

## 曲面稜線による美的意匠曲面の解析

渡辺 由美子<sup>†</sup> 齊藤 剛<sup>††</sup> 東 正毅<sup>†††</sup>

意匠形状の性質の解析とその可視化のために導入した「曲面稜線」について述べる。曲面稜線は、曲面上に定義された特微量が極値を持つ点の軌跡であり、曲面に固有な稜線と環境に依存する稜線の2種類に分類される。前者は主曲率に基づいた曲線であり、曲面に固有の性質を表す。また、後者は、視点や光源位置など、その曲面が置かれた環境に依存し、その曲面の見え方の性質を表す。デザイナーの描くレンダリング図を解析した結果、デザイナーの設計意図は、特微量の等値線と曲面稜線に強く関係することが分かった。

### A Method for Analysis and Generation of Aesthetic Surfaces by Surface Edge

YUMIKO WATANABE,<sup>†</sup> TSUYOSHI SAITOH<sup>††</sup> and MASATAKE HIGASHI<sup>†††</sup>

This paper presents *surface edges of a free-form surface* which are loci of points having the extremum of scalar value defined on the surface for extraction and visualization of properties of aesthetic shapes. The surface edges are classified into two types: *inherent surface edges* and *environments dependent surface edges*. The inherent surface edge is defined by principal curvature, therefore the edge represents intrinsic features of the surface. The environment dependent surface edges are dependent on environment such as viewing point and lighting point, and represent appearance of the surface. By analyzing idea sketches drawn by style designers, we find that the designers' intentions are closely related to the contour of the characteristic value and the surface edges.

#### 1. はじめに

本研究は、工業製品などに用いられる美的意匠曲面の解析と評価法を確立し、曲面創成に適用することを目的とする。本稿では、その第1報として、「曲面上の稜線」なる概念の導入と、それによる曲面が持つ性質の解析と可視化について述べる。

自動車ボディや家電品などに用いられる意匠的な曲面形状には、デザイナーの美的意図を満たし、ハイライトや周囲風景の写込みに歪のない滑らかさが要求される。近年になり、このような意匠形状設計の分野にもCADシステムが導入され、デザイナーの創造活動に対するコンピュータ支援が部分的には実現されるようになった。デザイナーの指示による曲線入力、その曲線からの曲面生成、そして、デザイナーの評価結果による形

状修正などである<sup>8)</sup>。

このようなCADシステムを用いて、デザイナーが意匠曲面の創成活動を行う場合、デザイナーの意図や感覚を、直接、デザイナーの言葉や方法で指示できることが重要である。また、曲面の評価については、従来人手で行っていたことをシミュレーションしているため、その解釈は人間が行うことになる。したがって、デザイナーの感覚に合った形で性質を呈示できることがCADシステムに求められる。これらを実現するためには、デザイナーの設計意図が形状生成のどのような特徴として表れるかや、美的な形状とはどのような性質を持った曲面かなどについて解析し整理する必要がある。

従来の曲面形状に関する研究では、その表現式に関するものや、生成された曲面の表示・評価に関するものが多い。特に、後者は、ガウス曲率および平均曲率の表示<sup>1)</sup>、曲率分布のカラーマップや曲率線<sup>2)</sup>、*focal Surface*<sup>3)</sup>などである。しかし、意匠形状の特徴を何でとらえ、それがデザイナーのイメージや創造活動とどう対応するかなどに関する研究は少ない。これらの体系が確立されれば、デザイナーのイメージから直接、内部モデルを生成し、修正することが可能となる。

<sup>†</sup> 東京電機大学大学院工学研究科情報通信工学専攻  
Graduate School of Engineering, Tokyo Denki University

<sup>††</sup> 東京電機大学工学部  
Faculty of Engineering, Tokyo Denki University

<sup>†††</sup> 豊田工業大学工学部  
Faculty of Engineering, Toyota Institute of Technology

筆者らは、三次元的な形状は、曲率の大きさと変化のし具合で形状が決定され、それらにより形状の特徴も表されることを示した<sup>5),10)</sup>。従来、曲率に関する特徴線として主方向をつないだ曲率線が知られていたが、主曲率の大きさとその変化の具合が分からないため、曲面の特徴を認識するのは難しい。そこで、主曲率の等しい点を結んだ等主曲率線と、主曲率の極値となる点を結んだ曲率極値線を導入した。これらを用いて、形状の特徴を分類し、前述のデザイナー評価に用いられる線との関係を解析した。その結果、曲面形状の見え方には、曲率極値線が大きく影響していることが分かった。それらに理論的検討を加えるとともに、デザイナーの描くレンダリング図を解析することにより、レンダリング図に現れる特徴線を考察した<sup>10)</sup>。

