上昇型定理証明の探索効率を高めるノンホーン・マジックセット

長谷川 隆三† 井 上 克 巳†† 太 田 好 彦††† 越 村 三 幸†

本論文では，上昇型および下降型計算を融合することにより，前向き推論に基づく定理証明器の効率を改善する，ノンホーン・マジックセット（NHM）と呼ぶ新しい方法を提案する．本方法は，ホーン節集合に対するマジックセット法の自然な拡張となっており，値域限定されたノンホーン節に適用可能である．与えられた節集合から NHM を得る方式として，幅優先 NHM および深さ優先 NHM の2種の変換方式を提示する．前者は変換前の元の節の前件アトムを並列に評価し，一方後者は，継続述語により変数束縛情報を伝播しながら前件アトムを逐次的に評価する．そして，両変換方式は健全かつ完全であることを示す．NHM 法を UNIX ワークステーション上に実装し，定理証明の典型的ベンチマーク問題を対象にその有効性を確認した．

Non-Horn Magic Sets to Enhance the Search Efficiency of Bottom-up Theorem Proving

Ryuzo Hasegawa,† Katsumi Inoue,†† Yoshihiko Ohta†††
and Miyuki Koshimura†

We present a new method, called non-Horn magic sets (NHM), to enhance forward reasoning provers by combining top-down and bottom-up computations. This method is a natural extension of Horn magic sets and is applicable to range-restricted non-Horn clauses. We show two types of transformations to get non-Horn magic sets from the given clause sets: breadth-first NHM and depth-first NHM. The first transformation evaluates the antecedent atoms of an original clause in parallel. The second one evaluates them sequentially while propagating the bindings in an antecedent atom to the next by using continuation predicates. These transformations are shown to be sound and complete. The NHM method has been implemented on a UNIX workstation. We evaluated effects of NHM by proving some typical problems taken from the TPTP problem library.

1. 序　論

定理証明は数学の定理の自動証明という観点のみならず，知識情報処理システムの核として重要な技術である．近年，論理プログラミング技術を利用した高速な一階述語論理の定理証明器の研究が進められており，Prolog で簡潔に書かれた SATCHMO[7] はその代表例の１つである．SATCHMO は証明手続きとしてモデル生成（model generation）法を採用しており，与えられた節集合のモデルを生成することを試みてその充足可能性をテストする．このようなモデル生成法に基づく並列定理証明器 MGTP[16] が並行論理型言語 KL1[12] 上に実現され，並列推論マシン PIM[8] や UNIX ワークステーション上で良好な性能を示している[6),15]．

モデル生成法の基本は，モデル候補と呼ばれるある解釈（アトム集合）の下で充足されない節（違反節）を検出し，モデル候補をその節を充足させるように拡張していくことである．しかしながら，SATCHMO では，違反節が複数存在する場合にどの節をモデル候補拡張に使用するかという選択基準がないため，証明すべきゴールとは無関連な節を選んでしまい，無駄なモデル候補拡張を行う可能性がある．特にゴールに無関連なノンホーン節を選択した場合には，モデル候補

† 九州大学大学院システム情報科学研究科
Kyushu University
†† 豊橋技術科学大学情報工学系
Toyohashi University of Technology
††† 職業能力開発大学校情報工学科
University of Industrial Technology

数が爆発的に増加してしまう恐れがあった．

この点に関してSATCHMORE[5]は，ゴールに無関連なノンホーン節の使用によって引き起こされるモデル候補の無駄な拡張を回避するために，関連性テスト（relevancy testing）と呼ばれる方法を採り入れている．これは，違反節のうち，後件のすべてのアトムが関連リテラルと単一化可能な節のみをモデル候補拡張の対象とするものである．ここで関連リテラルとは，ホーン節の集合と現時点のモデル候補の和集合から，ゴールまたはノンホーン節の前件部をProlog実行によって証明しようとして失敗した場合，その探索過程で呼ばれたサブゴールのことである．しかしながら関連性テストでは，関連リテラルの計算を違反節が検出されるたびにPrologを起動して後向きに行うため，同じ関連リテラルの計算を何度も行ってしまうことがあり，オーバヘッドはかなり大きいものと思われる．

さらに，Prologのような下降（top-down）型証明器と比べ，SATCHMOやMGTPのような上昇（bottom-up）型証明器は，サブゴールの重複計算を防ぐことができるが，証明すべきゴールに無関連なアトムを生成してしまうという欠点を持っている．したがって，上昇型と下降型の利点を合わせ持つ融合型の証明手法が必要となる．

この目的に沿って，演繹データベースの分野ではマジックセット（magic sets）[1]やAlexander法[9]と呼ばれる手法が提案されている．これらは，ホーン節の集合を対象として，ゴールに関連する基礎アトムのみを外延データベースとして生成するように内包データベースを変換するものである．また，マジックセットやAlexander法を一般化した逆メタ解釈（upside-down meta-interpretation）法[3]も提案されている．しかし，これらの手法はホーン節のみを含む節集合に限定されていた．

本論文では，この上昇・下降融合型の証明手法をノンホーン節を含む一般の節集合にも適用できるように拡張した，ノンホーン・マジックセットを提案する．本方法は，関連性テストによるSATCHMOREと同様に，モデル候補数の削減効果を得ることができる．さらに，関連性テストにProlog実行を用いるSATCHMOREとは異なり，前向き推論のみに基づくので，関連性テストにおけるサブゴールの重複計算を避けることができる．

以降の章では，モデル生成法の原理とその問題点についてふれた後，ノンホーン・マジックセット変換方式を提示する．次いで，本変換方式の健全性と完全性の証明を与える．さらに，本方法を典型的なベンチマーク問題に適用し，SparcStation 10/30上のMGTPを用いて行った評価実験の結果を示し，その有効性を検証する．最後に，関連研究との比較を論じまとめる．

