, S) において，繹演データベース (ddb)$S=(P, D)$ のルール集合 P を一般のホーン節の有限集合とし，ファクト集合 D を基礎アトム (ga) の有限集合とする．また，問合せ $Q?$ を任意のアトムとする．ここで，一般のホーン節とは，ボディに IDB 述語 (intensional database predicate. ルールのヘッドに現れる述語)，EDB 述語 (extensional database predicate. ファクト集合 D に現れる述語)，算術述語 (arithmetic predicate. $x<y$ や $x=y+1$ 等) を含むことができるが，負の述語（負リテラル）は含むことはできない．また，述語の引数は定数，変数のほかに関数記号を含むことができる．S が算術述語または関数記号を含むときは，各ルールは領域制限されている（すなわち，ヘッドに現れる変数はボディにも現れる）とし，一方，S が算術述語も関数記号も含まないときは，各ルールは領域されていなくてもよいとする．これは，S が算術述語も関数記号も含まないときは，述語の各引数の定義域が有限になり，したがって，領域制限されていないルール，例えば $p(x, x)$:-. は定義域の任意の定数 c（有限個）に対し $p(c, c)$ を表すと見なせるからである[14]．なお，一般性を失うことなく，IDB 述語はファクト集合 D に現れることなく，EDB 述語はルールのヘッドに現れることなく，算術述語はルールのヘッドにもファクト集合 D にも現れることはないとし，また，問合せ $Q?$ は IDB 述語に関するものとする．緩和法はこのように定義された問題 (Q, S) を対象とする．ただし，問題が算術述語または関数記号を含むときは，緩和法を適用できない場合もある（詳しくは5章に述べる）．

以後，説明の簡単のため特に断らない限り，S は関数記号，算術述語を含まないと仮定する．5章ではこれらを含む場合を扱う．また，問合せ $Q?$ は，引数に定数を必ずしも含む必要はないが，説明の簡単のため，$q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x})?$ と記す．ここで，q は述語名，$\boldsymbol{a}$ は定数ベクトル，$\boldsymbol{x}$ は変数ベクトルである．演繹データベース S の中のすべての述語名の集合を $N(S)$ $(=\{p, q, r, \cdots, A, B, C, \cdots\})$，$S$ の中のすべての定数の集合を $C(S)$ $(=\{a, b, c, \cdots\})$ と記す．また，述語の全引数に定数を代入して得られるすべての式の集合，すなわち，エルブラン基底 (Herbrand base) を $HB(S)$ $(=\{p(a, \cdots, a), p(a, \cdots, b), \cdots, q(a, \cdots, a), q(a, \cdots, b), \cdots\})$ と記し，$HB(S)$ の各要素すなわち基礎アトム (ground atom) を ga と記す．演繹データベース S より導出可能なすべての ga の集合を $IMP(S)$ $(\subseteq HB(S))$ と記すとき，問題 $(q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x}), S)$ の解集合 ANS は次の ga 集合である．

$$ANS=\{q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) \mid q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) \in IMP(S)\}.$$

以後，特に断らないかぎり，定数を $a, b, c, \cdots$，定数ベクトルを $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \cdots$，変数を $x, y, z, \cdots$，変数ベクトルを $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}, \cdots$，EDB 述語を $A, B, C, \cdots$，IDB 述語を $p, q, r, \cdots$ によって表す．

一般の問題を対象とした問合せ評価法の多く（文献2)～4)，8)，14)～16)，18)）は，緩和法やマジックテンプレート法も含め，中間データとして $IMP(S)$ 全体を生成するのではなく，できるだけ小さな ga 集合

(潜在的関連集合とよばれる) のみを生成し, そこに解の探索を限定することにより効率化を図っている.

定義 1 ga $s(\boldsymbol{d})(\in IMP(S))$ を導出するある導出木が節点に ga $p(\boldsymbol{c})$ を含むとき ($p(\boldsymbol{c})\in IMP(S)$ である), $p(\boldsymbol{c})$ は $s(\boldsymbol{d})$ に関連している (relevant) と言い, $(p(\boldsymbol{c}), S)\to *s(\boldsymbol{d})$ と記す. 問合せ $q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x})$? に対するある解 $q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ $(\in ANS)$ に ga $p(\boldsymbol{e})$ が関連しているとき, $p(\boldsymbol{e})$ は問合せ $q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x})$? に関連していると言い, $(p(\boldsymbol{e}), S)\to *q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x})$ と記す. 問合せ $q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x})$? に関連しているすべての ga の集合を関連集合 (relevant set) と呼び, $REL(q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x}), S)$ $(\subseteq IMP(S))$ と記す.

$$REL(q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x}), S) = \bigcup_{p\in N(S)} \{p(\boldsymbol{e}) \mid (p(\boldsymbol{e}), S)\to *q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x})\}.\ \square$$

定義 2 緩和条件 (relaxation condition)

$$PREL \supseteq REL(q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x}), S) \tag{1-1}$$

を満足する任意の ga 集合 $PREL$ $(\subseteq HB(S))$ を潜在的関連集合 (potentially relevant set) と呼ぶ. □

関連集合 REL は S から導出可能な ga $(\in IMP(S))$ のうち解を導出するのに使うことができるすべての ga の集合であるので, 生成する ga を REL に属すもののみに限定しても解集合 ANS を正しく求めることができる. しかし, REL の計算は, 定義から明らかなように, ANS の計算と同等の計算量を要するので, 問合せ評価の効率化につながらない. 潜在的関連集合 $PREL$ は REL を包含しているので, 生成する ga を $PREL$ に属すもののみに限定しても ANS を正しく求めることができ, しかも, $PREL$ の計算は REL や ANS の計算より容易な場合がある. すなわち, REL をうまく緩和する $PREL$ を効率的に求めることができれば, 生成する ga を $PREL$ に限定することにより, 問合せ評価を効率化できる. 関連集合, 潜在的関連集合の考えは文献2), 7) に説明されているが, 上記の考えは, Dの中のファクトのみならず ga を考慮しているという意味で, 文献2), 7) より一般的になっている. 以後, 説明の簡単のため, 一般性を失うことなく, IMP, REL, $PREL$ は IDB 述語に関する ga の集合であると仮定する.

潜在的関連集合を利用する有名な問合せ評価法に, 基本マジック集合法 (the Basic Magic Sets method)[3], 基本マジック集合法を一般化した一般化マジック集合法 (the Generalized Magic Sets method)[4] と一般化補助マジック集合法 (the Generalized Supplementary Magic Sets method)[4], 一般化マジック集合法をさらに一般化したマジックテンプレート法(the Magic Templates method)[14]があり, また, アレクサンダー法 (the Alexander method)[15]とそれを一般化したアレクサンダーテンプレート法(the Alexander Templates method)[16]があり, また, HCT/R 法 (the Horn clause transformation by restrictor)[8]がある. これらの方法では潜在的関連集合 $PREL$ という言葉は陽には使われていないが, 以下に示すように $PREL$ を定めることができる. マジック集合法を例に説明する. S の各述語 $p(\boldsymbol{y})$ に対するマジック述語を $magic\_p(\boldsymbol{y}')$, マジック集合を MS と記す. ここで, 引数ベクトル $\boldsymbol{y}'=(y_{i1}, \cdots, y_{il})$ は引数ベクトル $\boldsymbol{y}=(y_1, \cdots, y_m)$ に含まれる一部の変数より成る (すなわち, $\boldsymbol{y}'$ に含まれる変数の集合を $\langle \boldsymbol{y}'\rangle=\{y_{i1}, \cdots, y_{il}\}$ と記せば, $\langle \boldsymbol{y}'\rangle\subseteq\langle \boldsymbol{y}\rangle$ である). このとき, 潜在的関連集合 $PREL$ は

$$PREL = \bigcup_{p\in N(S)} \{p(\boldsymbol{b}) \mid p(\boldsymbol{b})\in HB(S), magic\_p(\boldsymbol{b}') \in MS\}$$

と表すことができる. ただし, 定数ベクトル $\boldsymbol{b}'$ は定数ベクトル $\boldsymbol{b}$ の, 引数 $y_{i1}, \cdots, y_{il}$ に対応する要素を選んだものである. また, $HB(S)$ に属す各 ga $p(\boldsymbol{b})$ を ga $magic\_p(\boldsymbol{b}')$ に対応させる ga 写像を f と記すとき, $PREL$ は

$$PREL = f^{-1}(MS)$$

と表すこともできる. $PREL$ を利用する問合せ評価法の効率は, $PREL$ を求める手間と REL に対する近似度により定まるので, あまり時間をかけずに, 優れた $PREL$ を求めることが重要である. 基本マジック集合法の $PREL$ は, 問合せ中の定数から始まり EDB 述語を経由して IDB 述語に伝搬される拘束を利用して定められており, 一般化マジック集合法の $PREL$ は, IDB 述語を経由して伝搬される拘束も考慮している. さらに, マジックテンプレート法の $PREL$ は, 問合せ $q(x, x)$? のように, 問合せ中の (定数による拘束ではなく) 同一変数の繰り返しによる拘束も考慮することができる. 一般化マジック集合法と一般化補助マジック集合法とアレクサンダー法, マジックテンプレート法とアレクサンダーテンプレート法と HCT/R 法は, 各々, 任意の問題に対し同じ $PREL$ を作ることができる. また, 後者の3つの方法は, 任意の問題に対し, 一般の問題を対象とした他の評価法が作るのと同じ $PREL$ を作ることもできるという意味で, 一般の問題を対象とする従来の方法の中で最も適用範囲が広く, かつ, 最も効率的と思われる. なお, これらの方法の $PREL$ はすべて acyclic sip (sideways information passing)[4]によって伝搬される拘束のみを利用している．優れた $PREL$ を効率的に求めることのほかに，同じ計算の重複を防ぐことも問合せ評価の効率化のためには重要である[2),9),11)]．一般化マジック集合法，マジックテンプレート法，HCT/R 法が作るルール集合 P^{mg} では同じアトム列が複数のルールに現れるので，P^{mg} のボトムアップ評価では同じ計算が重複して行われる．一般化補助マジック集合法とアレクサンダー法は一般化マジック集合法に計算の重複を防ぐ機能を加えたものとみなすことができ[4]，同じく，アレクサンダーテンプレート法はマジックテンプレート法または HCT/R 法にこの機能を加えたものとみなすことができる[16]．本稿では，優れた $PREL$ を効率的に求めることに議論を集中するので，以後，一般化マジック集合法と一般化補助マジック集合法とアレクサンダー法を区別せず，マジックテンプレート法とアレクサンダーテンプレート法と HCT/R 法を区別しない．また，先に述べたように，従来の方法の中でもっとも一般的な方法を表すとき，代表としてマジックテンプレート法を使うことにする．

緩和法は，解の探索範囲を $PREL$ に限定する点においてマジックテンプレート法と同じ考え方であるが，$PREL$ の求め方がマジックテンプレート法とは異なる．緩和法では，“$PREL$ は REL を包含する，REL の近似である” という考えに素直に基づき，初めに REL を表す演繹データベースを作り，次にそのルール集合やファクト集合を簡略化して $PREL$ を求める．その結果，cyclic sip による拘束の伝搬を反映した $PREL$，簡単化されたファクト集合を反映した $PREL$，定数を含まない問合せ（例えば $q(x,x)$?）に対する，領域制限ルールとして表された $PREL$ 等，ある問題に対してはマジックテンプレート法では作れない優れた $PREL$ を作ることができる．これにより，先の(2)，(3)で述べたように，ある問題を緩和法がマジックテンプレート法より効率的に解いたり，マジックテンプレート法が適用できないある問題を緩和法が効率的に解いたりすることがある．また，先の(1)で述べたように，任意の問題に対し，マジックテンプレート法が作るのと同じ $PREL$ を緩和法の枠組みで作ることもできる．

ところで，本稿では簡単のため $PREL$ を作る，あるいは求めるという言い方をするが，このことは $PREL$ 自身（すなわち $PREL$ に属すすべての ga）を実際に生成することを意味しないことに注意してほしい．$PREL$ を与えるもととなる定義あるいはルール集合等を作る（求める）ことを簡単のためこのように述べており，マジック集合法では，マジック集合 MS および ga 写像 f，または，マジック集合を定義するマジックルール集合 P^{mg} および ga 写像 f を作ることに対応する．

なお，特定の問題を対象とする，RL 法，CRL 法，CORL 法，計数法，逆計数法，HaNa 法，拡張 HaNa 法等は，潜在的関連集合を利用せずに，対象とする問題固有の性質を利用して効率化を行っている．