一方、筆者らは、前述の特徴に基づいた形状の見え方や曲面固有の性質を体系化するために、曲面の特徴を示すスカラー量を考えて、その尾根谷線として「稜線」を導入した<sup>11)~14)</sup>。特に文献 11), 12) では、特徴量の変化が極値をとる方向を主曲率の方向で近似した。この方法は、特徴量を高さや主曲率とした場合は一致する。しかし、視点や光源が無制限と仮定しない場合、ずれが大きくなる。そこで本稿では、特徴量の傾斜を表す等傾斜線を定式化し、これを用いて、特徴量の変化が極値をとる点列として、あらたに「稜線」を定義する。特徴量としては、曲面固有の性質を示す主曲率、方向に依存するものとして高さ、断面線の曲率、面法線との傾斜角（拡散光輝度）がある。さらに、視点に依存するものとして、鏡面反射輝度、および格子線の映像などがある。

本稿 2 章で、曲面の解析と評価に重要な特徴量について述べ、3 章において、本研究で導入した曲面上の稜線を説明する。次いで 4 章で、曲面に固有な稜線を定義し、その性質を述べる。5 章では、その曲面が置かれている環境、たとえば光源や視点の位置に依存した稜線を定義し、その性質を例とともに示す。6 章では、従来のレンダリングにおける特徴線を含み、曲面解析に重要な特徴線を曲面稜線により体系化し、7 章でまとめる。

## 2. 曲面解析のための特徴量とその性質

意匠曲面の解析と評価のためには、デザイナーが重要視する特徴とはどのようなものかを明らかにし、それを幾何モデルから抽出し、表現する必要がある。前章で述べたように、デザイナーの設計意図は、レンダリング図によって表現され、このレンダリング図を解析した結果、デザイナーが形状設計の際に特に重要視する特

徴は、以下の 6 つに分けられることを報告した<sup>10)</sup>。

- (1) 光を当てたときに、明るく見える部分の形と位置。
- (2) 特に光って見える部分（ハイライト）の位置と長さ。
- (3) 周りにある直線の写込み。
- (4) 光を当てたときに、陰となる部分とその境目。
- (5) 光が当てたときにできる影の部分とその境目。
- (6) ある方向から見た場合の外枠。

デザイナーは、形状の設計意図として、これらを強調してレンダリング図に描く。また、曲面評価においては、これらの線の位置や曲がり具合が重要な項目となる。したがって、計算機内にモデル化された形状が、デザイナーの意図を満たしているかを評価する場合、上述の特徴をモデルから抽出し、可視化する必要がある。これらの特徴（または、特徴を表す曲線）を整理し、幾何モデル上の特徴量と対応付け、さらに特徴量の性質で分類すると、以下に示すように、特徴量の等しい点を結んだ等値線、特徴量が極値となる部分を示した極値線、形状に写り込んだ線を示した映像線と大きく 3 つに分類できる。括弧内の番号は前述の特徴の番号である。

- 等値線：反射光輝度分布 (1), (2), 輪郭線 (6), 陰影線 (4), (5)。
- 極値線：反射光輝度変化 (1), (2)。
- 映像線：写込み映像 (3)。

一方、生成曲面の評価には、曲面と平面の干渉線である断面線の曲率分布が重要であり<sup>14)</sup>、これは断面線の曲率を特徴量とする等値線で表現できる。さらに、本稿 5 章で示すように、前述の特徴 (3) である写込み映像も一種の等値線と見なすことができる。

このように、等値線によりさまざまな特徴を表すことができる。しかし、等値線は特徴量の分布状態のみを表現し、等値線群が描くパターンの特徴を解釈するのは人間となる。この「等値線群が描くパターンの特徴」により曲面の解析と評価を行うのが本研究の目的であり、これを幾何モデルから抽出したものが以後の章で述べる「稜線」である。

## 3. 曲面上への稜線の導入

稜線という言葉は、従来から、多面体の交線を表す用語として用いられているが、本稿では、曲率の連続した自由曲面にも稜線概念を導入する。これを曲面稜線 (surface edge) と呼ぶ。本稿では、2 種類の曲面稜線——曲面に固有な稜線、環境に依存する稜線——を導入する。本章では、これらの概念を説明し、次章

で式化する。

### ● 曲面に固有な稜線

多面体間の交線部では、面法線が不連続となっている。この交線部分を滑らかに丸めた形状を考えると、この丸めの部分では、面法線が大きく変化し、交線に垂直な断面方向で断面線の曲率が最大となる部分を含む。また、丸めが微小である場合は、交線に垂直な方向は、丸めによってできる曲面の主方向と一致する。ここで、曲面を大局的に、いくつかの平面の交線付近を丸めたものと考え、前述の交線付近を丸めた形状が持つ特徴を、曲率の連続した自由曲面について導入する。この特徴を表すものとして、法断面を主方向にとった法断面線の曲率、すなわち主曲率が極値をとる点の軌跡があり、これを**主曲率稜線**と呼ぶ。これは曲面に固有の性質となる。一方、法断面でなく任意の面との交線の曲率である断面曲率が極値をとる点の軌跡を**断面曲率稜線**と呼ぶことにするが、これは固有の性質ではない。