2. モデル生成法

2.1 モデル生成法の原理

本論文を通じて，節 $\neg A_1 \vee \ldots \vee \neg A_n \vee B_1 \vee \ldots \vee B_m$ は $A_1, \ldots, A_n \rightarrow B_1; \ldots; B_m$ のように含意形式で表現される．ここで，$A_i\,(1 \le i \le n)$ および $B_j\,(1 \le j \le m)$ は原子論理式（アトム）である．'$\rightarrow$' の左側を前件部，右側を後件部という．前件部は $A_1, \ldots, A_n$ の連言（','），後件部は $B_1, \ldots, B_m$ の選言（';'）である．$n = 0$ のとき，前件部を特に $true$ と書き，正節と呼ぶ．一方，$m = 0$ のとき，後件部を特に $false$ と書き，負節と呼ぶ．それ以外の節 $(m \ne 0,\ n \ne 0)$ を混合節と呼ぶ．また，$m \le 1$ なる節をホーン節，$m > 1$ なる節をノンホーン節と呼ぶ．

節集合 S のエルブラン基底の部分集合 I_S を S のエルブラン解釈という．I_S が節 $A_1, \ldots, A_n \rightarrow B_1; \ldots; B_m$ を充足するとは，

1) $\exists\sigma\exists i(1 \le i \le n)(A_i\sigma \notin I_S)$,

2) $\exists\sigma\exists j(1 \le j \le m)(B_j\sigma \in I_S)$

のいずれかが成り立つことをいう．ここで，σ は基礎代入，すなわち，節に出現するすべての変数に S のエルブラン領域の要素を代入するものである．I_S が S のすべての節を充足する場合，I_S は S を充足するという（$I_S \models S$ と表す）．このとき，I_S は S のモデルと呼ばれる．S のモデルが存在するとき，S は充足可能であるといい，そうでなければ充足不能であるという．

モデル生成法は，あるエルブラン解釈 I_S をモデルと仮定し（この I_S をモデル候補と呼ぶ），I_S に充足されない節（違反節と呼ぶ）を検出し，その節を充足するように I_S を修正していく証明法であり，次のように動作する．

(1) I_S を空集合で初期化する．

(2) I_S の下で違反節を検出する．すなわち，S の節 $A_1, \ldots, A_n \rightarrow B_1; \ldots; B_m$ で，$\exists\sigma(\forall i(1 \le i \le n)(A_i\sigma \in I_S) \wedge \forall j(1 \le j \le m)(B_j\sigma \notin I_S))$ なる節を検出する．

2-1) 違反節がない場合，停止する．この場合，I_S は S のモデルであり，S は充足可能である．

2-2) 違反節が負節の場合，これを充足するように I_S を拡張することができないので，この I_S を棄却する．

2-3) 違反節が負節以外の場合，各 $j\,(1 \le j \le m)$

に対して I_S を $B_j\sigma$ で拡張し，$I_S^j := I_S \cup \{B_j\sigma\}$ とする．拡張の結果得られた m 通りの新たなモデル候補 I_S^j に対し，これを I_S として (2) を繰り返す．

(3) すべてのモデル候補が棄却されれば，停止する．この場合，S は充足不能である．

なお本稿では，節集合は値域限定の条件を満たすものとする．値域限定とは，後件部に現れる変数は，すべて前件部に現れるという性質である．これにより，モデル候補の各要素は，基礎アトムであることが保証される．

2.2 モデル生成法の問題点

モデル生成法では，あるモデル候補の下で，違反節が複数存在する場合，それらの選択順序によってモデル候補の数およびサイズは大きく異なる．以下の節集合を考えよう（SYN009-1）[5]．

$$
\begin{aligned}
C_1: &\quad p(c,X,Y) \rightarrow false.\\
C_2: &\quad q(X,c,Y) \rightarrow false.\\
C_3: &\quad r(X,Y,c) \rightarrow false.\\
C_4: &\quad true \rightarrow s(a).\\
C_5: &\quad true \rightarrow s(b).\\
C_6: &\quad true \rightarrow s(c).\\
C_7: &\quad s(X), s(Y), s(Z)\\
&\qquad \rightarrow p(X,Y,Z); q(X,Y,Z); r(X,Y,Z).
\end{aligned}
$$

モデル候補が $\{s(a), s(b), s(c)\}$ であるとすると，最後の C_7 節は代入 $\sigma = \{X/c, Y/c, Z/c\}$ の下で違反節となる．そこで，後件部 $p(c,c,c); q(c,c,c); r(c,c,c)$ でこのモデル候補を拡張すると新たに 3 つのモデル候補が得られるが，それらは C_1～C_3 節によってただちに棄却される．しかし，定数 c が出現しない代入の下では，C_7 節は違反節となるが，これを用いて拡張されたモデル候補は，ただちには棄却されない．

このように，ゴール（負節）と無関連な後件を持つ違反節を用いてモデル候補を拡張していくと，モデル候補数が組合せ的に増加し，上記の例題では，最大で $3^8 \times 2^{12} = 26,873,856$ 個のモデル候補が生成されてしまう[5]．また，上記節集合はノンホーン節を 1 つしか含んでいないが，多くの定理証明問題はノンホーン節を多数含むと予想されるので，この種の問題がより顕在化するものと思われる．

このように違反節を選択する場合は，負節に関連する節を優先的に選んだ方がよいが，SATCHMO および MGTP には，違反節と負節との関連性を調べ，違反節の優先順序を決定する機構はない．

3. ノンホーン・マジックセット変換方式

前章で述べたモデル生成法の問題点を解決するためのノンホーン・マジックセット（non-Horn magic sets, NHM と略）を提案する．本方法は，演繹データベースの分野で提案されたマジックセット[1]を，ノンホーン節にも適用できるように拡張したものである．