本稿は以下のように構成されている．2章で緩和法の概要を与え，cyclic sip による拘束の伝搬を反映した $PREL$ を作り得る1つの例を示す．3章でマジックテンプレート法を緩和法の枠組みで扱い得ることを例により示す．4章で緩和法を詳細に与え，また，述語の分割やファクト集合の簡略化による $PREL$ の作成例を示す．5章で，マジックテンプレート法が作るルール集合 P^{mg} のボトムアップ評価が困難である，算術述語や関数記号を含むある問題に対し，緩和法が優れた $PREL$ を作り得る例を示す．また，緩和法の適用範囲についても述べる．2章，4章，5章で与える問題例は，緩和法がマジックテンプレート法よりも優れている問題例であるが，単純な線形問題またはそれに類する問題であるために，逆計数法や拡張 HaNa 法を使って緩和法より効率的に解くことができる．6章ではこれらの問題例を少し変形して，逆計数法や拡張 HaNa 法が適用できない問題例を与える．これらの新しい問題に対しては，筆者らの知る限り，緩和法は従来のいかなる方法よりも効率的であるか，または，唯一適用可能であると思われる．最後に，7章でまとめる．

2. 緩 和 法

準備として幾つかの定義を与えた後に緩和法を示す．関連集合 $REL(q(\boldsymbol{a},\boldsymbol{x}),S)$ に属しかつ述語名が p $(\in N(S))$ であるすべての ga の集合を $REL_p(q(\boldsymbol{a},\boldsymbol{x}),S)$ $(=\{p(\boldsymbol{b})\mid p(\boldsymbol{b})\in REL(q(\boldsymbol{a},\boldsymbol{x}),S)\})$ と記し，$IMP(S)$ に属しかつ述語名が p $(\in N(S))$ であるすべての ga の集合を $IMP_p(S)$ $(=\{p(\boldsymbol{b})\mid p(\boldsymbol{b})\in IMP(S)\})$ と記す．以下の定義3は，問題 $(q(\boldsymbol{a},\boldsymbol{x}),S)$ の関連集合$REL(q(\boldsymbol{a},\boldsymbol{x}),S)$ を表す ddb S^{REL} を定める．

定義3 ddb $S=(P,D)$ の1つの問題 $(q(\boldsymbol{a},\boldsymbol{x}),S)$ を考える．$S'=(P',D)$ を別の ddb とする．

$$\forall p \in N(S), \exists p' \in N(S')$$
$$REL_p(q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x}), S) = \{p(\boldsymbol{b}) \mid p'(\boldsymbol{b}) \in IMP_{p'}(S')\} \quad (2\text{-}1)$$

が成立するとき，$p(\boldsymbol{y})$ に $p'(\boldsymbol{y})$ を対応させる写像を g と記し（すなわち，$p'(\boldsymbol{y}) = g(p(\boldsymbol{y}))$），ddb S' を問題 $(q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x}), S)$ の g の下での関連 ddb と呼び，$S^{REL} = (P^{REL}, D)$ と記す．□

上記の式 (2-1) において，$IMP_{p'}(S')$ を $IMP(S')$ に変えても $REL_p(q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x}), S)$ は変わらないが，説明の簡単のため $IMP_{p'}(S')$ と記す．

S を ddb とし，$HB(S)$ に属す ga から成るすべての連言の集合を $HB(S)^*(=\{p(\boldsymbol{b}), \cdots, p(\boldsymbol{b}) \wedge s(\boldsymbol{c}), \cdots, p(\boldsymbol{b}) \wedge s(\boldsymbol{c}) \wedge t(\boldsymbol{d}), \cdots \mid p(\boldsymbol{b}), s(\boldsymbol{c}), t(\boldsymbol{d}), \cdots \in HB(S)\})$ と記し，同様に，$N(S)$ に属す述語名から成るすべての連言の集合を $N(S)^*$ と記す．また，$IMP_{p_1}(S)$ に属す ga と，…，$IMP_{p_n}(S)$ に属す ga との連言の集合を $IMP_{p_1}(S) \times \cdots \times IMP_{p_n}(S)$ $(=\{p_1(\boldsymbol{b}_1) \wedge \cdots \wedge p_n(\boldsymbol{b}_n) \mid p_i(\boldsymbol{b}_i) \in IMP_{p_i}(S), i=1, \cdots, n\})$ と記す．以下の定義 4，5 は，問題 $(q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x}), S)$ の潜在的関連集合 $PREL$ を表す ddb S^{RLXR} を，ddb S^{REL} の緩和として定める．定義 4 の ddb S'，S'' は，各々，ddb S^{REL}，S^{RLXR} に対応する．

定義 4　$S' = (P', D')$ と $S'' = (P'', D'')$ を ddb とする．$HB(S')$ から $HB(S'')^*$ への連言写像 f:

$$f(p'(\boldsymbol{b})) = p''_1(\boldsymbol{b}_1) \wedge \cdots \wedge p''_n(\boldsymbol{b}_n) \quad (2\text{-}2)$$

が存在し，条件

$$\forall p' \in N(S'), \exists p''_1, p''_2, \cdots, p''_n \in N(S'')$$
$$f(IMP_{p'}(S'))(=\{f(p'(\boldsymbol{b})) \mid p'(\boldsymbol{b}) \in IMP_{p'}(S')\})$$
$$\subseteq IMP_{p''_1}(S'') \times IMP_{p''_2}(S'') \times \cdots \times IMP_{p''_n}(S'') \quad (2\text{-}3)$$

が成立するとき，S'' は f の下で S' の緩和（relaxation）であると言う．また，このような ddb S'' および f を作ることを，S' を緩和するという．□

なお，式 (2-2) の f において，$\boldsymbol{b}$ および $\boldsymbol{b}_i$ の次元は対応する述語 p' および p''_i の引数の数と一致しているものとする．また，以下で述べる多くの緩和法（すなわち，4 章の定数グループ化を用いない緩和法）において，p''_i の引数集合 $\langle \boldsymbol{y}_i \rangle$ は p' の引数集合 $\langle \boldsymbol{y} \rangle$ の部分集合であり，$\boldsymbol{b}_i$ は $\boldsymbol{b}$ の対応する引数の要素を選んだものになっている．このとき，f は $N(S')$ から $N(S'')^*$ への写像

$$f(p'(\boldsymbol{y})) = p''_1(\boldsymbol{y}_1) \wedge \cdots \wedge p''_n(\boldsymbol{y}_n) \quad (2\text{-}4)$$

と考えることができる．ただし，4 章の定数グループ化を用いる緩和法では，定数のグループ化を表す $C(S')$ から $C(S'')$ への定数写像を f_c と記すと，$\boldsymbol{b}_i$ の各要素の値は $\boldsymbol{b}$ の対応する要素の値の f_c による像となっている．すなわち，$b_{i1}, \cdots, b_{im}$ を $\boldsymbol{b}$ のある要素として，$\boldsymbol{b}_i = (b_{i1}, \cdots, b_{im}) = (f_c(b_{i1}), \cdots, f_c(b_{im}))$ である．このとき，$\langle \boldsymbol{y}_i \rangle$ を p' の引数集合 $\langle \boldsymbol{y} \rangle$ の部分集合として，f は写像

$$f(p'(\boldsymbol{y})) = p''_1(f_c(\boldsymbol{y}_1)) \wedge \cdots \wedge p''_n(f_c(\boldsymbol{y}_n)) \quad (2\text{-}5)$$

と考えることができる．ここで，$\boldsymbol{y}_i = (y_{i1}, \cdots, y_{im})$ として，$(f_c(y_{i1}), \cdots, f_c(y_{im}))$ を $f_c(\boldsymbol{y}_i)$ と記した．

定義 5　ddb $S^{REL} = (P^{REL}, D)$ を問題 $(q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x}), S)$ の g の下での関連 ddb とし，ddb S'' を f の下での S^{REL} の緩和とする．このとき，S'' を問題 $(q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x}), S)$ の $f \cdot g$ の下での緩和関連 ddb と呼び，$S^{RLXR} = (P^{RLXR}, D^{RLXR})$ と記す．□

関連 ddb S^{REL} の具体的な作り方については，本章の後半の例と 3 章の例にて 2 つの方法を与える．ddb S^{REL} を緩和し ddb S^{RLXR} および写像 f を作る方法として，4 章において 5 つの基本演算を与える．

このとき，式 (2-1) および (2-3) より

$$\begin{aligned} REL(q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x}), S) &= \bigcup_{p \in N(S)} \{p(\boldsymbol{b}) \mid g(p(\boldsymbol{b})) \in IMP_{p'}(S^{REL})\} \\ &\subseteq \bigcup_{p \in N(S)} \{p(\boldsymbol{b}) \mid p(\boldsymbol{b}) \in HB(S), f(g(p(\boldsymbol{b}))) \\ &\qquad \in IMP_{p''_1}(S^{RLXR}) \times \cdots \times IMP_{p''_n}(S^{RLXR})\} \end{aligned}$$

が成立するので，ga 集合

$$\begin{aligned} PREL = \bigcup_{p \in N(S)} \{p(\boldsymbol{b}) \mid p(\boldsymbol{b}) \in HB(S), f(g(p(\boldsymbol{b}))) \\ \in IMP_{p''_1}(S^{RLXR}) \times \cdots \times IMP_{p''_n}(S^{RLXR})\} \end{aligned} \quad (2\text{-}6)$$

は 1 章の緩和条件 (1-1) を満足する．緩和法では，問合せ $q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x})$? が与えられたとき，この $PREL$ を問合せに無関連な ga $(\in IMP(S))$ の生成を防ぐための制約として使うことにより，次のように問合せ評価を行う．

<u>緩和法</u>

step 1　問題 $(q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x}), S)$ の関連 ddb $S^{REL} = (P^{REL}, D)$ および写像 g を作る．

step 2　S^{REL} を緩和し，緩和関連 ddb $S^{RLXR} = (P^{RLXR}, D^{RLXR})$ および写像 f を作る．

step 3　S^{RLXR} および $f \cdot g$ が定める潜在的関連集合 $PREL$（式 (2-6)）を制約として S に付加することにより ddb（変形 ddb と呼び，S^{MDF} と記す）を作る．すなわち，S の各ルール r $(\in P)$

$$p(\boldsymbol{y}) :- t_1(\boldsymbol{z}_1), t_2(\boldsymbol{z}_2), \cdots, t_h(\boldsymbol{z}_h)$$

に対し，ヘッド述語 $p(\boldsymbol{y})$ の $f \cdot g$ による像 $f(g(p$

$(\boldsymbol{y}))) = p''_1(f_c(\boldsymbol{y}_1)) \wedge \cdots \wedge p''_n(f_c(\boldsymbol{y}_n))$ （式(2-5)）を r のボディに付加しルール r'''

$$p(\boldsymbol{y}) :- p''_1(f_c(\boldsymbol{y}_1)), \cdots, p''_1(f_c(\boldsymbol{y}_n)),$$
$$t_1(\boldsymbol{z}_1), t_2(\boldsymbol{z}_2), \cdots, t_h(\boldsymbol{z}_h)$$

を作る．そのようなルール r''' の集合を P''' と記すとき，変形 ddb S^{MDF} は $S^{MDF} = (P''' \cup P^{RLXR}, D \cup D^{RLXR})$ として与えられる．

step 4 変形 ddb S^{MDF} を，例えばセミナイーブ法[1]でボトムアップ評価し，ga 集合 $IMP(S^{MDF})$ を生成し，そこから解集合 ANS を得る（$ANS = \{q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) \mid q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) \in IMP(S^{MDF})\}$）．□

例 1 ルール集合 $P1$: $r1.1, r1.2, \cdots, r1.5$:

$r1.1: p(x, y, z) :- A(x, y, z)$

$r1.2: p(x, y, z) :- B(x', x), C(y', y), D(z', z), p(x', y', z')$

$r1.3: s(x, y, z) :- E(x, y, z)$

$r1.4: s(x, y, z) :- F(x', x), G(y', y), H(z', z), s(x', y', z')$

$r1.5: q(x, y, z, z') :- p(x, y, z), s(x, y, z')$

とファクト集合 $D1$（省略）より成る ddb $S1 = (P1, D1)$ に対する問合せ $q(a, y, z, z')$? に答えなさい．□

本問題は次のように解釈できる．3次元空間 XYZ の格子点上を移動可能な乗り物 V_p, V_s がある．述語 $B(x', x)$ は V_p が X 座標 x' から x へ直接移動できることを，述語 $C(y', y)$ と $D(z', z)$ は各々 Y 座標と Z 座標について同様なことを示す．また，述語 $F(x', x)$, $G(y', y)$, $H(z', z)$ は，各々，V_s の X, Y, Z 座標について同様なことを示す．述語 $p(x, y, z)$ ($s(x, y, z)$) は $V_p(V_s)$ が3次元座標 (x, y, z) に到達可能であることを表し，述語 $q(x, y, z, z')$ は，V_p と V_s が共に到達可能な XY 座標 (x, y) と，そのときの V_p の Z 座標 z と V_s の Z 座標 z' との組 (x, y, z, z') を表す．問合せ $q(a, y, z, z')$? は，それらの $q(x, y, z, z')$ の中で特に X 座標の値が a であるものを選択する．

緩和法による解法例を以下に示す．

step 1 ルール集合 $P1$ と問合せ $q(a, y, z, z')$? より次のルール集合 $P1^{REL}$: $r1.6, \cdots, r1.15$, を作る．

$r1.6: o\_p(x, y, z) :- A(x, y, z)$.（$r1.1$ より）

$r1.7: o\_p(x, y, z) :- B(x', x), C(y', y), D(z', z), o\_p(x', y', z')$.（$r1.2$ より）