### ● 環境に依存する稜線

前述のような丸め領域を考えると、拡散反射や鏡面反射による輝度は、光線方向がその領域で変化する面法線方向に含まれていれば、最大となる部分を含む。そこで、拡散および鏡面反射による輝度が極値を持つ点の軌跡を、各々**拡散光稜線**および**ハイライト稜線**と呼ぶことにする。また、丸め領域に写る映像は、その領域が凸の場合最も縮小され、凹の場合拡大される。このような写込み映像が持つ特徴を表すものとして、面上に写る格子映像の格子幅の極値をとる点の軌跡を表す**格子映像稜線**を導入する。これらは、視点や光源などその曲面が置かれている環境に依存した特徴である。

以上の稜線は、後に述べるように、すべて、曲面上のスカラー値の傾斜が、その等値線（スカラー値が等しい点を結んでできる曲線）上で極値を持つ点列として統一されている。

## 4. 主曲率稜線と断面曲率稜線

本章では、はじめに、主方向を示す曲率線上で主曲率が極値となる点の軌跡である、主曲率稜線について述べる。この稜線は、曲面固有であるので、曲面に固有な**稜線** (inherent surface edge) と呼ぶ。次いで、曲面評価に重要な断面曲率の稜線について述べる。

### 4.1 主曲率稜線の定義

主曲率稜線となる、主方向で主曲率が極値となる点列は、形式的には、曲率線を表す方程式 (1) と、主曲率の方程式 (2) の微分形 (3) とを連立させ、 $du$ 、 $dv$  を

消去した式 (4) を満足しなければならない。

$$(MG - NF)dv^2 + (GL - NE)dudv + (LF - ME)du^2 = 0, \quad (1)$$

$$\phi = (EG - F^2)\kappa^2 - (EN + LG - 2MF)\kappa + (LN - M^2) = 0, \quad (2)$$

$$d\phi = \phi_u du + \phi_v dv = 0, \quad (3)$$

$$(MG - NF)\phi_u^2 - (GL - NE)\phi_u\phi_v + (LF - ME)\phi_v^2 = 0. \quad (4)$$

ただし、 $E$ 、 $F$ 、 $G$  は第 1 次微分規格量、 $L$ 、 $M$ 、 $N$  は第 2 次微分規格量とする。

式 (4) は、曲率極値線<sup>5),6)</sup>と同じ式である。例を図 1 に示す。図 1 (a)~(d) は、同一の曲面に特徴線を描いたものである。図 1 (a) は、形状を表すための等高線であり、ほぼ中央部に凸ピークがある形状である。図 1 (b) は、主方向を結んだ曲率線であり、実線、点線は、各々極大側（主曲率の大きい方）と極小側（主曲率の小さい方）である。図 1 (c), (d) に、極大側と極小側の各々について、等主曲率線を実線で、曲率極値線を点線で示した。

この曲率極値線は、曲率線上で主曲率の変化分が 0 となり、この点の近傍では、曲率線は、曲率極値線に対して対称となる。しかし、曲率極値線上の点には、その点における主方向に対しての法断面線上で、曲率が極値とならない部分が含まれている。それは、式 (1) が方向に関しての 2 次式であるため、等主曲率線に対応する主方向のほか、直交する他方の主方向も

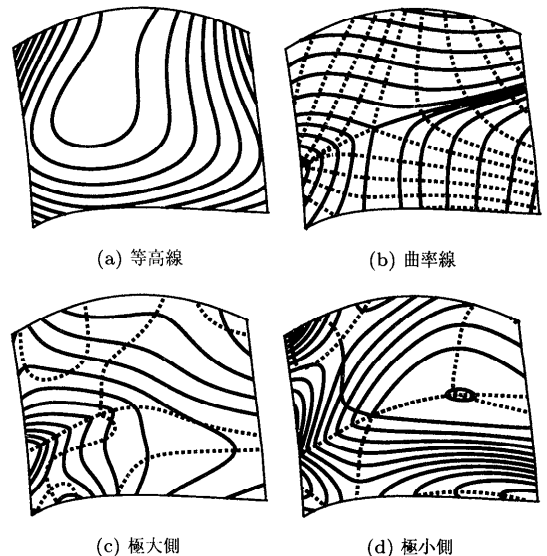


図 1 等主曲率線と曲率極値線の例  
Fig. 1 An example: (a) contour, (b) lines of curvature, (c, d) equi-principal curvature curves and extrimun principal curvature curves.

