

## 六角形格子における最小矛盾微分フィルタの実験的評価

島 哲生 齋藤 豪 中嶋 正之

東京工業大学 大学院情報理工学研究科

## 1 はじめに

画像処理において、入力画像に対する微分画像の取得は基礎的かつ重要な操作であり、正確性の高い微分フィルタが要求される。微分フィルタの正確性を向上させる従来研究の一つとして、四角形格子状の画素配置において、方向性に関する矛盾を最小化した、最小矛盾微分フィルタがある [1]。それに基づき、我々は六角形格子状の画素配置において、同様の最小矛盾微分フィルタを求め、さらにこれらの最小矛盾微分フィルタについて、六角形格子におけるものの方が、四角形格子におけるものに比べて SN が良好であるという結果を得ている [2]。本稿では、さらに実験画像に対してそれらの最小矛盾微分フィルタを適用し、微分強度および方向性の正確性について比較、検討する。

## 2 実験画像の構築

六角形格子、四角形格子のそれぞれにおける最小矛盾微分フィルタを比較する。具体的には、理想的な微分強度および方向性が既知であるような関数から実験画像を作成し、微分フィルタを用いた場合の微分強度と方向性の値をそれぞれ理想値と比較する。ここで、 $func(x, y)$  をフィルタを施す対象の実験画像とするとき、 $func^{int}(x, y)$  を理想的な微分強度、 $func^{ori}(x, y)$  を理想的な方向性として表記することにする。本稿で実際に用いる関数  $exf_1, exf_2, exf_3$  を以下のように定義する。まず、輝度変化がなだらかな画像として、

$$exf_1(x, y) \equiv \sqrt{R_1^2 - (x^2 + y^2)} \quad (1)$$

と定義する。この微分強度、方向性はそれぞれ次のようになる。

$$exf_1^{int}(x, y) \equiv -\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{R_1^2 - (x^2 + y^2)}} \quad (2)$$

$$exf_1^{ori}(x, y) \equiv \arctan(x, y) \quad (3)$$

ただし、 $R_1$  は定数である。次に、輝度変化を周期的に繰り返す画像として、

$$exf_2(x, y) \equiv A_2 \cdot \cos^2(\omega_2 \sqrt{x^2 + y^2}) \quad (4)$$

と定義する。この微分強度、方向性はそれぞれ次のようになる。

$$exf_2^{int}(x, y) \equiv |A_2 \cdot \omega_2 \cdot \sin(2\omega_2 \sqrt{x^2 + y^2})| \quad (5)$$

$$exf_2^{ori}(x, y) \equiv \arctan(x, y) \quad (6)$$

ただし、 $A_2, \omega_2$  は定数である。さらに、輝度変化も変化する画像として、

$$exf_3(x, y) \equiv A_3 \cdot \cos^2(\omega_3(x^2 + y^2)) \quad (7)$$

と定義する。この微分強度、方向性はそれぞれ次のようになる。

$$exf_3^{int}(x, y) \equiv 2|A_3 \cdot \omega_3 \cdot \sin(2\omega_3(x^2 + y^2))| \sqrt{x^2 + y^2} \quad (8)$$

$$exf_3^{ori}(x, y) \equiv \arctan(x, y) \quad (9)$$

ただし、 $A_3, \omega_3$  は定数である。

## 3 評価方法

本稿では、次のようにして実際の微分画像を構築し評価する。はじめに、六角形格子、四角形格子における画像を関数から構築する (図 5)。元画像、理想的な微分強度画像、理想的な方向性画像の 3 画像をそれぞれの格子について構築するので合計 6 画像を得る。次に、元画像に微分フィルタを適用して微分画像を構築し、それらを用いて、微分強度画像と方向性画像を得る。 $I$  を元画像とし、 $I$  に微分フィルタを適用することで得た微分強度画像を  $Int(I)$ 、関数から構築した理想的な微分強度の画像を  $Int_{ideal}(I)$  とする。同様に、元画像  $I$  に対して微分フィルタを適用して得た方向性画像  $Ori(I)$ 、関数から構築した理想的な微分強度の画像を  $Ori_{ideal}(I)$  とする。これらについて、画像内の評価対象の領域内に存在する全画素について、差分  $|Int_{ideal}(I(i, j)) - Int(I(i, j))|$  および  $|Ori_{ideal}(I(i, j)) - Ori(I(i, j))|$  を計算することで理想値からの誤差を評価する。