$r1.8: o\_s(x, y, z) :- E(x, y, z)$.（$r1.3$ より）

$r1.9: o\_s(x, y, z) :- F(x', x), G(y', y), H(z', z), o\_s(x', y', z')$.（$r1.4$ より）

$r1.10: o\_q(x, y, z, z') :- o\_p(x, y, z), o\_s(x, y, z')$.（$r1.5$ より）

$r1.11: r\_q(a, y, z, z') :- o\_q(a, y, z, z')$.（問合せより）

$r1.12: r\_p(x, y, z) :- r\_q(x, y, z, z'), o\_p(x, y, z), o\_s(x, y, z')$.（$r1.5$ より）

$r1.13: r\_p(x', y', z') :- r\_p(x, y, z), B(x', x), C(y', y), D(z', z), o\_p(x', y', z')$.（$r1.2$ より）

$r1.14: r\_s(x, y, z') :- r\_q(x, y, z, z'), o\_p(x, y, z), o\_s(x, y, z')$.（$r1.5$ より）

$r1.15: r\_s(x', y', z') :- r\_s(x, y, z), F(x', x), G(y', y), H(z', z), o\_s(x', y', z')$.（$r1.4$ より）

ルール $r1.6, \cdots, r1.10$ は，述語名 p, s, q が o_p, o_s, o_q に変更されている点を除き，元のルール $r1.1, \cdots, r1.5$ に等しい．したがって，ルール $r1.6, \cdots, r1.10$ をボトムアップ評価すると，IMP_{o_p}, IMP_{o_s}, IMP_{o_q}（すなわち，IMP_p, IMP_s, IMP_q）が生成される．ルール $r1.11, \cdots, r1.15$ はこれを問合せ $q(a, y, z, z')$? に関連づけるものであって，r_q, r_p, r_s はその結果を表す述語である．まず，ルール $r1.11$ のボディの述語 $o\_q(a, y, z, z')$ は解 $q(a, y, z, z')$ を与えるから，ヘッド述語 $r\_q(a, y, z, z')$ は解の関連 ga を与える．$r1.12$ のヘッド述語 $r\_p(x, y, z)$ は，ルール $r1.5$ を使って $q(a, y, z, z')$ の関連 ga を導出する際に使われる $p(x, y, z)$ の関連 ga を与え，$r1.13$ のヘッド述語 $r\_p(x', y', z')$ は，ルール $r1.2$ を使って $p(x, y, z)$ の関連 ga を導出する際に使われる $p(x', y', z')$ の関連 ga を与える．ルール $r1.14$, $r1.15$ のヘッド述語 r_s も，r_p と同様に，s についての関連 ga を与える．すなわち，$S1^{REL} = (P1^{REL}, D1) = (\{r1.6, \cdots, r1.15\}, D1)$ は写像 $g1$:

$p \rightarrow r\_p$, $s \rightarrow r\_s$, $q \rightarrow r\_q$, （引数は省略）

の下で問題 $(q(a, y, z, z'), S1)$ の関連 ddb である．

step 2 緩和関連 ddb を作る1つの方法として，ルール集合 $P1^{REL}$ の各述語から Z 座標に対応する引数を消去し（すなわち，4章のヘッド引数消去），次のルール集合 $P1^{RLXR}$: $r1.16, \cdots, r1.25$, を作る．

$r1.16: ro\_p(x, y) :- A(x, y, z)$.（$r1.6$ より）

$r1.17: ro\_p(x, y) :- B(x', x), C(y', y), ro\_p(x', y')$.（$r1.7$ より）

$r1.18: ro\_s(x, y) :- E(x, y, z)$.（$r1.8$ より）

$r1.19: ro\_s(x, y) :- F(x', x), G(y', y), ro\_s(x', y')$.（$r1.9$ より）

$r1.20: ro\_q(x, y) :- ro\_p(x, y), ro\_s(x, y)$. ($r1.10$ より)

$r1.21: rr\_q(a, y) :- ro\_q(a, y)$. ($r1.11$ より)

$r1.22: rr\_p(x, y) :- rr\_q(x, y), ro\_p(x, y), ro\_s(x, y)$. ($r1.12$ より)

$r1.23: rr\_p(x', y') :- rr\_p(x, y), B(x', x), C(y', y), ro\_p(x', y')$. ($r1.13$ より)

$r1.24: rr\_s(x, y) :- rr\_q(x, y), ro\_p(x, y), ro\_s(x, y)$. ($r1.14$ より)

$r1.25: rr\_s(x', y') :- rr\_s(x, y), F(x', x), G(y', y), ro\_s(x', y')$. ($r1.15$ より)

ここで，EDB 述語 D と H は Z 座標に対応する引数のみを持つので，それらの述語自身を消去した（4 章の述語消去）．その結果，$S1^{RLXR}=(P1^{RLXR}, D1)=(\{r1.16, \cdots, r1.25\}, D1)$ は写像 $f1$:

$r\_p(x, y, z)\rightarrow rr\_p(x, y), r\_s(x, y, z)\rightarrow rr\_s(x, y), r\_q(x, y, z, z')\rightarrow rr\_q(x, y)$,

の下で $S1^{REL}$ の緩和になる（述語 o_p, o_s, o_q に関する写像は省略）．

step 3 ルール集合 $P1: r1.1, \cdots, r1.5$, の各ルールのボディに，ヘッド述語 $p(x, y, z), s(x, y, z), q(x, y, z, z')$ についての制約 $f1(g1(p(x, y, z)))=rr\_p(x, y)$, $f1(g1(s(x, y, z)))=rr\_s(x, y)$, $f1(g1(q(x, y, z, z')))=rr\_q(x, y)$ を各々加えることにより，ルール集合 $P1'''$: $r1.26, \cdots, r1.30$ を作る．例えば，$r1.2$ のボディに $rr\_p(x, y)$ を加えてできる $r1.27$ は

$r1.27: p(x, y, z) :- rr\_p(x, y), B(x', x), C(y', y), D(z', z), p(x', y', z')$

となる．その結果，変形 ddb $S1^{MDF}=(P1'''\cup P1^{RLXR}, D1)$ が得られる．

作られた $S1^{MDF}$ の効率について考える．与えられた問題 $(q(a, y, z, z'), S1)$ の XY 座標のみを考慮し Z 座標を無視した小規模な問題を $(q'(a, y), S1')$ と記すとき，述語 rr_q, rr_p, rr_s はこの問題の関連集合を与える．すなわち，$REL(q'(a, y), S1')=IMP_{rr\_p}(S1^{RLXR})\cup IMP_{rr\_s}(S1^{RLXR})\cup IMP_{rr\_q}(S1^{RLXR})$ である．故に，$S1^{MDF}$ のボトムアップ評価 (step 4) では，$IMP_p(S1)$ の ga の生成が，述語 $rr\_p(x, y)$ の制約によって，その XY 座標が $REL(q'(a, y), S1')$ に属するもののみに限定される．述語 rr_s, rr_q についても同様である．例えば，ファクト集合 $D1$ として

$$D1=\{A(1, 100, 1), E(1, 99, 1)\}\cup\{B(i, j), C(j, i), D(i, j), F(i, j), G(i+98, j+98), H(i, j)\,|\,1\leq i\leq j\leq 100, (j=i+1 \text{ または } j=i),\ i, j: \text{整数}\} \quad (2\text{-}7)$$

が与えられ，$a=90$ とする．このとき，

$$IMP_{rr\_p}(S1^{MDF})\ (=IMP_{rr\_p}(S1^{RLXR}))=\{rr\_p(x, y)\,|\,1\leq x\leq 90, 99\leq y\leq 100,\ x, y: \text{整数}\} \quad (2\text{-}8)$$

であるので，$IMP_p(S1^{MDF})$ は

$$IMP_p(S1^{MDF})=\{p(x, y, z)\,|\,1\leq x\leq 90, 99\leq y\leq 100, 1\leq z\leq 100, x, y, z: \text{整数}\} \quad (2\text{-}9)$$

となる．一方，$S1$ をボトムアップ評価したとすると，

$$IMP_p(S1)=\{p(x, y, z)\,|\,1\leq x\leq 100, 1\leq y\leq 100, 1\leq z\leq 100, x, y, z: \text{整数}\}$$

である．その他の述語についても $IMP_s(S1^{MDF})\subset IMP_s(S1), IMP_q(S1^{MDF})\subset IMP_q(S1)$ が成立し，$S1^{MDF}$ が $S1$ より効率的に解けることが分かる．

例 1 にマジックテンプレート法，および，その他の従来の方法を適用した場合の，緩和法との効率比較については 3 章で述べる．

3. 従来の方法との比較

緩和法と従来の方法とを比較する．まず初めに，一般の問題を対象とした従来の方法と緩和法とを比較し，従来の方法が acyclic sip (sideways information passing)[4] による拘束の伝搬のみを扱うのに対し，緩和法は cyclic sip による拘束の伝搬も扱えるので，緩和法が従来の方法より優れていることを示す．緩和法が優れているその他の点に関しては 4 章と 5 章で述べる．次に，一般の問題を対象とした従来の方法が緩和法の枠組みで扱えることを示す．最後に，特定の問題を対象とした従来の方法と緩和法とを比較する．

マジックテンプレート法により，2 章の例 1 の問題 $(q(a, y, z, z'), S1)$ を解く．例 1 の問題のルール $r1.5$ には 2 つの acyclic sip:

$\text{sip1}=(\{q_h\}\rightarrow_{\{x\}} p;\ \{q_h, p\}\rightarrow_{\{x,y\}} s)$,

$\text{sip2}=(\{q_h\}\rightarrow_{\{x\}} s;\ \{q_h, s\}\rightarrow_{\{x,y\}} p)$,

がある．ここで，述語 $q_h(x)$ は，問合せ $q(a, y, z, z')$? において定数に固定されている引数（第 1 引数）のみに限定されたヘッド述語 $q(x, y, z, z')$ を示す．マジック述語 $magic\_p$ を m_p と略す．マジックテンプレート法が，sip1 に基づき $S1$ のルール集合 $P1$ を書き換えて作るルール集合 $P1^{mg}$: $r1.31, \cdots, r1.40$, を以下に示す．

$r1.31: m\_q(a)$.

$r1.32: m\_p(x) :- m\_q(x)$.

$r1.33: m\_p(x') :- m\_p(x), B(x', x).$

$r1.34: m\_s(x, y) :- m\_q(x), p(x, y, z).$

$r1.35: m\_s(x', y') :- m\_s(x, y), F(x', x), G(y', y).$

$r1.36$:～$r1.40$: ルール $r1.1, \cdots, r1.5$ のボディに，ヘッド述語 $p(x, y, z), s(x, y, z), q(x, y, z, z')$ に対するマジック述語 $m\_p(x), m\_s(x, y), m\_q(x)$ を加えてできるルール．

ここで，述語 $m\_q^{bfff}, m\_p^{bff}, p^{bff}$ 等の adornment $bfff, bff, bff$ は省略した．ファクト集合 $D1$ および定数 a を2章の式(2-7)で与えたデータとし，ddb $S1^{mg} = (P1^{mg}, D1)$ をボトムアップ評価する．そのとき，述語 p を拘束するためのマジック集合 (MS_{m_p} と記す) は

$$MS_{m\_p} = IMP_{m\_p}(S1^{mg}) = \{m\_p(x) \mid 1 \leq x \leq 90, x: \text{整数}\} \quad (3\text{-}1)$$

であるので，$IMP_p(S1^{mg})$ は

$$IMP_p(S1^{mg}) = \{p(x, y, z) \mid 1 \leq x \leq 90, 1 \leq y \leq 100, 1 \leq z \leq 100\} \quad (3\text{-}2)$$

となり，緩和法により生成された式(2-9)の $IMP_p(S1^{MDF})$ より大きい．IMP_s，IMP_q については緩和法のそれらと各々等しい．sip2 についても同様で，$IMP_s(S1^{mg}) \supset IMP_s(S1^{MDF})$ となる． 1章で述べたように，マジックテンプレート法は，アレクサンダーテンプレート法，HCT/R 法とともに，制約の生成に関し従来の方法の中でもっとも一般的である．故に，一般の問題を対象とした，マジックテンプレート法以外の方法も IMP_p，IMP_s，IMP_q より小さな集合を生成することはない．

したがって，本問題例に対しては緩和法は，一般の問題を対象とした従来のいずれの方法よりも優れる．これは以下の理由による．従来の方法において cyclic sip に基づき ddb S^{mg} を作ると，そのボトムアップ評価ではデッドロックが生じ ga が生成されないため，従来の方法では acyclic sip のみが使われる．つまり，拘束が片方向にしか伝わらない．本例において，acyclic な sip1 は，述語 $p(x, y, z)$ の引数 y から述語 $s(x, y, z')$ の引数 y へは $p(x, y, z)$ の y の値と $s(x, y, z')$ の y の値が等しいという拘束を伝えるが，しかし，逆方向には拘束を伝えない．その結果，マジック述語 $m\_s(x, y)$ は $s(x, y, z)$ の第2引数 y についての拘束を持つが，マジック述語 $m\_p(x)$ は $p(x, y, z)$ の第2引数 y についての拘束を持たない (式(3-1))．一方，緩和法では拘束を両方向に伝えることができる．同じ問題に対する緩和法の解法例（2章）において，述語 $rr\_s(x, y)$ が $s(x, y, z)$ の第2引数 y についての拘束を持つのに加え，述語 $rr\_p(x, y)$ も $p(x, y, z)$ の第2引数 y についての拘束を持つからである (式(2-8))．

