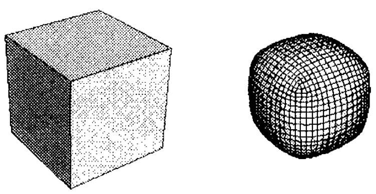
細分割曲面のメッシュ数削減のための分割制御手法

1K－5

三浦 貴宏　徐 崢　近藤 邦雄
埼玉大学理工学研究科

1 はじめに

細分割曲面は、多面体のように定義された任意位相のメッシュを再帰的に繰り返し分割して得られる曲面で、コンピュータ支援による外形デザイン (CAGD) において広く使われている。図 1(a) は初期メッシュで、これを分割式に従って 4 回分割すると (b) になる。このように分割を繰り返すほどメッシュは微小な面で構成され、より滑らかな形状になるが、面の数が膨大になり、描画コストが大きくなるという問題がある。



(a) 初期メッシュ　(b) 4回分割後

図 1: 細分割曲面の生成

従来の手法では、分割の対象となる形状に依らず均一に分割を行なう。本研究では、要求された精度内で形状を保つように形状に従って分割を制御し、メッシュ数が削減された細分割曲面を生成する手法を提案する。本研究では、代表的な細分割曲面の一つである、Doo/Sabin[1] の細分割曲面を用いた。

2 Doo/Sabin の細分割曲面

Doo/Sabin の細分割アルゴリズム [1] は、任意位相のメッシュを入力として、以下の処理を要求された回数だけ再帰的に行なって、滑らかな形状を表すメッシュを生成する。

1. 各面に対して、式 (1) に従って構成頂点 V_i に対応する分割後の頂点 V_i' の座標 (元の面の内側に配置される) を計算する。n は、面の頂点数を示している。

A Method of Decreasing the Number of Meshes in Subdivision Surfaces
Takahiro Miura, Zheng Xu, Kunio Kondo
Saitama University, Japan
255 Shimo-okubo, Urawa, SAITAMA, 338-8570, JAPAN

2. 図 2に示すように、分割前ののメッシュの各面に対応する新しい面を作り、これを F-face と呼ぶ。同様に稜線、頂点にも、それぞれに対応する新しい面を作り、それぞれ E-face,V-face と呼ぶ。これで 1 ステップの細分割処理が完了する。

$$V_i' = \sum_{j=0}^{n-1} \alpha_{ij} V_j$$

$$\alpha_{ij} = \begin{cases} \frac{n+5}{4n} & \text{for } i = j \\ \frac{3+2\cos(2(i-j)\pi/n)}{4n} & \text{for } i \neq j \end{cases} \quad (1)$$

この手法で、無限に分割を繰り返して得られる曲面は、2 次の B スプライン曲面（一部の特殊な点を除く）になる。

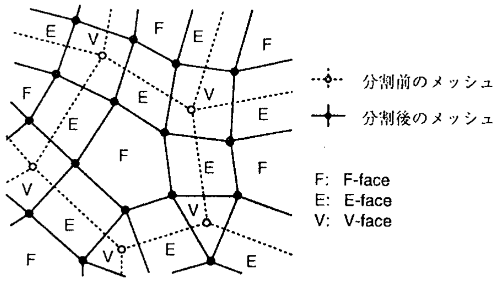


図 2: Doo/Sabin 法を用いたメッシュの分割

3 提案手法

本研究の手法は、与えられた角度差を基に十分平面に近付いた領域の分割を禁止して、冗長な頂点と稜線が削除された Doo/Sabin の細分割曲面を生成する手法である。

具体的なアルゴリズムは以下の通りである。

1. 非分割面の頂点以外の頂点で、その頂点の周囲の形状が十分平面に近付いていれば（判定法は後述）、その頂点を" 非分割頂点" とする。
2. すべての頂点が非分割頂点または非分割面の頂点になるか、指定された分割回数に達していれば、分割面と E 型非分割面を消滅させるように、分割面の頂点をそれらの平均座標 (極限曲面上の点になる) に移動させる。次にデータ上の頂点と稜線の重なりを無くして処理を終了する (図 3)。
3. 非分割面の稜線以外の稜線で、両端点が共に非分割頂点ならば、その稜線を" 非分割稜線" とする。