NHM 法は，与えられた節集合を変換し，後向き推論を模擬する節と前向き推論を制御する 2 種類の節に変形し，その変形された節集合を上昇型定理証明器で証明する手法である．NHM 法として，幅優先の後向き推論を模擬する幅優先 NHM と，深さ優先の後向き推論を模擬する深さ優先 NHM を以下に提示する．

3.1 幅優先変換方式

与えられた節集合を S とし，S 中のアトムを対象とする新しいメタ的な述語 $goal/1$ を導入する．$goal(A)$ とは，アトム A がゴールに関連しており，A を解く必要があることを意味する．

節集合 S の節 $A_1, \ldots, A_n \rightarrow B_1; \ldots; B_m$ を次のように変換することを，幅優先 NHM 変換という．

$$
\begin{aligned}
T_B^1 &: goal(B_1), \ldots, goal(B_m)\\
&\qquad \rightarrow goal(A_1), \ldots, goal(A_n).\\
T_B^2 &: goal(B_1), \ldots, goal(B_m), A_1, \ldots, A_n\\
&\qquad \rightarrow B_1; \ldots; B_m.
\end{aligned}
$$

この変換において，$n = 0$（正節）の場合，最初の変換節 T_B^1 を省くものとする．また，$m = 0$（負節）の場合，前件部の $goal$ はなくなり，$true$ となる．$n \neq 0$ の場合，変換によって 2 種類の節 T_B^1，T_B^2 が得られるが，T_B^1 は後向き推論を模擬するための節であり，T_B^2 が関連性テストを実現する前向き推論のための節である．前者の直観的な意味は，元の節の後件部 $B_1, \ldots, B_m$ を解く必要があるときには，その前に，前件部 $A_1, \ldots, A_n$ を解く必要があることを意味する．このとき，n 個の前件アトムは並列に解かれる．後者は，$A_1, \ldots, A_n$ が成り立ち（解かれ），かつ後件部 $B_1, \ldots, B_m$ のすべてがゴールに関連している（解く必要がある）ときにのみ，後件部によってモデル候補を拡張することを意味する．

S から幅優先 NHM 変換によって得られる節集合を $T_B(S)$ と書き，このうち，後向き推論を模擬する節の集合を $T_B^1(S)$，前向き推論のための節の集合を $T_B^2(S)$ と表すことにする．$T_B(S) = T_B^1(S) \cup T_B^2(S)$ である．

元の節集合 S の代わりに，$T_B(S)$ の充足可能性を調べる方法を幅優先 NHM 法と呼ぶ．

3.2 深さ優先変換方式

節集合 S の節 $A_1, \ldots, A_n \rightarrow B_1; \ldots; B_m$ を次のように $n+1$ 個の節に変換することを，深さ優先 NHM 変換という．

$$
\begin{aligned}
&T_D^1 : goal(B_1), \ldots, goal(B_m) \\
&\qquad \rightarrow goal(A_1), cont_{k,1}(V_k). \\
&T_D^2 : cont_{k,1}(V_k), A_1 \rightarrow goal(A_2), cont_{k,2}(V_k). \\
&\qquad\qquad \vdots \\
&T_D^n : cont_{k,(n-1)}(V_k), A_{n-1} \\
&\qquad \rightarrow goal(A_n), cont_{k,n}(V_k). \\
&T_D^{n+1} : cont_{k,n}(V_k), A_n \rightarrow B_1; \ldots; B_m.
\end{aligned}
$$

ここで，最初の n 個の節は後向き推論を模擬する節であり，最後の節は前件部がすべて解かれた後に前向き推論を実行するための節である．k は変換前の元の節に付与された節番号，V_k は元の節に含まれるすべての変数の組である．この変換は，マジックセットの自然な拡張となっており，ホーン節に対してはマジックセットと一致する．またこの変換で，$n = 0$ のとき，

$$T_D^1 : goal(B_1), \ldots, goal(B_m) \rightarrow B_1; \ldots; B_m.$$

なる単一の節に変換されることに注意されたい．

上で変換された $n+1$ 個の節は，次のように読むことができる．

- 元の節の後件部 $B_1, \ldots, B_m$ を解く必要があるときには，まず前件部の第一アトム A_1 を解きに行く．このとき，変数の束縛情報 V_k に $k, 1$ と付番し，述語 $cont_{k,1}(V_k)$ によって次の節に継続する．
- $cont_{k,1}(V_k)$ の下でアトム A_1 が解ければ，次に第二アトム A_2 を解きに行く．そして，$k, 2$ と付番した束縛情報を継続する．
- 以降第 n アトム A_n まで，同様に解きに行く．こうして，前件アトム $A_1, \ldots, A_n$ のすべてが解かれたら，後件部 $B_1; \ldots; B_m$ によってモデル候補を拡張する．

幅優先 NHM と違って，n 個の前件アトムは A_1 から順に A_n まで解かれる．これにともなって，変数の束縛情報が A_1 から A_n まで順次伝搬していく．

S から深さ優先 NHM 変換によって得られる節集合を $T_D(S)$ と書くことにする．元の節集合 S の代わりに，$T_D(S)$ の充足可能性を調べる方法を深さ優先 NHM 法と呼ぶ．

4. NHM 法の健全性と完全性

本章では，前章で提示した NHM 法の健全性と完全性を示す．

定理 1（**幅優先 NHM 法の健全性・完全性**） 与えられた節集合 S が充足不能であるための必要十分条件は，$T_B(S)$ が充足不能であることである．

証明 1.1（**必要条件の証明**） S が充足不能であるならば $T_B(S)$ が充足不能であることを証明するために，$T_B(S)$ が充足可能ならば S が充足可能であることを示す．