次に，一般の問題を対象とした従来の方法を緩和法の枠組みで扱うことを考える．任意の問題に対し，マジックテンプレート法と HCT/R 法は同じルール集合 P^{mg} を生成する．アレクサンダーテンプレート法が作るルール集合は，ボトムアップ評価の際の計算の重複を防ぐように，マジックテンプレート法と HCT/R 法が作るルール集合を補助マジック述語を使ってさらに改良している．緩和法は，任意の問題に対し，マジックテンプレート法，HCT/R 法が作るのと同じルール集合 P^{mg} を作ることができる．また，補助マジック述語はそのまま緩和法に導入でき，このとき，緩和法はアレクサンダーテンプレート法が作るのと同じルール集合を作ることもできる．以下に，マジックテンプレート法が生成した上記のルール集合 $P1^{mg}$: $r1.31, \cdots, r1.40$, を緩和法により作る例を与える．関連 ddb のルール集合として，$P1^{REL'}$: $r1.6, \cdots, r1.13, r1.41, r1.15, r1.42, r1.43$, を使う．

$r1.6$:～$r1.13$: 第2章のルール $r1.6, \cdots, r1.13$ と同じ．

$r1.41: r\_s(x, y, z') :- r\_q(x, y, z, z'), p(x, y, z), o\_s(x, y, z').$

$r1.15$: 第2章のルール $r1.15$ と同じ．

$r1.42: p(x, y, z) :- r\_p(x, y, z), A(x, y, z).$

$r1.43: p(x, y, z) :- r\_p(x, y, z), B(x', x), C(y', y), D(z', z), p(x', y', z').$

$P1^{REL'}$ と例1の $P1^{REL}$ を比べた場合，$P1^{REL'}$ では，r_p に限定された p を与えるルール $r1.42, r1.43$ が追加され，r_s を与えるルール $r1.41$ のボディには o_p ではなくその p が使われている．$P1^{REL'}$ は $P1^{REL}$ と比べ冗長であるが，$S1^{REL'} = (P1^{REL'}, D1)$ の述語 r_p, r_s, r_q はやはり関連集合 $REL(q(a, y, z, z'), S1)$ を与える．次に，$P1^{REL'}$ を以下のように緩和する．r_q の第2，3，4引数，r_p の第2，3引数，r_s の第3引数を消去し，各々，述語 rr_q, rr_p, rr_s とする（4章のヘッド引数消去）ことにより，ルール $r1.11, r1.12, r1.13, r1.41, r1.15, r1.42, r1.43$ からルール $r1.11', r1.12', r1.13', r1.41', r1.15', r1.42', r1.43'$ を作る．さらに，ルール $r1.11', r1.12', r1.13', r1.41', r1.15'$ のボディより述語 o_q, o_p, o_s,

C, D, H を消去し（4章の述語消去），ルール $r1.11''$, $r1.12''$, $r1.13''$, $r1.41''$, $r1.15''$ を作る．その結果，述語 o_q, o_p, o_s をヘッドに持つルール $r1.6, \cdots, r1.10$ は rr_q, rr_p, rr_s の ga の生成とは無関係になるので，それらのルール自身を消去する．このようにしてできたルールの集合を $P1^{RLXR'}$ ($=\{r1.11'', r1.12'', r1.13'', r1.41'', r1.15'', r1.42', r1.43'\}$) とする．最後に，述語 rr_q, rr_p, rr_s を $P1$ のルール $r1.1, \cdots, r1.5$ のボディに付加することによりルール集合 $P1''''$ を作り，変形データベース $S1^{MDF'}=(P1'''' \cup P1^{RLXR'}, D1)$ を得る．ルール集合 $P1'''' \cup P1^{RLXR'}$ は，述語名 rr_q, rr_p, rr_s が m_q, m_p, m_s と異なる点を除き，マジックテンプレート法が作ったルール集合 $P1^{mg}$: $r1.31, \cdots, r1.40$，と等しい．

最後に，2章の例1に，RL 法，CRL 法，CORL 法，計数法，逆計数法，HaNa 法，拡張 HaNa 法等，特定の問題を対象とした従来の方法を適用することを考える．例1は，同世代問題

$sg(x, y) :- Flat(x, y).$

$sg(x, y) :- Parent(x, x'), Parent(y, y'), sg(x', y').$

問合せ : $sg(a, y)?$

の変形である．同世代問題のためには，計数法[2),3)]，逆計数法[2),3)]，HaNa 法[5)]，拡張 HaNa 法[19)]等が提案されているが，例1は引数の数，ルールの形，問合せの形が少し異なるので，逆計数法を少し変形した方法および拡張 HaNa 法を少し変形した方法だけが例1に適用可能である．例1の EDB B, C, D, F, G, H の各々が表すグラフの節点数を n，枝数を e と記し，EDB A, E の各々のサイズを t ($=|A|=|E|$) と記す．グラフ B, C, D の少なくとも1つがサイクルを含まず，かつ，グラフ F, G, H の少なくとも1つがサイクルを含まないとき，逆計数法を例1に適用でき，その最悪時間量は $O(tn^3)$ である．拡張 HaNa 法はサイクルの有無に関わらず適用でき，その最悪時間量は $O(tn^4 \log n)$ [19)]である．右線形問題を対象とする RL 法，CRL 法，CORL 法は，同世代問題が右線形でなく，したがって，例1も右線形ではないので，例1には適用できない．緩和法，マジックテンプレート法は，サイクルの有無に関わらず適用でき，ともに最悪時間量は $O(e^3)$ [17)]である．なお，本章の始めに述べた緩和法とマジックテンプレート法の効率の差異はこの粗い見積もりには現れていない．例1に対しては，$n \leq e \leq n^2$ を考慮すると，t が小さい場合，緩和法は逆計数法，拡張 HaNa 法より非効率である．

しかしながら，例1を少し変形すると，逆計数法も拡張 HaNa 法も適用できない問題を容易に作ることができる．1つの問題例を6章の例 1a に与える．例 1a は，例1に2つの線形ルール

$p(x, y, z) :- B'(x', x), C'(y', y), D'(z', z), p(x', y', z').$

$s(x, y, z) :- F'(x', x), G'(y', y), H'(z', z), s(x', y', z').$

を加えたものである．この例 1a に対しては，逆計数法も拡張 HaNa 法も適用できず，筆者らの知る限り，従来の方法の中でマジックテンプレート法（アレクサンダーテンプレート法，HCT/R 法等を含む）だけが適用可能であると思われる．しかも，本章の初めに述べた，cyclic sip による拘束の伝搬の反映という，緩和法のマジックテンプレート法に対する利点は例 1a に対しても保持されている．したがって，例 1a に対しては，筆者らの知る限り，緩和法は従来のいかなる方法よりも効率的と思われる．

なお，緩和法のマジックテンプレート法に対する別の利点を示すために4章，5章で与える例2，例3，例4も例1と同様に同世代問題の変形であり，これらの問題に対しても，逆計数法，拡張 HaNa 法は緩和法より効率的である．しかしながら，6章に与える，例2の変形である例 2a と例 2b，例3の変形である例 3a と例 3b，例4の変形である例 4a と例 4b には，例 1a と同様，逆計数法も拡張 HaNa 法も適用できない．しかも，これらの変形問題に対しては，元となった例2，例3，例4における緩和法のマジックテンプレート法に対する利点がそのまま保持されている．例 2a と例 2b に対しては，例 1a と同様に，筆者らの知る限り，従来の方法の中でマジックテンプレート法だけが適用可能であると思われ，しかも，緩和法はマジックテンプレート法よりも効率的である．したがって，例 2a，例 2b の問題に対しても，緩和法は従来のいかなる方法よりも効率的と思われる．また，例 3a，例 3b，例 4a，例 4b に対しては，筆者らの知る限り，マジックテンプレート法も含め，従来のいかなる方法も適用できないと思われ，したがって，緩和法はこれらの問題を効率化できる唯一の方法と思われる．4章，5章の例2，例3，例4の説明においては，重複を避けるため，緩和法とマジックテンプレート法との比較についてのみ述べ，緩和法と逆計数法，拡張 HaNa 法との比較は述べない．

4. 緩和基本演算

緩和法の step 2（2章）において，S^{REL} を緩和し S^{RLXR} と f を作るための基本演算を5つ以下に与える．これらの基本演算は組み合わせて用いることができる．演算をどのように選択し適用しても，(i) S^{REL}, S^{RLXR}, f は式(2-3)の条件を満足する．したがって，2章で示したように，緩和法が解を正しく求めることが保証される．効率を高めるためには，(ii) S^{RLXR} のボトムアップ評価の時間計算量，領域計算量が小さい，(iii) S^{RLXR} と f が定める $PREL$ が REL をできるだけ正しく近似する，ことが必要である．そのためには，2章の例で示したように，S^{REL} のもつ重要な拘束を残しつつかつ S^{REL} を簡略化するように演算を適切に選択し適用することが必要である．以下の(1)から(5)の説明では，元になる ddb を $S'=(P', D')$，演算を適用した結果を $S''=(P'', D'')$ と記す．

(1) **述語消去** (predicate elimination)　P' の1つのルール r' に注目し，そのボディにある述語を消去することによりルール r'' を作り，r' と置き換える．$P''=P'-\{r'\}\cup\{r''\}$, $D''=D'$ である．この場合の f は，任意の IDB 述語 p ($\in N(S')$) について，恒等写像 $f(p(\boldsymbol{y}))=p(\boldsymbol{y})$ とする．ルール r' ($\in P'$) のボディに含まれる異なる変数の数を $deg(r')$ と記すと，粗い見積もりでは，r'をボトムアップ評価する最悪時間計算量は $O(|C(S')|^{deg(r')})$ である．したがって，時間計算量を減らすためには，$deg(r')$ または $|C(S')|$ を減少させることが有効である．ルール r' のボディからある変数を含むすべての述語が消去されるように述語消去演算を複数回適用しルール r''' を作ると，$deg(r''')<deg(r')$ となるので，時間計算量の小さなルール r''' を得ることができる．

(2) **ボディ述語分割** (decomposition of body predicate)　P' の1つのルール $r': q :-p(\boldsymbol{x}), s, t, \cdots, u,$ に注目し，そのボディにあるある IDB 述語，例えば p を

$$p(\boldsymbol{x})\rightarrow p_1(\boldsymbol{x}_1)\wedge\cdots\wedge p_k(\boldsymbol{x}_k),$$
$$\langle\boldsymbol{x}_1\rangle, \cdots, \langle\boldsymbol{x}_k\rangle\subset\langle\boldsymbol{x}\rangle, k\geq 1$$

のように分割し，r' の p を $p_1\wedge\cdots\wedge p_k$ で置き換えルール r'' を作る．さらに，$p_1, \cdots, p_k$ を定義するルール $r_1'', \cdots, r_k''$ を加える．

$$r'': q :-p_1(\boldsymbol{x}_1), \cdots, p_k(\boldsymbol{x}_k), s, t, \cdots, u.$$
$$r_1'': p_1(\boldsymbol{x}_1) :-p(\boldsymbol{x}).$$
$$\vdots$$
$$r_k'': p_k(\boldsymbol{x}_k) :-p(\boldsymbol{x}).$$

この場合も f は恒等写像である．$k=1$ のとき，変数集合 $\langle\boldsymbol{x}\rangle$ が $\langle\boldsymbol{x}_1\rangle$ に縮小されるので，この方法を**ボディ引数消去** (body argument elimination) と呼ぶ．

この方法によると，例えば，ルール r' のボディにあるある変数 x に着目し，x を含むすべての述語 (p, s とする) を変数 x を消去してできる述語 p_1, s_1 に置き換えて，ルール r''' を作ることができる．このとき，$deg(r''')<deg(r')$ であるので，ルール r''' の時間計算量は少なくてよい．また，述語 p, s が変数 x を含まない部分 (p_1, s_1 と記す) と変数 x を含む部分 (p_2, s_2 と記す) との連言 $p_1\wedge p_2, s_1\wedge s_2$ に置き換わるように，r' にボディ述語分割演算 ($k=2$) を複数回適用し p_1, p_2, s_1, s_2 を含むルール r''' を作り，さらに，r''' が p_1, s_1 を含むルール r_1''' と p_2, s_2 を含むルール r_2''' に分割されるように，r''' に次のルール分割演算(3)を適用しルール r_1''', r_2''' を作る．こうすれば，$deg(r_1'''), deg(r_2''')<deg(r')$ となるので，変数 x を r_2''' に残しつつ，時間計算量の小さなルール r_1''', r_2''' を得ることができる．