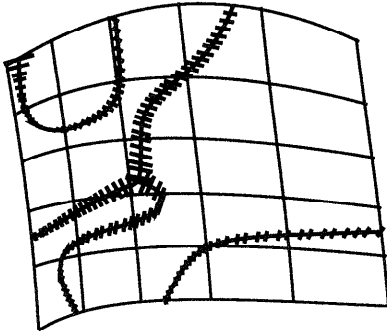


図2 主曲率稜線の例

Fig. 2 An example of the principal curvature surface edges.

含まれているからである。したがって、主曲率稜線は、曲率極値線から、等主曲率線に対応する主方向で極値を持つもののみを抽出した曲線となる。例は、次節に示す。

#### 4.2 主曲率稜線の表示

式(2)から分かるように、主曲率は極大と極小の2つあるが、曲面の曲がり具合は、曲率が大きい方に強く依存する。そこで、前述の抽出結果の極大側のみを表示する。また、主曲率稜線を、稜線上の各点における主方向と主曲率の大きさとともに示せば、曲面固有の形状の特徴を表すことができる。表示例を図2に示す。図2において、主曲率稜線上にはほぼ等間隔に線分を、向きを主方向に、曲率半径に比例した長さで描いた。したがって、線分が短いほど曲面が曲がっていることを表す。この例の場合、稜線上の大半で主曲率は極大となり、曲率線の方向に主曲率は減少している。

#### 4.3 主曲率稜線の性質

主曲率稜線の曲面の特徴に対する性質を、まず、微分幾何の中心曲面<sup>9)</sup>との対応により明確化する。

中心曲面は、曲率線に沿って面法線方向に主曲率中心の点をとってできる面である。曲率線に対応してできる中心曲面上の曲線は、面法線方向でできる面の反帰線となる。すなわち、反帰線の接線方向上に曲率線が存在する。このことから、曲率線上で曲率が極値となる点は、反帰線では尖点となる。稜線上の点で主方向の断面をとると、曲率が極値となっており、断面線の頂点となる。この頂点近傍の断面線により作られる縮閉線(曲率中心が作る曲線)上で、頂点に対応する点は尖点となる。したがって、中心曲面では、主曲率稜線に対応して、反帰線の尖点をつないだ尖線ができる。

一方、曲面形状の観点からの性質は、以下のとおりである。簡単な形状である円柱や円錐などの2次曲面は、主曲率が面上ですべて等しいために主曲率稜線

は存在しない。また、回転体の場合は、元の曲線上で曲率が極値となる点の軌跡となり、回転軸回りの円となる。

また、4.2節で述べたように、曲面上の主曲率分布を考えると、主曲率稜線は、主曲率の尾根と谷を表しているの、曲面が付近に対して最も曲がっている部分を示している。したがって、主曲率稜線が、直線や円のように単純な形でない曲面は、曲率分布が複雑になり、曲がり具合が複雑な形状である。

このように、これまでに示した主曲率稜線は、主曲率という曲面固有の特徴量の分布に関する性質を表したものであり、これらの性質を、たとえば等高線などから知ることは困難である。

#### 4.4 断面曲率稜線

4.1節で導入した主曲率稜線は、主方向で定義した。しかし、曲面設計をする場合、曲面上で種々の方向となる主方向を考えることは困難である。また、主曲率稜線は、主法線方向の断面線でその近傍では曲率の極値となるが、断面線上では必ずしも極値をとらない。そこで特定の方向に対する断面線上での断面線の曲率が極値をとる点の軌跡を考えて、これを断面曲率稜線と定義する。この断面線に対応してその平面内に縮閉線が定まるが、その縮閉線より創成される曲面を縮閉面と呼ぶ。このようにすると、断面曲率稜線は縮閉面の尖線に対応する。

断面線の曲率 $\kappa^p$ は、 $\mathbf{n}_p$ を断面の法線、 $\kappa$ をこの方向での曲面の法曲率、 $\theta$ を面法線と主法線のなす角とする次式となる。

$$\kappa^p = \frac{\kappa}{\cos \theta}. \quad (5)$$

したがって、断面曲率稜線は、曲線の曲率 $\kappa^p$ を断面の拘束条件式(7)のもとで、微分した値が0となることより得られるので、以下の2式を連立させ、 $du$ 、 $dv$ を消去した式として定義される。

$$\kappa_u^p du + \kappa_v^p dv = 0, \quad (6)$$

$$(\mathbf{n}_p \cdot \mathbf{S}_u) du + (\mathbf{n}_p \cdot \mathbf{S}_v) dv = 0. \quad (7)$$

図3(a)に、断面線の曲率プロファイル(曲率半径は、5分の1を示す)の例と断面曲率稜線を示す。断面曲率稜線には、主曲率稜線と同様の方法で、断面方向とその方向での曲率半径を示す。図3(b)には、縮閉面(点線で表す)との関係を示し、縮閉面上で尖線と対応している様子を示す。