$T_B(S)$ が充足可能であることより，$T_B(S)$ のモデル M が存在する．いま，S の節のすべての基礎例の集合を S' とする．この S' のモデルが存在することを示すため，次のような基礎アトムの集合 M' を考える．

$$M' \equiv \bigcup_{C \in S'} \{B_j \mid B_j \text{は} C \text{の後件アトムで，} \\ M \not\models goal(B_j)\}.$$

以下，$M \cup M'$ が S' のすべての節を充足することを示す．S' の任意の節 $C : A_1, \ldots, A_n \rightarrow B_1; \ldots; B_m$ について次のケースを考える．

(1) $\exists j(1 \leq j \leq m)(M \not\models goal(B_j))$ の場合
M' の定義より，$M' \models B_j$ なので C は $M \cup M'$ で充足される．

(2) $\forall j(1 \leq j \leq m)(M \models goal(B_j))$ の場合

(a) $\exists i(1 \leq i \leq n)(M \not\models A_i)$ の場合
$M \models C$ が成り立つ．このとき，C が $M \cup M'$ で充足されないと仮定する．すなわち，$M' \models A_i$，$M \cup M' \models A_j \ (j \neq i)$，かつすべての $B_k \ (1 \leq k \leq m)$ に対して $M \cup M' \not\models B_k$ であるとする．M は $T_B(S)$ のモデルであることから，C に対応する変換節 $goal(B_1), \ldots, goal(B_m) \rightarrow goal(A_1), \ldots, goal(A_n)$ は M で充足される．$\forall j(1 \leq j \leq m)(M \models goal(B_j))$ であるから，$\forall i(1 \leq i \leq n)(M \models goal(A_i))$ となる．しかし，$M' \models A_i$ であるので，M' の定義より，$M \not\models goal(A_i)$ となり矛盾する．
したがって，C は $M \cup M'$ で充足される．

(b) $\forall i(1 \leq i \leq n)(M \models A_i)$ の場合
M は $T_B(S)$ のモデルであることから，

$$M \models (goal(B_1), \ldots, goal(B_m), A_1, \ldots, A_n \\ \rightarrow B_1; \ldots; B_m)$$

なので，$M \models B_1; \ldots; B_m$ である．したがって，C は $M \cup M'$ で充足される．

以上より，$T_B(S)$ のモデル M が存在すれば，M と S によって決まる基礎アトムの集合 M' を考え，$M \cup M'$ が S のモデルであることが示された． □

証明 1.2（**十分条件の証明**） $T_B(S) = T_B^1(S) \cup T_B^2(S)$ が充足不能であるならば S が充足不能であることを示すために，S が充足可能であるならば $T_B(S)$

が充足可能であることを示す．
いま，S のあるモデルを M とし，次のような集合 M' を考える．

$$M' = \{goal(A) | A \text{ は } S\text{のエルブラン基底の元}\}.$$

$T^1_B(S)$ の任意の節

$$goal(B_1), \ldots, goal(B_m) \\ \rightarrow goal(A_1), \ldots, goal(A_n)$$

については，正節以外の節を変換したものであり，$n \geq 1$ である．よって，$M \cup M'$ は，$T^1_B(S)$ の任意の節を充足する．
次に，$T^2_B(S)$ の任意の節

$$goal(B_1), \ldots, goal(B_m), A_1, \ldots, A_n \\ \rightarrow B_1; \ldots; B_m$$

について考える．任意の基礎代入 σ に対して，$goal(B_1)\sigma \cdots goal(B_m)\sigma$ はそれぞれ M' に属し，M は $A_1\sigma, \ldots, A_n\sigma \rightarrow B_1\sigma; \ldots; B_m\sigma$ を充足する．よって，$M \cup M'$ は，$T^2_B(S)$ のモデルである．□

定理 2（深さ優先 NHM 法の健全性・完全性） 与えられた節集合 S が充足不能であるための必要十分条件は，$T_D(S)$ が充足不能であることである．

以下の証明では，S のすべての基礎例の集合を S'，S' の節 $C : A_1, \ldots, A_n \rightarrow B_1; \ldots; B_m$ に対応する変換節を，

$$C_1 : goal(B_1), \ldots, goal(B_m) \\ \rightarrow goal(A_1), cont_{C,1}(V_C).$$
$$C_2 : cont_{C,1}(V_C), A_1 \rightarrow goal(A_2), cont_{C,2}(V_C).$$
$$\vdots$$
$$C_n : cont_{C,(n-1)}(V_C), A_{n-1} \\ \rightarrow goal(A_n), cont_{C,n}(V_C).$$
$$C_{n+1} : cont_{C,n}(V_C), A_n \rightarrow B_1; \ldots; B_m.$$

と表すことにする．

証明 2.1（必要条件の証明） $T_D(S)$ が充足可能ならば S が充足可能であることを示す．
$T_D(S)$ が充足可能であるので，そのモデル M が存在する．S の基礎例の集合 S' のモデルが存在することを示すため，次のような付加的な基礎アトムの集合 M' を考える．

$$M' \equiv \bigcup_{C \in S'} \{B_j | B_j \text{ は } C\text{の後件アトムで}, \\ M \not\models goal(B_j)\}$$

以下，$M \cup M'$ が S' のすべての節を充足することを示す．S' の任意の節 $C : A_1, \ldots, A_n \rightarrow B_1; \ldots; B_m$ について，次のケースを考える．

（1） $\exists j(1 \leq j \leq m)(M \not\models goal(B_j))$ の場合
M' の定義より $M' \models B_j$ なので，C は $M \cup M'$ で充足される．