ボディ引数消去は述語消去より，また，ボディ述語分割 ($k\geq 2$) はボディ引数消去より，細かなルール書き換えが可能である．

(3) **ルール分割** (decomposition of rule)　P' のルール $r': p(\boldsymbol{x}) :-q_1(\boldsymbol{x}_1), q_2(\boldsymbol{x}_2), \cdots, q_n(\boldsymbol{x}_n),$ はボディに多くの変数，多くの述語を含むとする．r' のボディの述語を2つのグループ $\{q_1(\boldsymbol{x}_1), \cdots, q_l(\boldsymbol{x}_l)\}$ と $\{q_h(\boldsymbol{x}_h), \cdots, q_n(\boldsymbol{x})\}$ に分ける．ただし，$\{q_1(\boldsymbol{x}_1), \cdots, q_l(\boldsymbol{x}_l)\}\cup\{q_h(\boldsymbol{x}_h), \cdots, q_n(\boldsymbol{x}_n)\}=\{q_1(\boldsymbol{x}_1), \cdots, q_n(\boldsymbol{x}_n)\}$ であるが，同じ述語が2つのグループに重複して含まれてもよい．グループ $\{q_1(\boldsymbol{x}_1), \cdots, q_l(\boldsymbol{x}_l)\}$ に含まれ，かつ，グループ $\{q_h(\boldsymbol{x}_h), \cdots, q_n(\boldsymbol{x}_n)\}$ またはヘッド $p(\boldsymbol{x})$ に含まれる変数よりなる引数ベクトルを $\boldsymbol{x}'$ と記す．ルール r' を次の2つのルール r_1'', r_2'' に分割し，置き換える．

$$r_1'': p'(\boldsymbol{x}') :-q_1(\boldsymbol{x}_1), \cdots, q_l(\boldsymbol{x}_l).$$
$$r_2'': p(\boldsymbol{x}) :-p'(\boldsymbol{x}'), q_h(\boldsymbol{x}_h), \cdots, q_n(\boldsymbol{x}_n).$$

この場合も f は恒等写像である．このとき，$deg(r_1'')$, $deg(r_2'')<deg(r')$ となるようにルール分割演算を適用すれば，時間計算量の小さなルール r_1'', r_2'' を得ることができる．

述語 p' の引数の数を $deg(p')$ と記すとき，粗い見積もりでは，$IMP_{p'}(S'')$ を蓄えるための最悪領域計算量は $O(|C(S'')|^{deg(p')})$ となる．この計算量が大きすぎる場合は，p' に次に説明するヘッド引数消去演算

(4)を適用し $deg(p')$ を減らすか，または，D'' ($=D'$) に，これも後述の定数グループ化演算(5)を適用し $|C(S'')|$ を減らす必要がある．

(4) **ヘッド述語分割** (decomposition of head predicate)　ある IDB 述語 p ($\in N(S')$) をヘッドまたはボディにもつすべてのルールを $r'_1, \cdots, r'_h$ ($\in P'$) と記す．述語 p の分割

$$p(\boldsymbol{x}) \to p_1(\boldsymbol{x}_1) \wedge \cdots \wedge p_k(\boldsymbol{x}_k),$$
$$\langle \boldsymbol{x}_1 \rangle, \cdots, \langle \boldsymbol{x}_k \rangle \subset \langle \boldsymbol{x} \rangle, k \geq 1$$

を定め，各ルール $r'_i: p:-p, q_1, \cdots, q_l$, に対し，そのボディに含まれるすべての p を $p_1 \wedge \cdots \wedge p_k$ で置き換え，各 p_j をヘッドとするルール $r''_{i1}, \cdots, r''_{ik}$ を作る．

$$r''_{i1}: p_1:-p_1, \cdots, p_k, q_1, \cdots, q_l.$$
$$\vdots$$
$$r''_{ik}: p_k:-p_1, \cdots, p_k, q_1, \cdots, q_l.$$

(ルール r'_i が p をヘッドに持たないときは，ボディの p のみが $p_1 \wedge \cdots \wedge p_k$ と置き換えられるので，ルールは1つだけできる．) 写像 f は，述語 p については $f(p(\boldsymbol{x})) = p_1(\boldsymbol{x}_1) \wedge \cdots \wedge p_k(\boldsymbol{x}_k)$, p 以外の述語については恒等写像である．$k=1$ のときのヘッド述語分割を**ヘッド引数消去** (head argument elimination) と呼ぶ．$deg(p_j) < deg(p)$, $j=1, \cdots, k$, であるので，r''_{ij} の領域計算量は一般に小さくなる．ルール $r''_{i'j'}$ がヘッド $p_{j'}(\boldsymbol{x}_{j'})$ の生成にはあまり関係のない述語をボディに含む場合，通常，そのルール $r''_{i'j'}$ にさらに述語消去演算(1)を適用し不要な述語を消去する．

(5) **定数グループ化** (grouping of constant)　$S'=(P', D')$ に現れる定数集合をいくつかのグループ $c_1, \cdots, c_m$ へグループ分けして，簡略化する．このグループ化を表す many-to-one 写像を $f_c: C(S') \to \{c_1, \cdots, c_m\}$ とすると，S' のルールおよびファクトに現れる各定数 b を $f_c(b)$ に置き換えることにより $S''=(P'', D'')$ を作る．すなわち，S'' のファクト集合 D'' を

$D''=\{A'(f_c(b_1), \cdots, f_c(b_h)) \mid A$ は P' の EDB 述語，かつ，$A(b_1, \cdots, b_h) \in D'\}$

とする．また，EDB 述語または定数を含む P' のすべてのルールを $r'_i, i=1, 2, \cdots, n$, として，それらに現れる各 EDB 述語 A および各定数 b を A', $f_c(b)$ と置き換えてルール r''_i を作り，できた r''_i を r'_i と置き換えて S'' のルール集合 P'' を作る．写像 f は任意の述語 p について

$$f(p(x_1, \cdots, x_m)) = p(f_c(x_1), \cdots, f_c(x_m)) \quad (4\text{-}1)$$

である．$|C(S'')| < C(S')|$ であるので，領域計算量および時間計算量の小さな S'' を得ることができる．

なお，S' が関数記号を含んでも定数グループ化は行えるが，上記の D'' および $f(p(x_1, \cdots, x_m))$ の式は関数記号を含まない場合を示した．また，S' が算術述語を含む場合，新しい定数 $c_1, \cdots, c_m$ への算術述語の適用は一般に不可能であるので，S' が算術述語を含む場合は定数グループ化は行わない．

述語消去演算(1)，ボディ述語分割演算(2)がルール r'' を，ヘッド述語分割演算(4)がルール r''_{ij} を各々生成するとき，これらのルールが領域制限されている（すなわち，ルールのヘッドに現れる変数がすべてボディに現れる）ことを，これらの基本演算に条件として新たに付加することができる．このとき，与えられた問題 $(q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x}), S)$ の ddb S が領域制限されているならば，緩和法により，5つの基本演算をどのように適用して ddb S^{MDF} を作っても，できた S^{MDF} もまた領域制限されることが保証される．5章の例3に述べるように，S^{MDF} が算術述語を含む場合，S^{MDF} が領域制限されていることは S^{MDF} のボトムアップ評価にとって重要である．

述語消去，ヘッド引数消去は従来の多くの方法で使われている．ヘッド述語分割 ($k \geq 2$) は文献12)で使われており，そこでは，P' と P'' が等価になる場合が議論されている．

例2　ルール集合 $P2: r2.1, r2.2:$

$$r2.1: s(x, y, z):-D(x, y, z)$$
$$r2.2: s(x, y, z):-A(x', x), B(y', y), C(z', z), s(x', y', z')$$

とファクト集合 $D2=A \cup B \cup C \cup \{D(a, a, a)\}$ より成る ddb $S2=(P2, D2)$ に対する問合せ $s(x, x, x)?$ に答えなさい．ただし，$V=C(S2)$ とするとき，$A, B, C \subseteq V \times V$ である．□

この問題は次のように解釈できる．ファクト集合 $D2$ は3種類のアーク ($Aarc, Barc, Carc$ と記す) をもつ有向グラフ $G=(V, A \cup B \cup C)$ を定める．$A(b, c) \in D2$ のとき，節点 b から節点 c へのAアーク $Aarc(b, c)$ が存在する．アーク $Barc$ と $Carc$ も同様である．$Aarc(Barc, Carc)$ のみから成る節点 b から節点 c へのあるパスを $Apath(b, c)(Bpath(b, c)$, $Cpath(b, c))$ と記し，そのパスの長さを $|Apath(b, c)|(|Bpath(b, c)|, |Cpath(b, c)|)$ と記す．このとき，述語 $s(x, y, z)$ は，節点 a から節点 x, y, z へ長さの等しい3種類のパス $Apath(a, x), Bpath(a, y), Cpath(a, z)$ が存在することを示し，問合せ $s(x, x, x)?$ は節点 a から節点 x に長さの等しい3種類のパスが存在するような

すべての節点xを求めることを要求する．

関連 ddb $S2^{REL}=(P2^{REL}, D2)$ のルール集合 $P2^{REL}$：$r2.3, r2.4, r2.5, r2.6$，を

$r2.3: o\_s(x, y, z):-D(x, y, z)$

$r2.4: o\_s(x, y, z):-A(x', x), B(y', y), C(z', z), o\_s(x', y', z')$

$r2.5: r\_s(x, x, x):-o\_s(x, x, x)$

$r2.6: r\_s(x', y', z'):-r\_s(x, y, z), A(x', x), B(y', y), C(z', z), o\_s(x', y', z')$

と定める．ここで，述語 r_s が写像 $g2(s(x, y, z))=r\_s(x, y, z)$ の下で関連集合 $REL(s(x, x, x), S2)$ を与える．

初めに，ヘッド述語分割演算，述語消去演算，ルール分割演算を使って $S2^{REL}$ を緩和し，写像 $f2$ の下で $S2^{RLXR}=(P2^{RLXR}, D2)$ を作る例を示す．

(1)述語 o_s, r_s の領域計算量を減らすために次のようにヘッド述語分割を行う．述語 $o\_s(x, y, z)$ を $o\_s_1(x, y)\wedge o\_s_2(y, z)\wedge o\_s_3(z, x)$ に，述語 $r\_s(x, y, z)$ を $r\_s_1(x, y)\wedge r\_s_2(y, z)\wedge r\_s_3(z, x)$ に分割することにより，ルール $r2.3$ よりルール $r2.7$，$r2.8$，$r2.9$ を，$r2.4$ より $r2.10$，$r2.11$，$r2.12$ を，$r2.5$ より $r2.13$，$r2.14$，$r2.15$ を，$r2.6$ より $r2.16$，$r2.17$，$r2.18$ を作る．例えば，ルール $r2.7$，$r2.8$，$r2.9$ は

$r2.7: o\_s_1(x, y):-D(x, y, z)$

$r2.8: o\_s_2(y, z):-D(x, y, z)$

$r2.9: o\_s_3(z, x):-D(x, y, z)$

となり，さらに，$r2.10$，$r2.13$，$r2.16$ は

$r2.10: o\_s_1(x, y):-A(x', x), B(y', y), C(z', z), o\_s_1(x', y'), o\_s_2(y', z'), o\_s_3(z', x')$

$r2.13: r\_s_1(x, x):-o\_s_1(x, x), o\_s_2(x, x), o\_s_3(x, x)$

$r2.16: r\_s_1(x', y'):-r\_s_1(x, y), r\_s_2(y, z), r\_s_3(z, x), A(x', x), B(y', y), C(z', z), o\_s_1(x', y'), o\_s_2(y', z'), o\_s_3(z', x')$

となる．

(2)次に，ルール $r2.10$，$r2.11$，$r2.12$，$r2.16$，$r2.17, r2.18$ の時間計算量を減らすために次のように述語消去を行う．$r2.10$ のボディより z または z' を含む述語 C, o_s_2, o_s_3 を，$r2.11$ のボディより x または x' を含む述語 A, o_s_1, o_s_3 を，$r2.12$ のボディより y または y' を含む述語 B, o_s_1, o_s_2 を，$r2.16$ のボディより z または z' を含む述語 $C, o\_s_2, o\_s_3, r\_s_2, r\_s_3$ を，$r2.17$ のボディより x または x' を含む述語 $A, o\_s_1, o\_s_3, r\_s_1, r\_s_3$ を，$r2.18$ のボディより y または y' を含む述語 $B, o\_s_1, o\_s_2, r\_s_1, r\_s_2$ を消去することにより，ルール $r2.19, \cdots, r2.24$ を作る．例えば，$r2.10, r2.16$ より各々作られるルール $r2.19$，$r2.22$ は

$r2.19: o\_s_1(x, y):-A(x', x), B(y', y), o\_s_1(x', y')$

$r2.22: r\_s_1(x', y'):-r\_s_1(x, y), A(x', x), B(y', y), o\_s_1(x', y')$

となる．

(3)最後にルール $r2.19, r2.20, r2.21$ の時間計算量をさらに減らすためにルール分割し，ルール $r2.25, \cdots, r2.30$ を作る．例えば，$r2.19$ より作られるルール $r2.25, r2.26$ は