## 4 微分強度と方向性の検出

画像に適用する微分フィルタは、四角形格子においては [1] の  $3 \times 3, 5 \times 5$  のものを用い、六角形格子においては [2] の  $radius=1, 2$  のものを用いる。即ち、各格子ごとに 2 種類の微分フィルタを用い、それぞれ評価する。画像に対して微分フィルタを適用した後の、微分強度と方向性の計算方法については、次のようにする。四角形格子において、 $I_x, I_y$  をそれぞれ  $x, y$  方向の微分値とする。六角形格子において、 $I_r, I_s, I_t$  をそれぞれ  $0^\circ, 60^\circ, 120^\circ$  方向の微分値とする。すると、四角形格子における微分強度  $Int^{sq}$  と六角形格子における微分強度  $Int^{hex}$  はそれぞれ次のようになる。

$$Int^{sq}(I) \equiv \sqrt{(I_x)^2 + (I_y)^2} \quad (10)$$

$$Int^{hex}(I) \equiv \sqrt{\left(\frac{1}{2}(I_r + I_s - I_t)\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}(I_s + I_t)\right)^2} \quad (11)$$

Experimental Evaluation on Least Inconsistent Gradient Filters on Hexagonal Lattices  
Tetsuo SHIMA, Suguru SAITO and Masayuki NAKAJIMA  
Graduate School of Information Science & Engineering,  
Tokyo Institute of Technology

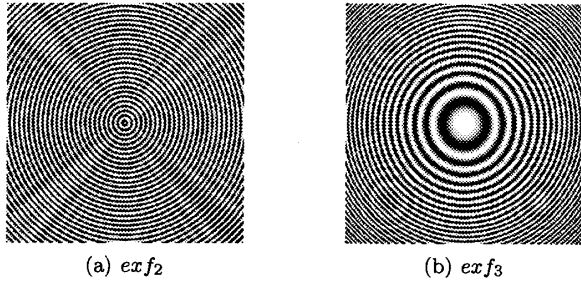
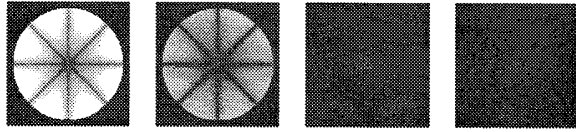


図1 評価用の元画像



(a) Sqr 3 × 3 (b) Sqr 5 × 5 (c) Hex 1 (d) Hex 2  
図2  $exf_1$  における方向性の誤差を輝度で表したもの

同様に、 $Ori^{sqr}$  を四角形格子における方向性、 $Ori^{hex}$  を六角形格子における方向性とする、それらはそれぞれ次のようになる。

$$Ori^{sqr}(I) \equiv \arctan(I_x, I_y) \quad (12)$$

$$Ori^{hex}(I) \equiv \arctan\left(\frac{1}{2}(I_r + I_s + I_t), \frac{1}{\sqrt{3}}(I_s + I_t)\right) \quad (13)$$

## 5 実験結果

生成した実験画像は、四角形格子において  $201 \times 201$  画素、六角形格子では横幅を四角形格子と合わせることで  $201 \times 233$  画素となる。どちらの格子でも、誤差評価の対象とするのは中心から距離が 90 以内の画素のみとした。実験画像の構築に用いた関数とそのパラメタについては、 $exf_1$  は  $R_1 = 1000$  として、 $exf_2$  は  $A_2 = 255, \omega_2 = \pi/4$  として、 $exf_3$  は  $A_3 = 255, \omega_3 = \pi/(8 \cdot 90)$  として用いた。 $exf_2$  は周期 4、 $exf_3$  は、半径 90 の評価領域の端で周期 8 となるようにした。これらの実験画像はどのように表示される。実験結果は、これらの  $exf_1, exf_2, exf_3$  に関してそれぞれ、表 1、表 2、表 3 となった。これらより、微分強度に関しては、六角形格子と四角形格子はどちらも同等の正確さであるとわかる。しかし、方向性検出の正確さに関しては、六角形格子における検出性能が四角形格子の場合に対して優れる結果となった。方向性に関して、各画像ごとに得られる 4 通りの結果について、それらの誤差の最小値を 0、最大値を 255 として輝度にマッピングし表示すると、それぞれ図 2、図 3、図 4 となる。