（2） $\forall j(1 \leq j \leq m)(M \models goal(B_j))$ の場合

（a） $M \models A_1, \ldots, A_{i-1} \wedge M \not\models A_i$ $(1 \leq i \leq n)$ の場合
このとき，C が $M \cup M'$ で充足されないと仮定する．すると，$M \cup M' \models A_1, \ldots, A_n$ かつ $M \cup M' \not\models B_1; \ldots; B_m$ である．また $M \not\models A_i$ より，$M' \models A_i$．M は $T_D(S)$ のモデルであることから，C に対応する変換節 C_1 から C_i までの後件がすべて M で充足され，よって $M \models goal(A_i)$ となる．しかし，$M' \models A_i$ であるので，M' の定義より，$M \not\models goal(A_i)$ となり矛盾する．したがって，C は $M \cup M'$ で充足される．

（b） $\forall i(1 \leq i \leq n)(M \models A_i)$ の場合
M は $T_D(S)$ のモデルであることから，$\forall i(M \models cont_{C,i}(V_C), goal(A_i))(1 \leq i \leq n)$ となり，また，$M \models cont_{C,n}(V_C), A_n \rightarrow B_1; \ldots; B_m$ なので，$M \models B_1; \ldots; B_m$ である．したがって，C は $M \cup M'$ で充足される．□

証明 2.2（十分条件の証明） S が充足可能ならば $T_D(S)$ が充足可能であることを証明する．S が充足可能であるので，そのモデル M が存在する．
S の基礎例の集合 S' の任意の節 C について，次の 2 つのケースを考える．

（1） $M \models A_1, \ldots, A_{i-1} \wedge M \not\models A_i$ $(1 \leq i \leq n)$ の場合
ここで，変換後の節の充足可能性を示すため，付加的な基礎アトムの集合 M'_C を以下のように定義する．

$$M'_C \equiv \bigcup_{1 \leq j \leq i} \{goal(A_j)\} \\ \cup \bigcup_{1 \leq j \leq i} \{cont_{C,j}(V_C) | V_C \text{は基礎項の組}\}$$

節 C に対応する変換節において，

- C_1 から C_i までの変換節は，その後件部が M'_C で充足されるので，$M \cup M'_C$ によって充足される．
- 変換節 C_{i+1} は，その前件アトム A_i が M で充足されないので，$M \cup M'_C$ によって充足される．
- C_{i+2} から C_{n+1} までの変換節は，その前件アトム $cont_{C,j}(V_C)(i+1 \leq j \leq n)$ が M'_C で充足されないので，これも $M \cup M'_C$ によって充足される．

（2） $\forall i(1 \leq i \leq n)(M \models A_i)$ の場合
M'_C を上の (1) で定義した式において $i = n$ として得られる集合とする．いま，C_1 から C_n までの変換

節は，その後件部が M'_C で充足されるので，$M \cup M'_C$ によって充足される．変換節 C_{n+1} については，M が変換前の節 C を充足する（$M \models A_1, \ldots, A_n \rightarrow B_1; \ldots; B_m$）ことと，$M \models A_1, \ldots, A_n$ であることから，$M \models B_1; \ldots; B_m$ である．したがって，$M \cup M'_C$ は C_{n+1} を充足する．

上記（1）（2）では，S' の任意の節 C に対して変換後の節集合が $M \cup M'_C$ で充足されることを示した．そこで，$M' \equiv \bigcup_{C \in S'} M'_C$ と定義すると，S' のすべての変換節は $M \cup M'$ で充足される．　□

5. 値域限定性と修飾子

NHM 変換によって得られる節集合は，一般にそのままでは値域限定性を満たさない．たとえば 2.2 節で示した SYN009-1 の C_1 節に幅優先 NHM 変換を施すと，$true \rightarrow goal(p(c, X, Y))$ なる節が得られるが，これは値域限定性を満たしていない．

上述の問題に対処するために，アトムの引数位置の束縛情報を示す修飾子（adornment）[1),2)]を導入する．これは，各引数が基礎項である (b) か否か (f) を示すものである．たとえば上記 $p(c, X, Y)$ は，第一引数のみが基礎項で，第二，第三引数は変数なので，修飾子は bff となる．変換節は，修飾子を述語記号に付加して，$true \rightarrow goal(p^{bff}(c))$ となる．ここで，元の $p/3$ の引数のうち，b となる引数のみを残して f となる引数は省略される．ただし，引数を持たないアトムの修飾子は ϕ とする．

本方法では，変換前の節の後件アトムに対して，とりうるあらゆる修飾子の組合せを考え，各組合せパターンに対して修飾子付節を用意する．たとえば，次のような節を考えよう．

$$r(X, Y) \rightarrow p(X, Y); q(X, Y).$$

ここで，$p/2$，$q/2$ に対する修飾子の集合が，それぞれ $\{bf, fb\}$ であったとすると，修飾子付節は，

$$r^{bf}(X) \rightarrow p^{bf}(X); q^{bf}(X).$$
$$r^{bb}(X, Y) \rightarrow p^{bf}(X); q^{fb}(Y).$$
$$r^{bb}(X, Y) \rightarrow p^{fb}(Y); q^{bf}(X).$$
$$r^{fb}(Y) \rightarrow p^{fb}(Y); q^{fb}(Y).$$

となり，これらの節に対して，NHM 変換を施さなければならない．しかしながら，n 個の引数を持つ述語の修飾子は 2^n 通りあり，これらすべての修飾子についてNHM 変換節を用意するのは現実的でない．実際の証明に現れる修飾子はこのうちの一部であることが多い．これらの修飾子が変換操作を行う前に過不足なく分かれば，NHM 変換節の数を抑制することができ，実行効率を上げることができる．これには，ゴールの引数の束縛情報が証明過程でどのように伝搬していくかを解析する必要がある．

本章では，マジックセットの修飾子の計算法[17)]を，ノンホーン節にまで拡張した計算法を提示する．以下は，深さ優先 NHM 用の修飾子の計算法であるが，幅優先 NHM に対しても同様に定義できる．

深さ優先 NHM 用修飾子の計算法

入力：節集合 S.