$r2.25: t_1(x, y'):-A(x', x), o\_s_1(x', y')$

$r2.26: o\_s_1(x, y):-t_1(x, y'), B(y', y)$

となる．$deg(r2.25)(=3), deg(r2.26)(=3)<deg(r2.19)(=4)$ であるので，ルール $r2.55$ と $r2.26$ のボトムアップ評価の時間計算量は元のルール $r2.19$ のそれより小さくなる．以上の結果，緩和関連 ddb $S2^{RLXR}=(P2^{RLXR}, D2)$ はルール集合 $P2^{RLXR}$：$r2.7, r2.8, r2.9, r2.13$，$r2.14$，$r2.15, r2.22$，$r2.23$，$r2.24$，$r2.25, \cdots, r2.30$，として，また連言写像 $f2$ は $f2(o\_s(x, y, z))=o\_s_1(x, y)\wedge o\_s_2(y, z)\wedge o\_s_3(z, x)$，$f2(r\_s(x, y, z))=r\_s_1(x, y)\wedge r\_s_2(y, z)\wedge r\_s_3(z, x)$ として得られる．

次に，$S2^{RLXR}$ と $f2\cdot g2$ が定める潜在的関連集合 $PREL2=\{s(x, y, z)\,|\,r\_s_1(x, y), r\_s_2(y, z), r\_s_3(z, x)\in IMP(S2^{RLXR})\}$ について考える．グラフ G において，節点 a から節点 w へ，長さの等しい2種類のパス $Apath_1(a, w)$ と $Bpath_1(a, w)$ が存在し，かつ，長さの等しい2種類のパス $Bpath_2(a, w)$ と $Cpath_2(a, w)$ が存在し，かつ，長さの等しい2種類のパス $Cpath_3(a, w)$ と $Apath_3(a, w)$ が存在するような節点 w の集合を $RelaxedANS$ と記す．ここで，パス $Apath_1$，$Bpath_2, Cpath_3$ の長さは異なってもよい．このとき，$PREL2$ に含まれる任意の ga $s(b, c, d)$ は次の4つの条件を満足する．(1)e', e'', e''' は $RelaxedANS$ に属するある節点であり $(e', e'', e'''\in RelaxedANS)$，(2)節点 b と c から節点 e' へ長さの等しいパス $Apath_1(b, e')$ と $Bpath_1(c, e')$ が存在し，(3)節点 c と d から節点 e'' へ長さの等しいパス $Bpath_2(c, e'')$ と $Cpath_2(d, e'')$ が存在し，(4)節点 d と b から節点 e''' へ長さの等しいパス $Cpath_3(d, e''')$ と $Apath_3(b, e''')$ が存在する．

もし，ヘッド述語分割の代わりにヘッド引数消去 $o\_s(x, y, z)\rightarrow o\_s_1(x, y), r\_s(x, y, z)\rightarrow r\_s_1(x, y)$ を使っ

て $S2^{REL}$ を緩和し $S2^{RLXR1}$ および連言写像 $f2_1$ を作るならば，$S2^{RLXR1}$ と $f2_1 \cdot g_2$ が定める潜在的関連集合 $PREL2_1$ に含まれる ga $s(b,c,d)$ は条件(2)のみを満たし，条件(1)，(3)，(4)は必ずしも満たさない．$PREL2$ を $PREL2_1$ と比較すると，$PREL2$ は引数 z についての制約をもつ（条件(3)，(4)）のみならず，引数 x，y についても，条件(1)，(3)，(4)のために，より強い制約をもっていることが分かる．さらに，ヘッド引数消去 $o\_s(x,y,z) \to o\_s_2(y,z)$, $r\_s(x,y,z) \to r\_s_2(y,z)$ を使って $PREL2_2$ を，同じく，ヘッド引数消去 $o\_s(x,y,z) \to o\_s_3(z,x)$, $r\_s(x,y,z) \to r\_s_3(z,x)$ を使って $PREL2_3$ を作り，$PREL2_1$ と $PREL2_2$ と $PREL2_3$ の共通部分を新しい潜在的関連集合 $PREL2'$ ($=PREL2_1 \cap PREL2_2 \cap PREL2_3$) とする場合を考える．このとき，$PREL2'$ は条件(2)，(3)，(4)を満たすが，しかし，条件(1)は必ずしも満たさない．$PREL2$ は条件(1)だけ $PREL2'$ より強い制約となっている．このように，ヘッド述語分割がヘッド引数消去の組み合わせより強い制約を作る問題がある．マジックテンプレート法を本問題例に適用した場合にも同じことが言える．adornment の異なる3つの問合せ $s^{bbf}(x,x,x)$? と $s^{fbb}(x,x,x)$? と $s^{bfb}(x,x,x)$? の各々にマジックテンプレート法を適用すると，$PREL2_i$, $i=1,2,3$, を表すマジック述語 $magic\_s^{bbf}(x,y)$, $magic\_s^{fbb}(y,z)$, $magic\_s^{bfb}(z,x)$ を作ることができる．したがって，これらの共通部分をとることにより $PREL2'$ を作ることができる．しかし，条件(1)を満足する制約 $PREL2$ は作ることができない．これは，マジックテンプレート法がヘッド引数消去は扱うが，ヘッド述語分割は扱わないためである．本問題例に対しては，緩和法の作る $PREL2$ はマジックテンプレート法が作る制約より優れる．

なお，与えられた問題の関連集合 $REL(s(x,x,x), S2)$ について考えると，$REL(s(x,x,x), S2)$ に含まれる ga $s(b,c,d)$ は条件(1)，(2)，(3)，(4)に加え次の2つの条件を満足する．(5) e', e'', e''' は同一の節点であり ($e'=e''=e'''$)，(6)パス $Apath_1$, $Bpath_2$, $Cpath_3$ の長さは等しい．$PREL2$ は条件(5)と(6)のみを除き REL に等しい．

ところで，マジックテンプレート法の適用においては，問合せの adornment が $s^{bbb}(x,x,x)$? ではなく $s^{bbf}(x,x,x)$?, $s^{fbb}(x,x,x)$?, $s^{bfb}(x,x,x)$? であるという意味で，全 (full) sip ではなく部分 (partial) sip を利用した．これは，例2に対しては，部分 sip を利用するマジックテンプレート法の方が全 sip を利用するマジックテンプレート法より効率的だからである．例2に対するヘッド述語分割演算を使った緩和法は，sip の見方からすると，マジックテンプレート法よりも高度に部分 sip を利用することでより優れた制約を作っている，と見なすこともできる．文献10)で提案された CORL 法は，右線形問題に対する問合せ $p(x,y) \wedge Init(x,y)$? ($Init$ は EDB 述語) を，全 sip の代わりに部分 sip を使うことにより，効率的に評価する．またそこでは，部分 sip の研究の重要性が指摘されている．

次に，定数グループ化演算を使って $S2^{REL}$ を緩和する例を与える．グラフ $G=(V, A \cup B \cup C)$ のアーク $Aarc(Barc, Carc)$ のみから成るグラフを $G_A=(V,A)(G_B=(V,B), G_C=(V,C))$ と記し，G_A, G_B, G_C はサイクルを持つと仮定する．$G_A(G_B, G_C)$ のサイクル $Acycle_i$, $i=1,\cdots,l$ ($Bcycle_j$, $j=1,\cdots,m$, $Ccycle_k$, $k=1,\cdots,n$), を計算し[20]，節点 v と w が G_A のあるサイクル $Acycle_{i'}$ に属し，かつ，G_B のあるサイクル $Bcycle_{j'}$ に属し，かつ，G_C のあるサイクル $Ccycle_{k'}$ に属すとき ($v, w \in Acycle_{i'}, Bcycle_{j'}, Ccycle_{k'}$)，$f2''_c(v)=f2''_c(w)$ となるように定数写像 $f2''_c$ を定める．この $f2''_c$ を使って $S2^{REL}$ を緩和し，$S2^{RLXR''}$ および連言写像 $f2''$ を作る（式(4-1)）．このとき，$S2^{RLXR''}$ と $f2'' \cdot g2$ が定める潜在的関連集合 $PREL2''$ に含まれる ga $s(b,c,d)$ は，(7)ある節点 e に対し3種類のパス $Apath(b,e)$ と $Bpath(c,e)$ と $Cpath(d,e)$ が存在する，という条件を満足する．ただし，3つのパスの長さは異なってもよい．$PREL2$ の中の ga $s(b,c,d)$ が同じ節点 e へのパスの存在を保証しないのに対し，$PREL2''$ の中の ga $s(b,c,d)$ はこれを保証する．なお，この $PREL2''$ も，マジックテンプレート法は定数グループ化を扱わないので，マジックテンプレート法では作ることができない．

5. 停止性

緩和法やマジックテンプレート法が問題 (Q,S) に対し生成する ddb $S'=(P',D')$（緩和法では S^{MDF}，マジックテンプレート法では S^{mg}）のボトムアップ評価，すなわち，ファクト集合 D' に対するルール集合 P' の最小不動点 (least fixpoint) の計算について考える．S' のボトムアップ評価は例えばセミナイーブ法によって行われるが，S' のボトムアップ評価により解集合 ANS を得るためには，(i)不動点計算の各

ステージが実行可能であり（本稿では，ボトムアップ評価の実行可能性と呼ぶ）しかも，(ii)有限回のステージで停止する（本稿では，ボトムアップ評価の停止性と呼ぶ），ことが必要である．問題 (Q, S) が算術述語を含むとき，(i)が成立しない場合や，(i)は成立するが(ii)が成立しない場合があり，関数記号を含むとき，(ii)が成立しない場合がある．本章では，(i)および(ii)に関し，緩和法がマジックテンプレート法より優れる2つの例を与える．また，緩和法の適用範囲について述べる．

(i)に関し緩和法がマジックテンプレート法より優れる例を与える．問題 $(q(\boldsymbol{x}), S)$ の ddb $S=(P, D)$ が算術述語を含み，かつ，問合せ $q(\boldsymbol{x})$? が定数を含まない場合を考える．ただし，S は，1章で述べたように，領域制限されているものとする．定数を含まない問合せに対し，マジックテンプレート法は，領域制限されない ddb $S^{mg}=(P^{mg}, D)$ を生成する．このため，S^{mg} のボトムアップ評価は，算術述語を考慮した非基礎アトムを処理しなければならないために，実行不可能なことがある((i)が成立しない)．一方，緩和法は，マジックテンプレート法が生成する S^{mg} のほかに，領域制限された ddb S^{MDF} を生成することもできる．このとき，通常の問題では，S^{mg} が表す制約 $PREL$ と同じ制約を与える S^{MDF} を作ることも可能である．S^{MDF} のボトムアップ評価は，領域制限のために基礎アトム (ga) のみを処理すればよいので，たとえ算術述語を含んでいても実行可能である((i)が成立する)．領域制限された S^{MDF} を作れるのは以下の理由による．S が領域制限されているので S^{REL} も領域制限され，その S^{REL} に対し，領域制限を保存することを条件として付加した各緩和演算を適用すると，できた S^{RLXR} も領域制限される．また，S が領域制限されているので，S に S^{RLXR} を制約として付加してできる ddb (P''', D) も領域制限される．$S^{MDF}=(P''' \cup P^{RLXR}, D \cup D^{RLXR})$ は (P''', D) と $S^{RLXR}=(P^{RLXR}, D^{RLXR})$ の和であるので，S^{MDF} は領域制限される．以上が理由である．なお，たとえ S のボトムアップ評価が停止しても，緩和演算の適用により S のボトムアップ評価の停止性を保証していた条件が消去される場合は，S^{MDF} のボトムアップ評価は停止しない．以下に具体例を与える．

例3 ルール集合 $P3: r3.1, r3.2$:

$r3.1: p(x, y) :- A(x), B(y)$

$r3.2: p(x, y) :- p(x', y'), x=x'+10,$
$y=y'+7, 0 \leq x < 20, 0 \leq y < 20$

とファクト集合 $D3=A \cup B$（省略）より成る ddb $S3=(P3, D3)$ に対する問合せ $p(x, x)$? に答えなさい．ただし，A，B は実数の有限部分集合である．□

ルール $r3.2$ はボディに算術述語 $x=x'+10$ と $y=y'+7$ と $0 \leq x < 20$ と $0 \leq y < 20$ を含み，問合せ $p(x, x)$? は引数に定数を含まないことに注意せよ．また，ルール $r3.1$，$r3.2$ は領域制限されていることに注意せよ．

本問題にマジックテンプレート法を適用すると以下のルール集合 $P3^{mg}: r3.3, \cdots, r3.6$，を得る．

$r3.3: m\_p(x, x) :-.$

$r3.4: m\_p(x', y') :- m\_p(x, y), x'=x-10,$
$y'=y-7, -10 \leq x' < 10, -7 \leq y' < 14.$

$r3.5: p(x, y) :- m\_p(x, y), A(x), B(y).$

$r3.6: p(x, y) :- m\_p(x, y), p(x', y'), x=x'+10,$
$y=y'+7, 0 \leq x < 20, 0 \leq y < 20.$