## 6 結論

本稿では、六角形格子、四角形格子における最小矛盾微分フィルタの正確性を、実験画像を作成し理想値との誤差を比較することで評価した。その結果、六角形格子において最小矛盾微分フィルタを用いて微分値を検出し、それらの微分値を用いて方向性を求めることは、四角形格子において同様の処理を行うよりも高い正確性を得ることとなった。微分強度に関して同様の処理を行う場合は、どちらの格子に関しても同等の正確性であった。これらの結果より、六角形格子の採用が画像、映像等の各種機器において活発となることを期待する。

表 1  $exf_1$  に関する誤差

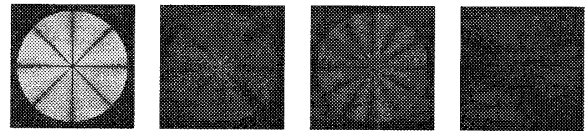
Filter	Error		Variance
	Intensity		
Sqr 3 × 3	1.20265E-1	1.81617E-3	
Sqr 5 × 5	1.20265E-1	1.81617E-3	
Hex 1	1.20185E-1	1.81380E-3	
Hex 2	1.20185E-1	1.81380E-3	
Orientation (radian)			
Sqr 3 × 3	1.15054E-10	8.60308E-21	
Sqr 5 × 5	1.72864E-11	1.93587E-22	
Hex 1	5.56613E-13	3.58465E-25	
Hex 2	2.40684E-13	1.07703E-25	

表 2  $exf_2$  に関する誤差

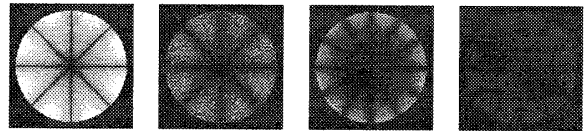
Filter	Error		Variance
	Intensity		
Sqr 3 × 3	7.37867E1	2.34222E3	
Sqr 5 × 5	8.99229E1	2.88693E3	
Hex 1	6.90236E1	2.25606E3	
Hex 2	7.91003E1	2.44228E3	
Orientation (radian)			
Sqr 3 × 3	2.48541E-2	4.62197E-4	
Sqr 5 × 5	2.36221E-3	3.37087E-5	
Hex 1	3.36329E-3	5.45381E-5	
Hex 2	4.88551E-4	8.63365E-7	

表 3  $exf_3$  に関する誤差

Filter	Error		Variance
	Intensity		
Sqr 3 × 3	2.02389E1	3.60586E2	
Sqr 5 × 5	3.61619E1	1.05073E3	
Hex 1	1.45449E1	1.88399E2	
Hex 2	2.68788E1	6.03478E2	
Orientation (radian)			
Sqr 3 × 3	1.17490E-2	9.75118E-5	
Sqr 5 × 5	1.20048E-3	3.78492E-6	
Hex 1	8.02031E-4	8.45362E-7	
Hex 2	1.43772E-4	3.31704E-8	



(a) Sqr 3 × 3 (b) Sqr 5 × 5 (c) Hex 1 (d) Hex 2  
図3  $exf_2$  における方向性の誤差を輝度で表したもの



(a) Sqr 3 × 3 (b) Sqr 5 × 5 (c) Hex 1 (d) Hex 2  
図4  $exf_3$  における方向性の誤差を輝度で表したもの

## 参考文献

- [1] Shigeru Ando. Consistent gradient operators. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, Trans. IEEE*, 22(3):252–265, March 2000.
- [2] Tetsuo Shima, Suguru Saito, and Masayuki Nakajima. Optimized gradient filters for hexagonal matrices. *Proceedings of SPIE*, 6064, February 2006.