### 5. 環境に依存する稜線

#### 5.1 環境に依存する稜線の導入

4章で述べた主曲率稜線および断面曲率稜線は、曲

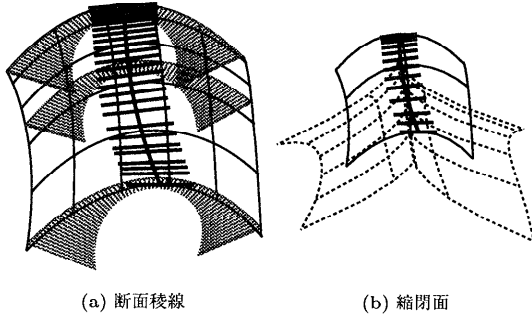


図3 断面稜線と縮閉面の例

Fig. 3 An example of surface edge on cutting plane and evolute surface.

面上に定義された主曲率および断面線の曲率というスカラ量が極値をとる点の軌跡である。一方、地形図における山岳形状の特徴を表現したものに尾根谷線があるが、これも一般に「稜線」とも呼ばれている。この意味での稜線は、高さ方向の変化の極値を結んだ曲線であり、スカラ量の極値という点で前章での稜線の考え方と一致している。

そこで、前章での曲率だけでなく、曲面上に特徴量(スカラ量)を定義し、その特徴量が極値を持つ点列を同様に稜線として定義する。

以下では、特徴量として、高さ、拡散反射光輝度、鏡面反射光輝度、そして、映像線を扱う。これらの特徴量は、デザイナーが描くレンダリングに現れる特徴線に関係するものである。上記の特徴量は、光線ベクトルや視点など、その曲面が置かれている環境に依存する特徴量であるので、これらの特徴量の稜線を環境に依存する稜線(environments dependent surface edge)と呼ぶ。

### 5.2 尾根谷線と環境に依存する稜線

本節では、まず、1つの方向ベクトルで定まる特徴量である「高さ」と「傾斜」から、尾根谷線の定義式を導出する。

尾根谷線は、以下に示すように、等高線と等傾斜線を表す微分方程式を連立させることにより得られる。

曲面上の点を  $\mathbf{S}(u, v)$ 、また、高さ方向の単位ベクトルを  $\mathbf{h}$  とすると、等高線は次式で定義される。

$$\phi_u du + \phi_v dv = 0, \quad (8)$$

$$\text{ここで、} \phi = \mathbf{S}(u, v) \cdot \mathbf{h}. \quad (9)$$

一方、等傾斜線は、曲面上の点  $\mathbf{S}(u, v)$  における法線ベクトルを  $\mathbf{n}(u, v)$  とすると、 $\mathbf{h} \cdot \mathbf{n} = \text{const.}$  が成り立つ点列であり、微分方程式で表現すると、

$$\mathbf{h} \cdot \mathbf{n}_u du + \mathbf{h} \cdot \mathbf{n}_v dv = 0 \quad (10)$$

となる。この式(9)と式(10)とから、 $du, dv$  を削除し、Weingartenの式<sup>6)</sup>を適用することにより、次式が

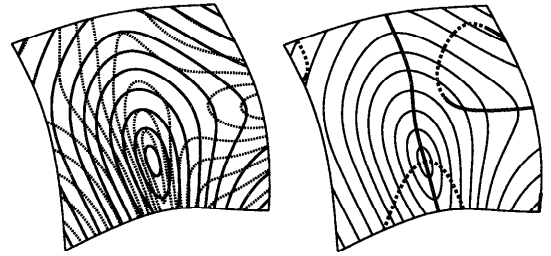


図4 尾根谷線の例

図4 尾根谷線の例

Fig. 4 Contour (thin solid line), equi-gradient curves (thin dashed line) and surface edges of height (thick solid line).

得られる。

$$(MG - NF)\phi_u^2 - (GL - NE)\phi_u\phi_v + (LF - ME)\phi_v^2 = 0. \quad (11)$$

定義により、式(11)を満たす点では、等傾斜線と等高線の接線が一致する。したがって、これらの点列は、等高線上で傾斜が極値を持つ点の軌跡、または、等傾斜線上で高さが極値を持つ点の軌跡であり、高さ( $\mathbf{h}$ )方向の稜線となる。この稜線については、本稿では、何々稜線とは呼ばずに、従来の呼称をそのまま使用し、単に尾根谷線と呼ぶ。図4(a)に、形状を示すための等高線(実線)と等傾斜線(破線)を示す。中央部に凸ピークがあり、なだらかに下る形状である。図4(b)には、等高線と尾根谷線(稜線)を示す。尾根谷線のうち、実線部分は、等高線の接線方向に対して傾斜が極小となる部分を、点線部は極大となる部分を示す。尾根谷線上の各点では、面法線  $\mathbf{n}$  の変化量  $d\mathbf{n}$  が等高線の接線方向に成分を持たない。したがって、曲面上に水を流したとき、等高線と直交する方向に流れるので、尾根谷線は「分水嶺」を含むことになる。また、尾根谷線上は周辺で最も勾配の急な(または、緩慢な)経路を示している。