ここで，マジック述語を m_p と記した．m_p の初期値を与えるルール $r3.3$ (seed と呼ばれる) が領域制限されていないことに注意せよ．$S3^{mg}=(P3^{mg}, D3)$ をボトムアップ評価しようとすると，ルール $r3.3$ と $r3.4$ の評価のために，以下の非基礎アトム $atom1$, $atom2$, $atom3$, $atom4$ を生成しなければならない．

$atom1: m\_p(x, x)$ ($r3.3$ より) (5-1)

$atom2: (m\_p(x', y') | x', y'$ は $x'=x-10,$
$y'=x-7, -10 \leq x' < 10, -7 \leq y' < 14$
を満たす) ($atom1$ と $r3.4$ より) (5-2)
$=(m\_p(x', y') | x', y'$ は $x'=x-10,$
$y'=x-7, 0 \leq x < 20$ を満たす) (5-3)

$atom3: (m\_p(x'', y'') | x'', y''$ は $(x''=x'-10,$
$y''=y'-7, -10 \leq x'' < 10, -7 \leq y'' < 14),$
$(x'=x-10, y'=x-7, 0 \leq x < 20)$
を満たす) ($atom2$ と $r3.4$ より) (5-4)
$=(m\_p(x'', y'') | x'', y''$ は $x''=x-20,$
$y''=x-14, 10 \leq x < 20$ を満たす) (5-5)

$atom4: (m\_p(x''', y''') | x''', y'''$ は $(x'''=x''-10,$
$y'''=y''-7, -10 \leq x''' < 10, -7 \leq y''' < 14),$
$(x''=x-20, y''=x-14, 10 \leq x < 20)$
を満たす) ($atom3$ と $r3.4$ より) (5-6)
$=(m\_p(x''', y''') | x''', y'''$ は $x'''=x-30,$
$y'''=x-21, 20 \leq x < 20$ を満たす) (5-7)

(ただし，$atom4$ の条件を表す式(5-7)を満足する x は存在しないので，$atom4$ は捨てられる．) これらのアトムの生成においては，(1)条件を表す式(5-2)を式

(5-3)に，式(5-4)を式(5-5)に，式(5-6)を式(5-7)に各々式変形し，(2)新しく生成される $atom_j$, $2 \leq j \leq 3$, がそれまでに生成された $atom_i$, $1 \leq i < j$, のインスタンスであるか否かを判断するために，条件を表す式(5-1), (5-3), (5-5)を比較し，(3)$atom4$ の条件を表す式(5-7)を満たす x が存在しないことを判断する，ことが必要である．しかし，このような処理をボトムアップ評価法が実行するのは不可能と思われる((i)が成立しない)．

次に，本問題に対し緩和法が生成するルール集合 $P3''' \cup P3^{RLXR}$: $r3.7, \cdots, r3.14$, を示す．

$r3.7 : ro\_p1(x) :- A(x)$.

$r3.8 : ro\_p2(y) :- B(y)$.

$r3.9 : ro\_p1(x) :- ro\_p1(x'), x = x' + 10, 0 \leq x < 20$.

$r3.10 : ro\_p2(y) :- ro\_p2(y'), y = y' + 7, 0 \leq y < 20$.

$r3.11 : rr\_p(x, x) :- ro\_p1(x), ro\_p2(x)$.

$r3.12 : rr\_p(x', y') :- rr\_p(x, y), ro\_p1(x'), ro\_p2(y'), x' = x - 10, y' = y - 7$.

$r3.13 : p(x, y) :- rr\_p(x, y), A(x), B(y)$.

$r3.14 : p(x, y) :- rr\_p(x, y), p(x', y'), x = x' + 10, y = y' + 7, 0 \leq x < 20, 0 \leq y < 20$.

上記のルールのうち，ルール $r3.7, \cdots, r3.12$ はルール集合 $P3^{RLXR}$ を表し，これらのルールは，2章で述べた方法により関連 ddb $S3^{REL} = (P3^{REL}, D3)$ を作り，ルール集合 $P3^{REL}$ 中の述語 $o\_p(x, y)$ を $ro\_p1(x) \wedge ro\_p2(y)$ にヘッド述語分割し，その後，領域制限を保存しつつ不要な述語を述語消去することにより作った．$P3^{REL}$ 中の述語 $r\_p(x, y)$ は，述語名を rr_p として，$P3^{RLXR}$ 中にそのまま残されている．rr_p がマジック述語 m_p が表している制約 $PREL3$ と同じ制約を与えていることに注意せよ．$S3^{MDF}$ のすべてのルール $r3.7, \cdots, r3.14$ は領域制限されているが，特に，rr_p の初期値を与えるルール $r3.11$ が，m_p の初期値を与えるルール $r3.3$ と異なり，領域制限されていることに注意せよ．セミナイーブ法による $S3^{MDF} = (P3''' \cup P3^{RLXR}, D3)$ のボトムアップ評価では基礎アトムのみが生成されるので，ボトムアップ評価は実行可能である((i)が成立する)．なお，ルール $r3.9$, $r3.10$ には停止性を保証する条件 $0 \leq x < 20, \leq y < 20$ が残されているので，S^{MDF} のボトムアップ評価は停止する．

次に，(ii)に関し緩和法がマジックテンプレート法より優れる例を与える．問題 $(q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x}), S)$ の ddb S が関数記号を含む場合を考える．ただし，ddb S のボトムアップ評価は停止するものとする．マジックテンプレート法が生成する ddb S^{mg} では，マジック述語 $magic\_p$ を定めるために，元問題またはそれを簡略化した問題のトップダウン評価をシミュレートしようとする．このため，たとえ S のボトムアップ評価が停止しても，S^{mg} のボトムアップ評価は停止しないことがある((ii)が成立しない)[14),16)]．一方，緩和法が生成する ddb S^{MDF} では，制約を表す述語 rr_p を定めるために，通常，まず初めに元問題を簡略化した問題をボトムアップ評価し，その後，これによって得られた有限な ga 集合 IMP' の制約のもとに，元問題またはそれを簡略化した問題をトップダウン評価することをシミュレートしようとする．このため，S^{mg} のボトムアップ評価は停止しないが，一方，S^{MDF} のボトムアップ評価は(IMP' による制約のおかげで)停止する問題が存在する((ii)が成立する)．S^{MDF} を作る1つの方法として，元問題を簡略化した問題 $(q'(\boldsymbol{a}', \boldsymbol{x}'), S')$ を作り，この簡略化問題の関連 ddb S'^{REL} を求め，この関連 ddb を元問題 $(q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x}), S)$ の緩和関連 ddb S^{RLXR} として使うことにより，ddb S^{MDF} を作る．このようにして作られた ddb S^{MDF} は，以下の条件(1)，(2)，(3)が成立するとき，そのボトムアップ評価が停止し，かつ，正しい解集合 ANS を与える．(1)元問題 $(q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x}), S)$ の ddb S のボトムアップ評価が停止し，(2)簡略化問題 $(q'(\boldsymbol{a}', \boldsymbol{x}'), S')$ の ddb S' のボトムアップ評価が停止し，(3)簡略化問題の関連 ddb S'^{REL} が，元問題の関連 ddb S^{REL} に緩和演算を適用することによっても得られる，すなわち，元問題のある緩和関連 ddb S^{RLXR} を表している ($S'^{REL} = S^{RLXR}$)．停止性は以下の理由による．S' のボトムアップ評価が停止するので(条件(2))，S'^{REL} のボトムアップ評価も停止する．この S'^{REL} を S^{RLXR} として使うことができるので(条件(3))，このようにすれば，$S^{RLXR} = (P^{RLXR}, D^{RLXR})$ のボトムアップ評価も停止することになる．さらに，$S = (P, D)$ のボトムアップ評価が停止するので(条件(1))，S に S^{RLXR} を制約として付加してできる ddb(P''', D) のボトムアップ評価も停止する．$S^{MDF} = (P''' \cup P^{RLXR}, D \cup D^{RLXR})$ は (P''', D) と S^{RLXR} の和であるので，S^{MDF} のボトムアップ評価は停止する．ただし，条件(3)を無視して簡略化問題 $(q'(\boldsymbol{a}', \boldsymbol{x}'), S')$ を定めると，その関連 ddb S'^{REL} は元問題の緩和関連 ddb にならない場合があ

る．故に，S^{MDF} のボトムアップ評価で，解集合 ANS が正しく得られないことがある．条件(3)は，解集合が正しく得られるための条件である．以下に具体例を与える．

例 4　ルール集合 $P4: r4.1, r4.2$:

$r4.1: p(x, y) :- A(x, y)$

$r4.2: p(x, y) :- p(u(x), v(y))$

とファクト集合 $D4=A$ (省略) より成る ddb $S4=(P4, D4)$ に対する問合せ $p(u^3(a), y)$? に答えなさい．ただし，u，v は関数記号，a は定数であり，$u(u(u(a)))$ を $u^3(a)$ と略記した．□

マジックテンプレート法が生成するルール集合 $P4^{mg}: r4.3, \cdots, r4.6$, を示す．

$r4.3: m\_p(u^3(a)) :-.$

$r4.4: m\_p(u(x)) :- m\_p(x).$

$r4.5: p(x, y) :- m\_p(x), A(x, y).$

$r4.6: p(x, y) :- m\_p(x), p(u(x), v(y)).$

ddb $S4^{mg}=(P4^{mg}, D4)$ のボトムアップ評価は，無限個の基礎アトム (ga) $m\_p(u^3(a)), m\_p(u^4(a)), m\_p(u^5(a)), \cdots$ を生成するために停止しない ((ii)が成立しない)．

次に，本問題に対し緩和法を適用することを考える．まず初めに，元問題の述語 $p(x, y)$ の第2引数をヘッド引数消去して簡略化問題 $(p'(u^3(a)), S4')$ を作る．ここで，ddb $S4'=(P4', D4)$ のルール集合は $P4': r4.7, r4.8$:

$r4.7: p'(x) :- A(x, y)$

$r4.8: p'(x) :- p'(u(x))$

であり，ファクト集合は元問題の $D4$ と等しく，問合せは $p'(u^3(a))$? である．次に，この簡略化問題の関連 ddb $S4'^{REL}=(P4'^{REL}, D4)$ を作る．$S4'^{REL}$ のルール集合は以下の $P4'^{REL}: r4.9, \cdots, r4.12$, である．

$r4.9: ro\_p(x) :- A(x, y).$

$r4.10: ro\_p(x) :- ro\_p(u(x)).$

$r4.11: rr\_p(u^3(a)) :- ro\_p(u^3(a)).$

$r4.12: rr\_p(u(x)) :- rr\_p(x), ro\_p(u(x)).$

上記のルールにおいて，述語 rr_p が簡略化問題 $(p'(u^3(a)), S4')$ の関連集合を定めている．これらのルールは，元問題 $(p(u^3(a), y), S4)$ の関連 ddb $S4^{REL}=(P4^{REL}, D4)$ のルール集合 $P4^{REL}$ において，述語 $o\_p(x, y), r\_p(x, y)$ の第2引数をヘッド引数消去してできるルール集合と一致する (条件(3))．また，元問題の ddb $S4$ のボトムアップ評価および簡略化問題の ddb $S4'$ のボトムアップはともに停止する (条件(1)と条件(2))．したがって，以下のルール

$r4.13: p(x, y) :- rr\_p(x), A(x, y)$

$r4.14: p(x, y) :- rr\_p(x), p(u(x), v(y))$

を ddb $S4'^{REL}(=S4^{RLXR})$ に加えてできる ddb $S4^{MDF}=(P4'^{REL} \cup \{r4.13, r4.14\}, D4)$ は，そのボトムアップ評価が停止し，かつ，正しい解集合を与える ((ii)が成立する)．

最後に，緩和法の適用範囲について述べる．問題 (Q, S) は1章で述べた問題クラスに属するとする．先の例3，例4で緩和法が生成した ddb $S3^{MDF}$, $S4^{MDF}$ はいずれも，ボトムアップ評価が実行可能であり ((i)) かつ有限で停止した ((ii))．実行可能性については，問題 (Q, S) がたとえ算術述語を含んでも，そのときは ddb S が領域制限されていると仮定しているので，領域制限条件を保持するように緩和演算を適用すれば，緩和法が作る S^{MDF} もまた領域制限され，実行可能性が保証される．しかしながら，停止性については，問題 (Q, S) が算術述語または関数記号を含むとき，たとえ，S のボトムアップ評価が有限で停止しても，ddb S^{MDF} のボトムアップ評価の停止性は保証されない．これは，緩和演算の適用により S のボトムアップ評価の停止性を保証していた条件が消去されることがあるからである．算術述語も関数記号も含まない問題 (Q, S) よりなるクラスは datalog と呼ばれており，datalog に対しては，マジックテンプレート法も含め，多くの問合せ評価法が有限で停止することが保証されている (算術述語を含まないので，ボトムアップ評価の実行可能性も保証される)．緩和法も datalog に対しては停止性が保証される．緩和法が停止する (停止する S^{MDF}を作ることができる) 問題クラスを構文的に定義することは容易ではないが，緩和法が停止する問題クラスはマジックテンプレート法が停止する問題クラスを真に包含している．これは，任意の問題に対し緩和法がマジックテンプレート法が作る ddb S^{mg} と同じ ddb $S^{MDF}(=S^{mg})$ を作ることもでき，しかも，例3，例4のような問題例があるからである．

6. その他の例

3章の終わりに述べたように，筆者らの知る限り，緩和法が従来のいかなる方法よりも効率的と思われる問題例 (例 1a, 例 2a, 例 2b) と，緩和法が唯一適用可能と思われる問題例 (例 3a, 例 3b, 例 4a, 例 4b, を以下に与える．例 1a は例1の，例 2a と例 2b は

例 2 の，例 3a と例 3b は例 3 の，例 4a と例 4b は例 4 の変形問題である．

例 1 a

$p(x,y,z):-A(x,y,z).$

$p(x,y,z):-B(x',x), C(y',y), D(z',z), p(x',y',z').$

$p(x,y,z):-B'(z',x), C'(y',y), D'(z',z), p(x',y',z').$

$s(x,y,z):-E(x,y,z).$

$s(x,y,z):-F(x',x), G(y',y), H(z',z), s(x',y',z').$

$s(x,y,z):-F'(x',x), G'(y',y), H'(z',z), s(x',y',z').$

$q(x,y,z,z'):-p(x,y,z), s(x,y,z').$

問合せ：$q(a,y,z,z')$?