出力：S の各アトムの述語記号に修飾子を付加した節集合 S'.

ステップ 1：$AD := \{false^{\phi}\}$，$S' := \emptyset$ とおく．

ステップ 2：S のすべての節 C ： $A_1, \ldots, A_n \rightarrow B_1; \ldots; B_m$ に対して以下の (1) から (3) の操作を行う．ここで，アトム A の述語記号を P_A と表すことにし，$AD_j := \{P^{\alpha}_{B_j} | P^{\alpha}_{B_j} \in AD$, αは修飾子$\}(1 \leq j \leq m)$ とする．

(1) $\prod_{j=1}^{m} AD_j$ の各要素 $(P^{\alpha_1}_{B_1}, \ldots, P^{\alpha_m}_{B_m})$ について，C の複製 C' を作り，各後件アトムの述語記号 P_{B_j} を $P^{\alpha_j}_{B_j}$ で置き換える．

(2) C' の前件部の各アトム A_i に対して A_1 から順に A_n まで以下の 2-1) から 2-5) の手順で修飾子 β_i を求め，P_{A_i} を $P^{\beta_i}_{A_i}$ で置き換えていく．

2-1) A_i が引数を持たなければ，$P^{\beta_i}_{A_i} := A^{\phi}_i$ とする．

2-2) A_i の引数が基礎項ならば，その引数は b とする．

2-3) A_i の引数が変数の場合，その変数が後件部のある引数中で b と指定されているか，または，$A_1, \ldots, A_{i-1}$ のいずれかに出現していれば，その引数を b とする．

2-4) A_i の引数が関数項の場合，その関数項に出現する各変数について，2-3) の処理を行い，すべての変数が b と指定されれば，その引数を b とする．

2-5) A_i の引数が上の 2-2)～2-4) の条件のいずれも満たさないときは，当該引数を f とする．

(3) P_{A_n} まで置換が終了したら，$S' := S' \cup \{C'\}$，$AD := AD \cup \{P^{\beta_1}_{A_1}, \ldots, P^{\beta_n}_{A_n}\}$ とする．

ステップ 3：ステップ 2 の前後で AD に変化がなければ，手続きは終了．そうでなければ，ステップ 2 を繰り返す．

修飾子は各述語記号に対して有限なので，本アルゴリ

表1 NHMの効果
Table 1 Comparison of experimental results.

問題	変換	節数	証明木の大きさ 枝数	節点数	時間(秒)	結果
PUZ	前	17	4	59	0.24	S
012-1	後	83	2	51	1.65	S
PUZ	前	43	67	189	0.43	U
030-1	後	193	462	2527	23.42	U
PUZ	前	26	8	35	0.7	U
031-1	後	88	8	1441	33.52	U
SYN	前	11	1	10	0.21	U
005-1	後	21	1	30	0.23	U
SYN	前	6	10	17	0.12	U
008-1	後	7	2	9	0.15	U
SYN	前	7	19683	29526	4.83	U
009-1	後	13	3	14	0.25	U
SYN	前	26	1	6	0.22	U
014-2	後	1624	1	967	3229.0	U
SYN	前	9	22	88	0.24	U
070-1	後	28	16	379	2.44	U
SYN	前	7	-	-	T.O.	-
083-1	後	46	1	133	1.55	U
SYN	前	29	1	23	0.27	U
101-1	後	74	1	54	0.61	U
SYN	前	71	1	3726	564.49	U
102-1	後	197	1	198	4.23	U

T.O.：時間切れ，U：充足不能，S：充足可能

ズムは必ず停止し，*AD* に必要な修飾子が求まる．

6. 実験結果

NHMの評価を行うため，TPTP問題ライブラリ[11]からパズル系統の問題（PUZ）および性能評価用に人工的に作られた問題（SYN）を選び，深さ優先NHM変換法を適用する前後の証明性能をMGTPを用いて比較した．計測にはSparcStation10/30（64MB）を用い，実行の制限時間は1時間とした．**表1**に，NHM変換による証明木の枝刈り効果と計算時間削減効果を示す．

表1より，NHM効果について見てみると，実験で用いた11題のうち，

- 枝数（モデル候補数）が減少した問題は，PUZ012-1, SYN008-1, SYN009-1, SYN070-1の4題，そのうち，著しく減少した問題はSYN009-1,
- 枝数が増加した問題は，PUZ030-1,
- 枝数が変化しなかった問題は，PUZ031-1, SYN005-1, SYN014-2, SYN101-1, SYN102-1の5題，そのうち，節点数が著しく減少した問題はSYN102-1，逆に節点数が著しく増加した問題はPUZ031-1とSYN014-2,
- 1時間の制限時間内で解けず，NHM変換により解けるようになった問題は，SYN083-1,

である．

11題中，6題についてはNHMの効果（枝数あるいは節点数削減効果）があり，そのうち3題（SYN009-1, SYN083-1, SYN102-1）は顕著な効果が見られる．SYN009-1では，枝数が1/6500まで，実行時間は1/19まで減少している．SYN102-1はホーン問題であるので，NHMによる分岐数の削減効果はなく，枝数は1のままであるが，実行時間が1/135に減少している．

NHMはゴールに関連する違反節のみをモデル候補拡張の対象にすることにより，不要な節によるモデル候補の拡張を防ぎ，証明木の節点数や分岐数の削減および実行時間の減少をねらっている．しかし，上述のNHM効果が薄れる要因としては，以下の点があげられる．

1) 変換前の違反節がすべてゴールに関連しているときには，NHM変換は無駄であり，このオーバヘッド（推論制御用アトムに対する処理）のため，実行時間が増大する．
2) ゴールに関連する違反節が複数存在する場合，それらがどの順番で選択されモデル候補拡張に使用されるか，という節選択の非決定性によって証明木は異なる．
3) NHM変換により節数が増加するため，その分，違反節検出のための計算時間が増大する．