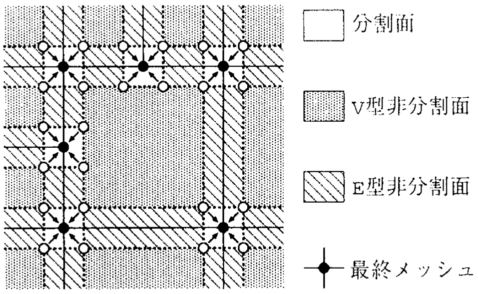


図 3: 分割面の頂点の移動

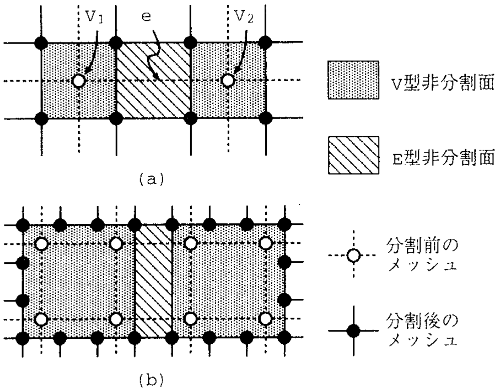


図 4: 非分割面を用いた細分割処理

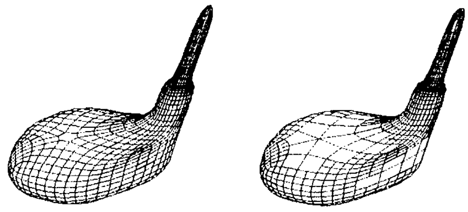
4. 分割面に対して式 (1) にした従って、分割後の頂点を生成する。次に、非分割面とその頂点と稜線以外に対して、従来法と同様に **F-face, E-face, V-face** を生成する。この時、非分割頂点に対応する **V-face** を V 型非分割面、非分割稜線に対応する **E-face** を E 型非分割面にする。これらの過程を図 4で説明する。同図 (a) の頂点 $\boldsymbol{v_1, v_2}$ が非分割頂点だとすると、この 2 つの頂点で構成される稜線 $\boldsymbol{e}$ は非分割稜線になる。このメッシュ対して細分割処理を行なうとき、$\boldsymbol{v_1, v_2}$ に対応する面を V 型非分割面、$\boldsymbol{e}$ に対応する面を E 型非分割面にする。次の細分割処理では、同図 (b) のようにこれらの非分割面に対して、分割後の頂点を生成しないようにする。

5. 1 に戻る。

本研究では、頂点の周囲の形状が平面に十分近付いているかどうかの判定方法を次のようにした。その頂点を共有する面の単位法線をそれぞれ求め、それらの平均をその頂点における法線とする。次にその頂点の法線と頂点を共有する面の法線との角度差を調べ、その最大値が指定された角度差より小さければ、ほぼ平面になっていると判定する。

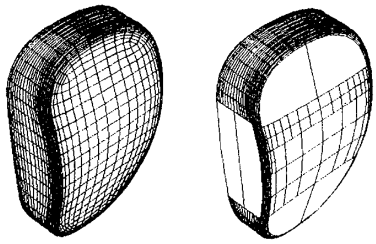
4 実験結果

従来法と提案法の比較を 2 つの形状に対して行なった。図 5にゴルフクラブ、図 6にマウスの例を示す。角度差をそれぞれ 10°, 5° とし、分割回数を共に 3 回とした。また、これらの頂点数、面数の比較を 4 回分割の場合も含めて表 1に示す。



(a) 従来法　(b) 提案法 (角度差: 10°)

図 5: ゴルフクラブの例



(a) 従来法　(b) 提案法 (角度差: 5°)

図 6: マウスの例

		最大 3 回分割		最大 4 回分割	
		従来法	提案法	従来法	提案法
ゴルフクラブ	頂点数	1504	1336	6016	5107
	面数	1506	1270	6018	4924
マウス	頂点数	1792	1235	7168	3487
	面数	1794	1142	7170	3245

表 1: 従来法とのデータ量の比較

5 まとめ

本研究の手法により、平面に近い領域の分割を抑制することによって、形状の特徴を損なわずに、メッシュ数が削減された Doo/Sabin の細分割曲面を生成することができた。本手法は、分割回数が多く滑らかになっている形状ほどメッシュの削減効果が見られた。

参考文献

[1] D.Doo, M.Sabin, *A behaviour of recursive subdivision surfaces near extraordinary points*, CAD 10 (1978),356-360