ただし，EDB $B, C, D, B', C', D', F, G, H, F', G', H'$ が表すグラフは，各々，サイクルを含み，a は定数である．□

例 2 a

$s(x,y,z):-D(x,y,z).$

$s(x,y,z):-A(x',x), B(y',y), C(z',z), s(x',y',z').$

$s(x,y,z):-A'(x',x), B'(y',y), C'(z',z), s(x',y',z').$

問合せ：$s(x,x,x)$?

ただし，EDB A, B, C, A', B', C' が表すグラフは，各々，サイクルを含む．□

例 2 b

$s(x,y,z):-D(x,y,z).$

$s(x,y,z):-A(x',x), B(y',y), C(z',z), s(x',y',z'), s(z',x',y').$

問合せ：$s(x,x,x)$?

ただし，EDB A, B, C が表すグラフは，各々，サイクルを含む．□

例 3 a

$p(x,y):-A(x), B(y).$

$p(x,y):-p(x',y'), x=x'+10, y=y'+7, 0\leq x<1000, 0\leq y<1000.$

$p(x,y):-p(x',y), x=2\times x', 0\leq x<1000.$

$p(x,y):-p(x,y'), y=3\times y', 0\leq y<1000.$

問合せ：$p(x,x)$?

ただし，EDB A，B は，各々，実数の有限部分集合である．□

例 3 b

$p(x,y):-A(x,y).$

$p(x,y):-p(x',y'), p(x'',y''), x=x'\times(x''+2), y=(y'+2)\times y'', 1\leq x, y\leq 1000.$

問合せ：$p(x,x)$?

ただし，EDB A は（実数集合×実数集合）の有限部分集合である．□

例 4 a

$p(x,y):-A(x,y).$

$p(x,y):-p(u(x), v(y)).$

$p(x, v'(y)):-p(u'(x), v'(y)).$

$p(u''(x), y):-p(u''(x), v''(y)).$

問合せ：$p(u^3(a), y)$?

ただし，EDB A は関数記号を含む基礎アトムの有限集合であり，u, v, u', v', u'', v'' は関数記号，a は定数である．□

例 4 b

$p(x,y):-A(x,y).$

$p(x,y):-p(u(x),z), p(z,u(y)).$

問合せ：$p(u^3(a), y)$?

ただし，EDB A は関数記号を含む基礎アトムの有限集合であり，u は関数記号，a は定数である．□

7. む す び

ホーン節からなる一般の演繹データベースに対する問合せ評価を効率化するための方法として緩和法を提案し，緩和法が従来の方法より優れた制約を作りうる例を示した．緩和法をさらに以下のように改良することが可能である．

1. マジック集合法の adorned ルール集合 P^{ad} [3),4)] を導入し，予め，与えられた問題 $(q(\boldsymbol{a},\boldsymbol{x}), (P,D))$ と等価な問題 $(q^{bf}(\boldsymbol{a},\boldsymbol{x}), (P^{ad}, D))$ を作り，この問題に対し緩和法を適用する．問題 $(q^{bf}(\boldsymbol{a},\boldsymbol{x}), (P^{ad}, D))$ に step 1 を実行して得られる関連 ddb S'^{REL} にヘッド述語分割と述語消去演算を適用することにより，優れた制約（緩和関連 ddb S'^{RLXR} および写像 f'）を作れる場合がある．
2. 問合せ評価の効率化のためには，優れた制約を求める以外に，変形 ddb の各ルールの deg を小さく抑えることも重要である．与えられた問題 $(q(\boldsymbol{a},\boldsymbol{x}), (P,D))$ のルール集合 P がボディに多くの変数，多くの述語をもつルール（$r_1, r_2, \cdots$ と記す）を含む場合，step 3 の変形 ddb $S^{MDF}=(P'''\cup P^{RLXR}, D\cup D^{RLXR})$ のルール集合 P''' もそのようなルール

$(r_1', r_2', \cdots$と記す) を含む．この場合，(1) P''' のルール $r_1', r_2', \cdots$にさらにルール分割演算を適用し P''' と等価なルール集合 P_e''' を作り，変形 ddb を $S_e^{MDF}=(P_e''' \cup P^{RLXR}, D \cup D^{RLXR})$ に置き換えることにより，または，(2) 予め P のルール $r_1, r_2, \cdots$ にルール分割演算を適用し P と等価なルール集合 $P_{e'}$ を作り，問題 $(q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x}), (P_{e'}, D))$ に対し step 1 から step 3 を実行し変形 ddb $S_{e'}^{MDF}$ を作ることにより，変形 ddb の各ルールの deg を小さく抑え得る場合がある．

3. 1章と3章で言及したように，問合せ評価の効率化のためには同じ計算の重複を防ぐことも重要であり[2),9),11)]，一般化補助マジック集合法，アレクサンダー法，アレクサンダーテンプレート法では補助マジック述語を使うことにより重複計算を防いでいる．緩和法でも，例えば2章のルール $r1.23$ と $r1.27$ のボディの $rr\_p(x, y), B(x', x), C(y', y)$ 部分のように，両ルール間で同じ計算の重複が生じることがある．補助マジック述語はそのまま緩和法に導入でき，重複計算を防ぐように改良できる．

緩和法が適用可能な問題クラスを構文的に明らかにすること，および，優れた制約を作るための緩和基本演算の適用の仕方を明らかにすることが今後の課題である．

謝辞 多くの貴重な御助言をして頂いた査読者の方々に感謝いたします．

参 考 文 献

1) Bancilhon, F.: Naive Evaluation of Recursively Defined Relations, *On Knowledge Base Management Systems—Integrating Database and AI Systems*, pp. 165-178, Springer-Verlag, Berlin (1985).
2) Bancilhon, F. and Ramakrishnan, R.: An Amateur's Introduction to Recursive Query Processing Strategies, *Proc. ACM-SIGMOD Conf. on Management of Data(SIGMOD)*, pp. 16-52 (1986).
3) Bancilhon, F., Maier, D., Sagiv, Y. and Ullman, J.: Magic Sets and Other Strange Ways to Implement Logic Programs, *Proc. 5th ACM SIGMOD-SIGACT Symp. on Principles of Database Systems (PODS)*, pp. 1-15 (1986).
4) Beeri, C. and Ramakrishnan, R.: On the Power of Magic, *Proc. 6th ACM SIGACT-SIGMOD-SIGART Symp. on Principles of Database Systems (PODS)*, pp. 269-283 (1987).
5) Haddad, R. W. and Naughton, J. F.: A Counting Algorithm for a Cyclic Binary Query, *J. Computer and System Sciences*, Vol. 43, pp. 145-169 (1991).
6) Kemp, D. B., Ramamohanarao, K. and Somogyi, Z.: Right-, Left-, and Multi-Linear Rule Transformation That Maintain Context Information, *Proc. 16th VLDB Conf.*, pp. 380-391 (1990).
7) Lozinskii, E.: Evaluating Queries in Deductive Databases by Generating, *Proc. 11th Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence* (1985).
8) Miyazaki, M., Yokota, K., Haniuda, H. and Itoh, H.: Horn Clause Transformation by Restrictor in Deductive Databases, *J. Inf. Process. (IPSJ)*, Vol. 12, No. 3, pp. 266-279 (1989).
9) 宮崎収兄，世木博久：演繹データベースの問合せ処理，情報処理，Vol. 31, No. 2, pp. 216-224 (1990).
10) Mumick, I. S. and Pirahesh, H.: Overbound and Right-Linear Queries, *Proc. 9th ACM Symp. on Principles of Database Systems (PODS)*, pp. 127-141 (1991).
11) 西尾章治郎，楠見雄規：演繹データベースにおける再帰的な問合せ評価法，情報処理，Vol. 29, No. 3, pp. 240-255 (1988).
12) Naughton, J. F., Ramakrishnan, R., Sagiv, Y. and Ullman, J. D.: Argument Reduction by Factoring, *Proc. VLDB*, pp. 173-182 (1989).
13) Naughton, J. F., Ramakrishnan, R., Sagiv, Y. and Ullman, J. D.: Efficient Evaluation of Right-, Left-, and Multi-Linear Rules, *Proc. ACM-SIGMOD Conf. on Management of Data*, pp. 235-242 (1989).
14) Ramakrishnan, R.: Magic Templates: a Spell-Binding Approach to Logic Programs, *Proc. 5th Int. Conf. and Symp. on Logic Programming (ICLP/SLP)*, pp. 140-159 (1988).
15) Rohmer, J., Lescoeur, R. and Kerisit, J. M.: The Alexander Method, a Technique for the Processing of Recursive Axioms in Deductive Database, *New Generation Computing*, Vol. 4, No. 3, pp. 273-285 (1986).
16) Seki, H.: On the Power of Alexander Templates, *Proc. 8th ACM SIGACT-SIGMOD-SIGART Symp. on Principles of Database Systems (PODS)*, pp. 150-157 (1989).
17) Spaccamela, A. M. and Sacca, D.: Worst-Case Complexity Analysis of Methods for Logic Query Implementation, *Proc. 6th ACM SIGACT-SIGMOD-SIGART Symp. on Principles of Database Systems (PODS)*, pp. 294-301 (1987).
18) Suzuki, S., Ibaraki, T. and Kishi, M.: Using Relaxation Techniques to Evaluate Queries in

Deductive Databases, *Proc. 2nd Int. Conf. on Database and Expert Systems Applications* (*DEXA '91*), pp. 67-72 (1991).
19) 鈴木 晋, 茨木俊秀, 岸 政七：多変数同世代問題に対する問合せ評価法, 電子情報通信学会論文誌, Vol. J75-D-I, No. 10, pp. 934-943 (1992).
20) Tarjan, E.: Depth First Search and Linear Graph Algorithms, *SIAM J. Comput.*, Vol. 1, No. 2, pp. 146-160 (1972).

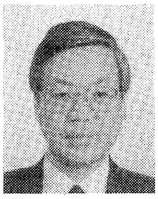
(平成6年1月6日受付)
(平成6年9月6日採録)

鈴木 晋（正会員）

1956年生．1980年京都大学工学部数理工学科卒業．1982年同大学院修士課程修了．同年日本電気(株)入社．1988年愛知工業大学情報通信工学科講師，現在に至る．アルゴリズム，計算の複雑さ，演繹データベースの研究に従事．電子情報通信学会会員．

茨木 俊秀（正会員）

1940年生．1963年京都大学工学部電気工学科卒業．1965年同大学院修士課程修了．1969年京都大学助手，1973年同助教授，1983年豊橋技術科学大学教授，1985年京都大学工学部数理工学科教授，現在に至る．この間，Illinois大学，Waterloo大学，Simon Fraser大学，Rutgers大学等客員．工学博士．組合せ最適化，アルゴリズム，計算の複雑さ等の研究に従事．著書「アルゴリズムとデータ構造」(昭晃堂)，「最適化プログラミング」(岩波)，「最適化の手法」(共立)，「Enumerative approaches to combinatorial optimization」(Baltzer)，「Resource allocation problems: Algorithmic Approaches」(MIT Press)，その他．



岸 政七（正会員）

1946年生．1969年慶応義塾大学電気工学科卒業．1971年同大学院電気工学専攻修士課程，1974年同博士課程修了．工学博士．同年電電公社電気通信研究所入社．1987年愛知工業大学教授，現在に至る．瞬時スペクトラム理論の開発とその応用としてマルチメディア移動通信への適用に関する研究（通信システム，ディジタル変復調，コーデック，雑音抑圧，音声認識技術等）に従事．主たる著書，「ディジタル電子回路」(昭晃堂，共著)．IEEE，電子情報通信学会各会員．