具体的な図を用いる初等幾何推論システム

6ＡＨ－2

加藤 直行 † 佐塚 秀人 †† 廣川 佐千男 ¶

†: 九州大学大学院システム情報科学研究科‡: 久留米工業大学電子情報工学科¶: 九州大学大型計算機センター

1 はじめに

論理的推論は、様々な論理的仮定から、新しい命題を導き出す操作を繰り返し行ない結論に至る道筋を求めることである。我々は幾何や物理の問題を考えるとき、しばしば図を利用する。このような具体的に見える図は直観的に分かり易いもので、推論の方向を導く手助けとなる [2, 4]。今回我々が対象とする初等幾何の問題についても、一切、図を見ないで考えることは非常に困難である。逆にいえば、具体的な図を人間は推論に有効に利用しているといえる。人間が描いた図は全く正確ではなく、与えられた条件を正しく満たしてはいないが、我々がその図形を見るときには、これらの条件だけを抽象化して認識していると考えられる。我々はこのアイデアに基づき、具体的に描かれた図の情報を用いて、初等幾何の証明問題を解くシステムを開発中である。本稿ではこのシステムの概略を報告する。

2 初等幾何の問題とその代数的表現

扱う問題の領域は、下のような中学の基礎レベルの幾何の証明問題である。

問題　三角形 ABC がある。今辺 BC の中点を M とする。ここで角 AMC が直角であれば三角形 ABC は二等辺三角形であることを証明しなさい。

まず、図形についての条件は表１のような制約として表現してシステムに与える。

	文章	制約
仮定	B,M,C は直線上	(on-line B M C)
	MB=MC	(eq B M M C)
	角 AMC は直角	(per A M C)
結論	三角形 ABC は二等辺三角形	(isos A B C)

表１ 条件の制約による表現

与えられた図形に現れる点の座標を変数として、これらの制約を代数方程式として表現する。「辺の長さが等しい」とか、「角度が等しい」といった幾何の制約は

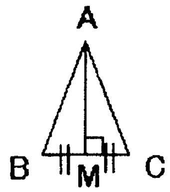

図 1: 初等幾何の証明問題の例

代数式によっても表現できる。例えば「辺 AB と辺 AC の長さが等しい」に対応する代数式は、点 A の座標を (x_a, y_a), 点 B の座標を (x_b, y_b), 点 C の座標を (x_c, y_c) とすれば、$(x_a-x_b)^2+(y_a-y_b)^2=(x_a-x_c)^2+(y_a-y_c)^2$ とかける。他の制約も同じように代数式に表現できる。

3 数値解析による制約図形の近似

証明を考える際に人間が描く図は雑で、正確には制約を満たしているわけではない。しかし、我々はこの雑な図形を見て、理想的な図形を思い浮かべる。条件に多少合致しない部分は心の中で適当に修正して考えている。この理想的な図形を、我々は代数方程式の近似解として求める。つまり、雑な図形の座標を初期値として、代数方程式として表された制約を全て満たす図形の座標を、反復による近似を用いて求める。その際、反復の仮定も図として表示させる (図２)。これは人間が少しづつ図を修正しながら正しい図を描くことに対応するのではないかと考えられる。得られる方程式は非線形であり、一般に解は複数あり、初期値によっては収束せず発散してしまうこともある。

4 図形パターンによる推論制御

近似の結果求まる正確な図に対し、Koedinger, Anderson 等の図形パターン (Perceptual Chanks) の手法 [3] を適用し、推論を行なう。これは問題図形を図３のように、いくつかの図形パターンでマッチングを行ない、推論をこのマッチングされたパターンの中で行うというものである。 与えられた条件を正確に満たす図形においては、二等辺三角形のパターン、直角三角形のパターン、あるいは一辺を共有する合同な三角形のパターンが現れている。このような基本的なパターンについて推論の方法をデータベースとして持っており、これを適用し推論を制御する。

Geometry Theorem Proving Using Rough Drowings
Naoyuki Katou, Kyushu University
Hideto Sazuka, Kurume Institute of Technology
Sachio Hirokawa, Kyushu University
6-10-1,Hakozaki,Higashiku,Fukuoka 812-81,Japan