### 5.3 拡散光稜線とハイライト稜線

拡散光稜線とハイライト稜線の定義式とその例を示す。

式(11)は、等高線を表す式とその傾斜を表す式の微分式を連立して得られた。そこで、まず、各反射光の傾斜量を定義する。

曲面上のある1点を考え、その点の周りの微小区間において、特徴量が線形に変化すると仮定する。このとき、輝度が最も変化する方向は、等輝度線に直交する方向である。いま、輝度を  $\phi(u, v)$  と表すと、

$$(\phi_u E - \phi_v F)du + (\phi_v F - \phi_u G)dv = 0 \quad (12)$$

を満たす  $du, dv$  方向となる<sup>6)</sup>。この方向に  $ds$  進んだ

とき、輝度が  $d\phi$  変化した場合、輝度の傾斜は、 $d\phi/ds$  となる。一方、前節での等傾斜線は、曲面の面法線と方向ベクトルの内積で定義されている。これとの整合性をとるために、本稿では、特徴量  $\phi$  の傾斜  $\psi(u, v)$  を、以下のとおり定義する。

$$\psi = \frac{ds}{\sqrt{(ds)^2 + (d\phi)^2}} \quad (13)$$

$$= \frac{\sqrt{EG - F^2}}{\sqrt{EG - F^2 + E\phi_u^2 - 2F\phi_u\phi_v + G\phi_v^2}}$$

この傾斜量が等しい点を結んだ曲線を「等傾斜線」と定義する。もちろん、前節での等傾斜線とは、 $\phi = \mathbf{S} \cdot \mathbf{h}$  とおくと一致する。

等拡散反射光輝度線（以下、単に、等輝度線と書く）および等ハイライト線は、 $\mathbf{l}$  を光線の単位方向ベクトル、 $\mathbf{V}$  を視点の位置ベクトルとすると、

$$\text{拡散反射} : \phi = \mathbf{n} \cdot \mathbf{l},$$

$$\text{ハイライト} : \phi = (2(\mathbf{n} \cdot \mathbf{l})\mathbf{n} - \mathbf{l}) \cdot \frac{\mathbf{V} - \mathbf{S}}{|\mathbf{V} - \mathbf{S}|}$$

と定義される。これらと、各々の等傾斜線の接線が一致する点の軌跡として、各々の稜線を定義する。すなわち、

$$\phi_u du + \phi_v dv = 0, \quad (14)$$

$$\psi_u du + \psi_v dv = 0 \quad (15)$$

から、 $du, dv$  を消去した

$$\psi_u \phi_v - \psi_v \phi_u = 0 \quad (16)$$

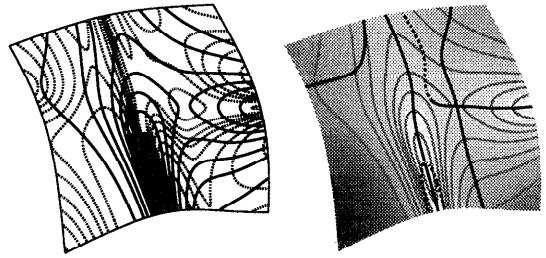
と定める。

図5に拡散反射の例を、図6にハイライトの例を示す。これらは、いずれも図4と同一の形状である。各々、(a)は等輝度線（実線）と等傾斜線（点線）、(b)は等高線と稜線である。図4と同様に、稜線中、実線は輝度傾斜の極小を、点線は極大を示す。これらの図から分かるように、反射光輝度に関する稜線は、輝度変化の極値を通り、どの方向に明るい部分が流れているかを示している。

### 5.4 格子映像線と格子映像稜線

本節では、曲面上への写込み映像の特徴を明らかにするために、格子映像線とその稜線について述べる。

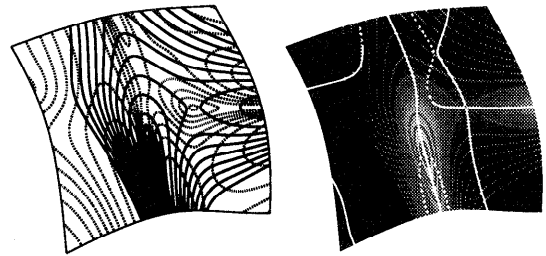
格子映像とは、曲面上に、格子の描かれた平面を設定し、その格子が、曲面上にどのように写り込むかを示したものである。格子が描かれた平面（格子平面）の法線ベクトルを  $\mathbf{n}_f$ 、その平面上の1点を  $\mathbf{Q}$ 、格子平面内にある格子の1本の方向ベクトルを  $\mathbf{n}_d$  とし、格子平面の原点からの距離を  $h$  とする。また、 $\mathbf{V}$  を視点の位置ベクトルとすると、曲面上に写り込んだ格子映像線は、次のように定式化できる。



(a) 等輝度線と等傾斜線 (b) 等輝度線と稜線

図5 拡散反射光稜線の例

Fig. 5 An example of surface edges of diffuse reflection.