ノンホーン問題であるPUZ030-1については，NHMによりゴールに関連する節のみを選択したにもかかわらず，NHM変換によって逆に枝数が増加している．これは，2)で述べたように，変換前と変換後の節集合で違反節の選択順に差異が生じ，不運にも証明木が大きくなったためであろう．

また，ホーン問題であるSYN014-2も，NHM変換によって逆に実行時間が増加している．この大きな要因としては，表1の節数の項目からも分かるように，変換後の節数が元の節数に比べ著しく増大しているので，特に3)が考えられる．

今後，これらの要因がどのように証明性能に影響を及ぼすかについては，より詳細な分析を行っていく必要がある．

7. 関連研究

本章では，NHMと他の類似研究との比較を行う．

1章で述べたとおり，LovelandらによるSATCHMORE[5]は，SATCHMO[7]に対して関連性テストを導入し，負節に無関連なノンホーン節の使用によって引き起こされるモデル候補の無駄な拡張を回避している．深さ優先NHM法における *goal* リテラルの使

用は，関連性テストにおける関連リテラルの使用と同様に，後件のすべてのアトムを解く必要がある節のみをモデル候補拡張の対象としている．しかしながら，SATCHMORE が関連性テストを定理証明手続きの実行過程で動的に実施するのに対し，NHM では変換節を静的な解析に基づいて証明の前処理において生成する．前述のとおり，関連性テストでは，違反節が検出されるたびに，Prolog を起動して関連リテラルの計算を後向きに行う．このため，同じ関連リテラルを何度も再計算することがある．これに対して，NHM は関連性テストの効果を持つ以外に，ホーン節におけるマジックセット法の自然な拡張であることから，*goal* リテラルの計算も前向きに行っており，これらの再計算は行わないという利点がある．たとえば，次の節集合を考える．

$p_0 \rightarrow false.$
$p_1 \rightarrow false.$
$p_i \rightarrow p_{i-1}; p_{i-2}.\ (2 \leq i \leq n)$
$true \rightarrow p_{i+1}; p_i.\ (i > n)$
$true \rightarrow p_n.$

この問題においては，関連性テストを行わない場合，正節のノンホーン節による無限の分岐を行ってしまい解けない可能性がある．この節集合においては，$0 \leq i \leq n$ であるすべての p_i が関連リテラルとして計算される．この間の SATCHMORE の再帰呼び出し回数は $O(2^n)$ になる．これに対して，NHM では $O(n)$ のコストで *goal* リテラルの計算を行う．ただし，NHM でも分岐数は SATCHMORE と変わらない．実は，モデル分岐数に関しては SATCHMORE と NHM は等価であることが証明できるが，その詳細については別稿で述べる予定である．

マジックセット法をノンホーン節へ適用する試みは，Demolombe[4]によって最初に行われた．この方法によれば，ノンホーン節に対し，あるアトムの選言を導くために，$goal(A_k \vee B_1 \vee B_2 \vee X)$ のようなリテラルを用いる．すなわち，正の選言 C（たとえば $B_1 \vee B_2 \vee B_3$）を証明するために，C を包摂する選言 D（たとえば $B_1 \vee B_2$）を後件部に持つ節をゴールとして呼び出し，その節の前件部のサブゴール A_k の呼び出しには，C を選言に付けて呼び出す（上の *goal* リテラルの X は B_3 と単一化される）．彼の方法は，このように正の選言を問合せとする選言付きの演繹データベースにおけるマジックセット法と見なすことができる．しかし，包摂のための変数 X と単一化されるアトムは数多いため，NHM と比べると，生成される *goal* リテラル数の増加を招く．また *cont* 述語も用いていないため，変数束縛情報の受け渡しに無駄が生じることがある．なお我々が提案する NHM も，選言付きのデータベースに応用されている[14]．

Stickel[10]は，ゴール指向のモデル消去法を，ボトムアップ型の前向き推論による定理証明器で模擬するための変換法を提案している．Stickel の方式はホーン節の節集合においては，NHM と同様の変換節を生じる．しかしノンホーン節を含む節集合においては，モデル消去法で必要とされる縮約（reduction）操作を模擬するために，*goal* リテラルの中に先祖リテラルを引数として保持しなければならず，Demolombe と同様に *goal* リテラルの増大を招く．さらに，Demolombe，Stickel ともに，変換後の節はホーン節であるので，ノンホーン節によるケース分割の利点（OR 並列性）は活かされない．また，前向き推論にも単一化操作が必要となり，値域限定された節集合でもその利点を活かすことができない．

8. 結　論

本論文では，与えられた一般の節集合を後向き推論を模擬する節集合に変換する NHM 法を提示した．NHM の構想を 1991 年に非公式に発表して以来，内外から関心が寄せられており[5),10]，これまでに選言を含む演繹データベースにおける問合せ処理[14]，仮説推論システムや様相論理システム[13]などの応用が広がってきている．

こうした中で，本論文においては，NHM 法として，幅優先 NHM と深さ優先 NHM の 2 種の変換方式を提示し，両変換方式について NHM の正当性を証明した．さらに，定理証明のベンチマーク集[11]の典型的問題を対象に評価実験を行い，大部分のノンホーン問題についてモデル候補数の削減効果を確認した．しかし，NHM 変換によって，節数の増加や生成された推論制御用アトムによるオーバヘッドなどが生じるため，モデル候補数の削減効果が相殺され，実行時間削減につながらない例もある．

今後，評価対象を拡大するとともに，NHM 変換の効率化手法の開発を進める．

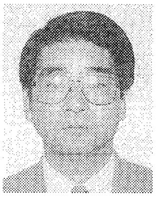
参 考 文 献

1) Bancilhon, F., Maier, D., Sagiv, Y. and Ullman, J.D.: Magic Sets and Other Strange Ways to Implement Logic Programs, *Proc. 5th ACM SIGMOD-SIGACT Symp. Principles of Database Systems*, pp.1–15 (1986).