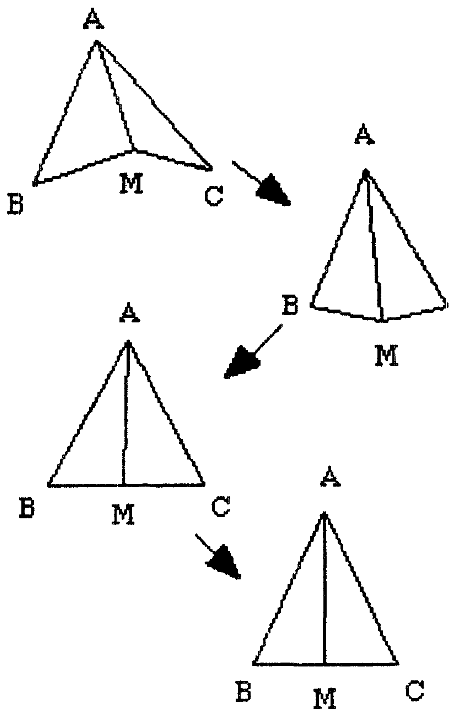

図 2: 反復による近似

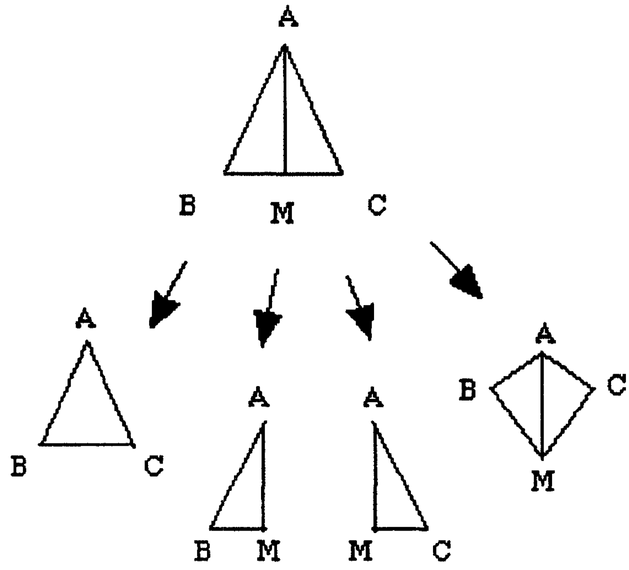

図 3: 図形パターンによる問題図形の認識

5 おわりに

具体的に描かれた図の情報を用いて初等幾何の問題の証明を生成するシステムについて述べた。利用者が描いた雑な図を変形し、仮定を満たすような座標を求める。こうして得られる具体的図形に対し、図形パターンの手法を適用し、結論に至る証明を構成する。前半の制約から代数方程式を得て初期値を修正していく部分が完成し、後半の図形パターンによる推論制御部を開発中である。制約から代数方程式を作る際に不等式で表される制約（点の並び）などは除外しているために初期値によっては制約を満たしていない図形に収束する可能性があり、より多くの問題を解くためには、この点も考慮にいれなくてはならない。研究を進めるにあたり、幾何証明システムの具体的なシステム gex [1] を教えていただいた北陸先端大学院大学の外山芳人先生に感謝します。

参考文献

[1] S. Chou, X. Gao Z. Zhang, S.C. Chou etc., An Introduction to Geometry Expert, Springer LNCS Vol. 1104, pp.235-239 (1996),

[2] 萩谷 昌己, 劉 樹苓, 図形を用いた推論の基礎付け, 人工知能学会誌, Vol.9, No2.2, pp.190–195(1994).

[3] K. Koedinger,J. Anderson, Abstract Plannning and Perceputual Chunks: Elements of Expertise in Geometry, Cognitive Science, Vol. 14, pp.511–550 (1990).

[4] 諏訪 正樹, 元田 浩, 初等幾何学におけるフラストレーションに基づく学習, 人工知能学会誌, Vol.4, No.3, pp.308–320 (1989).