(a) 等ハイライト線と等傾斜線 (b) 等ハイライト線と稜線

図6 ハイライト稜線の例

Fig. 6 An example of surface edges of high-light.

$$\phi = \left( \frac{\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_f}{\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}_f} \cdot \mathbf{r} - \mathbf{q} \right) \cdot \mathbf{n}_d - h = 0. \quad (17)$$

ただし、 $\mathbf{q} = \mathbf{Q} - \mathbf{S}$ ,

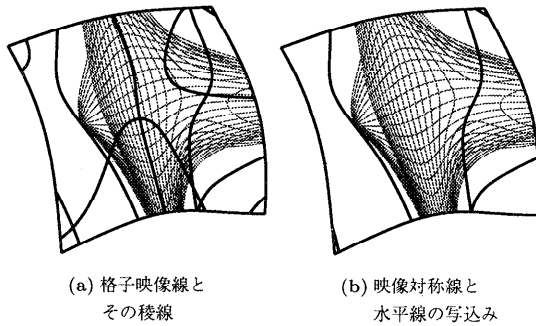
$$\mathbf{r} = 2 \left( \frac{(\mathbf{V} - \mathbf{S})}{|\mathbf{V} - \mathbf{S}|} \cdot \mathbf{n} \right) \mathbf{n} - \frac{(\mathbf{V} - \mathbf{S})}{|\mathbf{V} - \mathbf{S}|}$$

これらの映像は、形状検査工程で行われるハイライト検査に対応するものである。

格子映像線は、前式における  $h$  をパラメータとした曲線群である。したがって、格子映像線が描くパターンを、 $h$  を特徴量とする等値線と見なすことができる。そこで、5.3節と同様に等傾斜線を定義し、式(16)を用いることにより、稜線が定義できる。この稜線を格子映像稜線と名付ける。図7(a)に、格子映像線とその稜線を示す。細実線が格子映像線であり、太実線が格子映像稜線である。この稜線は、曲面に写り込んだ映像の歪みとその周辺で最大または最小となる部分を表している。図7(b)は、格子映像線と、映像対称線（写込み映像が折れ返る線）と水平線の写込み線を示している。対称線は、図中、上下方向に流れる曲線の右側の曲線であり、稜線と一致する。また、水平線の写込みは稜線の定義式の特異点列として定義される。

### 6. 特徴線の稜線による体系化

本章では、これまでに定式化した等値線と稜線につ



(a) 格子映像線とその稜線  
(b) 映像対称線と水平線の写込み

図7 格子映像線とその稜線

Fig. 7 An example of grid-reflection image and its surface edges.

表1 特徴量とその稜線

Table 1 Summary of characteristic values and its surface edges.

性質	特徴量	等値線	稜線
固有	主曲率	等主曲率線	主曲率稜線
方向	断面曲率	等断面曲率線	断面曲率稜線
	高さ	等高線	尾根谷線
	拡散反射輝度	等輝度線	拡散光稜線
方向/ 視点	ハイライト	等ハイライト線	ハイライト稜線
	写込み映像	格子映像線	映像稜線

いてまとめる。

まず、特徴量を曲面固有の性質である主曲率とした場合の稜線を定義した。次いで、2章で示したデザイナーが重要視する特徴量に加え、形状を表す方法としてよく用いられる高さ、形状の評価に重要な断面曲率を特徴量とする場合の稜線を示した。これらの特徴量とその等値線および稜線をまとめた結果を表1に示す。表1では、まず、特徴量の性質として、曲面固有の性質と環境に依存する性質に分類し、後者を方向のみに依存する性質と、方向に加えて視点にも依存する性質に分類した。そこに、これまでに示した特徴量がどこに当てはまるかを示し、各々の等値線とその稜線の名称を示した。

## 7. おわりに

本稿では、曲面形状の性質の解明を目的とし、曲面上に稜線なる概念を導入し、以下の成果を得た。

- (1) 主曲率稜線の方程式を導出し、これが、曲面固有の性質であることを示すとともに、微分幾何における中心曲面での尖線に対応することを示した。この主曲率稜線は、曲率変化の極値であり、曲面の多面体近似に利用できる。
- (2) 断面曲率稜線を導入した。これらは、形状設計に直接利用できる。