2) Beeri, C. and Ramakrishnan, R.: On the Power of Magic, *Proc. ACM PODS*, pp.269–283

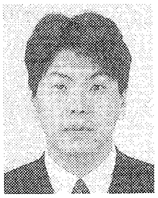
(1987).
3) Bry, F.: Query Evaluation in Recursive Databases: Bottom-up and Top-down Reconciled, *Data & Knowledge Engineering*, Vol.5, pp.289–312 (1990).
4) Demolombe, R.: An Efficient Strategy for Non-Horn Deductive Databases, *Theoretical Computer Science*, Vol.78, pp.245–259 (1991).
5) Loveland, D.W., Reed, D.W. and Wilson, D.S.: SATCHMORE: SATCHMO with RElevancy, *J. Automated Reasoning*, Vol.14, pp.325–351 (1995).
6) Hasegawa, R.: Parallel Theorem-Proving System: MGTP, *Proc. FGCS'94*, pp.51–65 (1994).
7) Manthey, R. and Bry, F.: SATCHMO: A Theorem Prover Implemented in Prolog, *Proc. 9th Int. Conf. on Automated Deduction* (1988).
8) Nakashima, H., Nakajima, K., Kondoh S., Takeda Y., Inamura, Y., Onishi, S. and Masuda, K.: Architecture and Implementation of PIM/m, *Proc. FGCS'92*, pp.425–435 (1992).
9) Rohmer, J., Lescoeur R. and Kerisit, J.M.: The Alexander Method – A Technique for The Processing of Recursive Axioms in Deductive Databases, *New Generation Computing*, Vol.4, pp.273–285 (1986).
10) Stickel, M.E.: Upside-down Meta-interpretation of the Model Elimination Theorem-proving Procedure for Deduction and Abduction, *J. Automated Reasoning*, Vol.13, No.2, pp.189–210 (1994).
11) Suttner, C. and Sutcliffe, G.: The TPTP Problem Library, Technical Report AR-94-03, Institut für Informatik, Technische Universität München, Munich, Germany (1994).
12) Ueda, K. and Chikayama, T.: Design of the Kernel Language for the Parallel Inference Machine, *Computer J.*, Vol.33, pp.494–555 (1990).
13) 赤埴淳一，井上克巳，長谷川隆三：様相節変換に基づくボトムアップ型様相論理証明法，情報処理学会論文誌，Vol.36, No.4, pp.822–831 (1995).
14) 荒山正志，井上克巳：非ホーン節を含む演繹データベースの問合せ処理の効率化，情報処理学会論文誌，Vol.37, No.12, pp.2295–2304 (1996).
15) 越村三幸，長谷川隆三：モデル生成型定理証明系の AND 並列化方式，電子情報通信学会論文誌 D-I, Vol.J78-D-I, No.2, pp.228–238 (1995).
16) 長谷川隆三，藤田 博：MGTP:並行論理型言語 KL1 によるモデル生成型定理証明系，情報処理学会論文誌，Vol.37, No.1, pp.1–12 (1996).
17) 森下真一：知識と推論，共立出版 (1994).

(平成 8 年 8 月 14 日受付)
(平成 9 年 1 月 10 日採録)



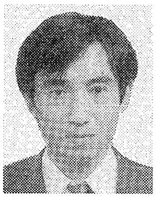
長谷川隆三（正会員）

1949 年生．1972 年九州大学工学部通信工学科卒業．1974 年同大学大学院工学研究科通信工学専攻修士課程修了．同年日本電信電話公社（現在 NTT）入社．同社武蔵野電気通信研究所勤務．1987 年（財）新世代コンピュータ技術開発機構へ出向，1995 年九州大学教授，現在に至る．九州大学博士（工学）．データフローマシン，関数型言語，論理プログラミングおよび定理証明に関する研究に従事．電子情報通信学会会員．



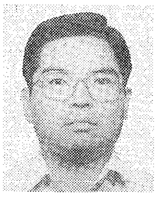
井上　克巳（正会員）

1959 年生．1982 年京都大学工学部数理工学科卒業．1984 年同大学大学院工学研究科数理工学専攻修士課程修了．同年松下電器産業（株）入社，同社技術本部勤務．1986 年（財）新世代コンピュータ技術開発機構に出向．1993 年豊橋技術科学大学情報工学系講師．1994 年同助教授．京都大学博士（工学）．人工知能，論理プログラミング，計算機科学に関する教育研究に従事．人工知能学会，AAAI 各会員．



太田　好彦（正会員）

1960 年生．1983 年千葉大学工学部電子工学科卒業．1985 年同大学大学院工学研究科電子工学専攻修士課程修了．同年三菱電機（株）入社．1988～1992 年（財）新世代コンピュータ技術開発機構に出向．1992 年職業能力開発大学校情報工学科講師，現在に至る．千葉大学博士（工学）．人工知能の研究に従事．電子情報通信学会，人工知能学会各会員．



越村　三幸（正会員）

1961 年生．1984 年筑波大学第一学群自然学類卒業．1986 年同大学大学院修士課程理工学研究科修了．同年日本ビジネスオートメーション（株）（現在東芝情報システム（株））入社．1986～1990 年，1993～1995 年（財）新世代コンピュータ技術開発機構に出向．1995 年九州大学助手，現在に至る．並列オペレーティングシステム，並列定理証明システムの研究開発に従事．日本ソフトウェア科学会，人工知能学会各会員．