- (3) 曲面が置かれている環境に依存する特徴量を曲面上に定義し、その稜線を導入した。これらが、諸量の等値線と等傾斜線の方程式を連立させることで定義できることを示した。このように稜線を統一的に定義した手法は、さらに他の性質の解明に有用な道具となる。

- (4) 稜線により、レンダリングの特徴線を整理し、体系化した。

2章で示した特徴の(4)~(6)のためのシルエット稜線をはじめとする他の稜線および稜線による曲面評価については、別の機会に報告したい。今後の課題として、稜線による曲面分類や、稜線が指定した位置を通る曲面の構成などがあげられる。

謝辞 本研究遂行にあたり多くのご指導・ご助言をいただきました東京電機大学穂坂衛教授に感謝いたします。また、本稿をご査読いただき、貴重なご意見をいただいた査読者の方々に感謝いたします。本研究は、東京電機大学研究振興会の基金により行われたことを付記し、謝意を表します。

## 参考文献

- 1) Dill, J.C.: An application to the display of curvature, *Computer Graphics*, Vol.15, No.3, pp.153-161 (1981).
- 2) Beck, J.M., Farouki, R.T. and Hinds, J.K.: Surface analysis methods, *IEEE Computer Graphics and Application*, Vol.6, No.12, pp.18-36 (1986).
- 3) Hagen, H., et al.: Surface interrogation algorithms, *IEEE Computer Graphics and Application*, Vol.12, No.9, pp.53-60 (1992).
- 4) Higashi, M., Kohzen, I. and Nagasaka, J.: An Interactive CAD System for Construction of Shapes with High-Quality Surface, *Computer Application in Production and Engineering CAPE '83*, North-Holland, Warman, E.A. (Ed), pp.371-390 (1983).
- 5) Higashi, M., Kushimoto, T. and Hosaka, M.: On Formulation and Display for Visualizing Features and Evaluating Quality of Free-form Surfaces, *Eurographics '90*, North-Holland, pp.299-309 (1990).
- 6) Hosaka, M.: *Modelling of Curves and Surfaces in CAD/CAM*, Springer Verlag (1992).  
東, 斉藤, 久志本 (共訳): CAD/CAM における曲線曲面のモデリング, 東京電機大学出版局 (1995).
- 7) Higashi, M., Saitoh, T., Watanabe, Y. and Watanabe, Y.: Analysis of Aesthetic Free-form Surfaces by Surfaces Edges, *Computer Graph-*

ics and Application, Pacific Graphics '95, Shin, S.Y. (Ed), pp.294-308, World Scientific (1995).

- 8) 穂坂, 佐田: 統合化CAD/CAM システム, オーム社 (1994).
- 9) 安達忠次: 微分幾何概説, 培風館 (1976).
- 10) 東, 近藤: 曲面の基本的性質の解明と美的意匠曲面の評価—等主曲率線, 曲率極値線による曲面の解析, 精密工学会誌, Vol.59, No.3, pp.441-447 (1993).
- 11) 東, 岡本, 齊藤: 曲面稜線による美的意匠曲面の解析と創成 (第1報)—曲面固有の稜線, 精密工学会春期大会講演論文集, pp.663-664 (1993).
- 12) 齊藤, 東, 岡本: 曲面稜線による美的意匠曲面の解析と創成 (第2報)—視点依存の稜線, 精密工学会春期大会講演論文集, pp.665-666 (1993).
- 13) 渡辺, 齊藤, 東: 曲面稜線による自由曲面形状の解析, 第49回情報処理学会秋期全国大会論文集 (2), pp.379-380 (1994).
- 14) 渡辺, 齊藤, 東: 曲面稜線による意匠曲面の解析と特徴表示, 情報処理学会グラフィックスとCADシンポジウム論文集, pp.111-116 (1997).

(平成9年9月1日受付)

(平成10年11月9日採録)



渡辺由美子 (学生会員)

1994年東京電機大学工学部電気通信工学科卒業。1996年同大学大学院工学研究科博士前期課程修了。現在、同大学院博士後期課程に在学。コンピュータグラフィックス, 形状モデリングの研究に従事。精密工学会学生会員。



齊藤 剛 (正会員)

1976年東電機大学修士課程修了。1979年同大学工学部助手。現在、同大学工学部情報通信工学科教授。グラフィックス, 形状処理, 文書処理等の研究に従事。博士(工学)。訳書「CAD/CAMにおける曲線曲面のモデリング」(東京電機大学出版局)。電子情報通信学会, 精密工学会等会員。



東 正毅 (正会員)

1968年東京大学工学部計数工学科卒業。同年, トヨタ自動車(株)入社後, CAD/CAMシステムの開発に従事。1986年豊田工業大学助教授, 現在教授。形状処理・形状モデリング, 製品モデリングの研究・教育に従事。工学博士。精密工学会, 日本機械学会等会員。