5H−8

プロセッサネットワーク上での局所的情報に基づく負荷分散手法について*

小池祐二† 渋沢進†

茨城大学工学部情報工学科‡

1 はじめに

最近システムを非集中的に制御する手法が活発に研究されており、自律分散システムなどと呼ばれている[1]。並列計算機上での負荷分散にも、この非集中制御を用いることにより集中制御よりも高い性能が出せるのではないかと考えた。

負荷分散を行なうには各プロセッサの負荷の情報を収集し、その情報に従って適切に制御する必要がある。本研究では、この情報収集の実行により通信リンクにどれだけの負荷がかかるかを局所的制御と集中制御の場合について計算し、それらがどの程度異なるかを比較した。

2 通信負荷について

各プロセッサの負荷情報を収集するときにかかる通信負荷の総和を計算する。通信負荷とは単位時間にネットワーク全体を流れた総データ数とする。局所的制御の場合と集中制御の場合について計算する。

2.1 格子結合の場合

2.1.1 局所的制御の場合

局所的制御とは、各プロセッサが隣接するプロセッサの負荷情報だけから独自に判断し負荷分散を行なう方式とする。

$n \times n$ プロセッサの場合、通信負荷の総和 CL は次のようになる。

$$CL = 4n(n-1)$$

2.1.2 集中制御の場合

プロセッサネットワーク全体の負荷分散を1つのプロセッサ(これをコントローラと呼ぶ)が制御する方式とする。コントローラの位置により通信負荷の総和は変化する。

コントローラの位置が (k,l) のときの通信負荷の総和 CL は次のようになる。ただし $0 \le k, l \le \lceil \frac{n}{2} \rceil - 1$。

$$\begin{aligned} CL &= \sum_{j=0}^{l}\{\sum_{i=0}^{k-1}(k-i+j)+\sum_{i=k}^{n-1}(i-k+j)\} \\ &\quad + \sum_{j=1}^{n-l-1}\{\sum_{i=0}^{k-1}(k-i+j)+\sum_{i=k}^{n-1}(i-k+j)\} \\ &= n^3-(k+l+1)n^2+(k^2+k+l^2+l)n \end{aligned}$$

2.2 ハイパーキューブ結合の場合

2^n プロセッサのハイパーキューブ結合について考える。

局所的制御の場合

2^n プロセッサの場合は次のようになる。

$$CL = n \times 2^n$$

集中制御の場合

ハイパーキューブは対称なので、コントローラがどこにあっても通信負荷の総和は変わらない。

2^n プロセッサの場合、情報収集にかかる通信負荷の総和 CL は次のようになる。

$$CL = \sum_{i=1}^{n} i \cdot \binom{n}{i} = n \cdot 2^{n-1}$$

2.3 通信負荷の総和の比較

局所的制御と集中制御の通信負荷の総和を比較する。格子結合の場合、集中制御のコントローラの位置 (k,l) は $k = l = \lceil \frac{n}{2} \rceil - 1$ とする。

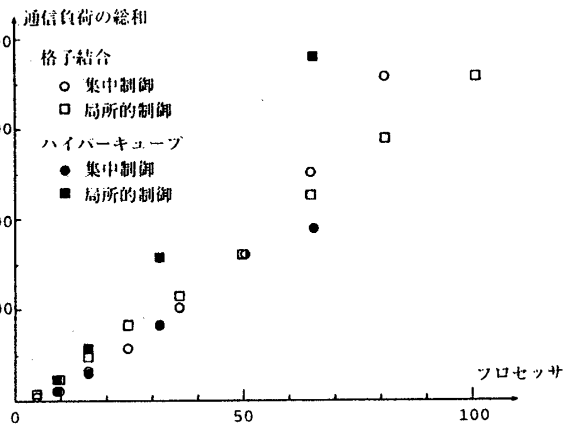

図 1. 通信負荷の総和の比較

*Load Balancing Using Local Information for Processor Networks

†Yuji KOIKE, Susumu SHIBUSAWA

‡Ibaraki University, Hitachi, Ibaraki 316, Japan

3 通信負荷の時間変化について

$n \times n$ 格子結合 (n は奇数) について、位置 $(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor, \lfloor \frac{n}{2} \rfloor)$ のコントローラへ負荷情報を集める場合を考える。$k = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$、$l = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ とし、$n \times n$ 格子を、$k \times l$ の部分格子に分割する (図 2)。図で、矢印はデータの流れを表す。

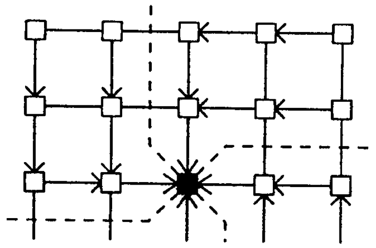

図 2. 格子結合でのルーティング法

このようなルーティング法にすると、時刻 t における通信負荷 x_t は次のようになる。ただし、負荷情報の収集を開始した時刻を 1 とする。

$$x_t = 4 \times \begin{cases} k(l - t + 1) & (1 \leq t \leq l) \\ k - m & (ml < t \leq (m+1)l, \\ & \quad 1 \leq m \leq k - 1) \end{cases}$$

5 × 5 の格子結合では、通信負荷の時間変化は次の表のようになる。

表. 通信負荷の時間変化

時刻	1	2	3	4	5	6	7
集中制御	24	16	8	4	4	4	..
局所的制御	80	−	−	−	−	−	−

局所的制御では 1 ステップ、集中制御では 6 ステップ時間で情報収集が終了している。局所的制御では短時間に大きな通信負荷がネットワークにかかっているが、集中制御では小さな通信負荷が長い時間にわたりかかっているのが分かる。

4 通信負荷の偏りについて

コントローラが集中的に全体を制御する場合には、各プロセッサの情報収集や各プロセッサへの制御命令送出などでコントローラ近辺の通信リンクに負荷が集中する。そこで、集中制御方式における通信リンクの負荷の空間的偏りについて考える。

プロセッサネットワークをグラフ $G(V, E)$ で表す。Vはプロセッサの集合、Eは通信リンクの集合である。$e_{a,b} \in E$はプロセッサ a と b を結ぶ通信リンクを表す。$p_v(e_{a,b})$ はプロセッサ $v \in V$からのメッセージが通信リンク $e_{a,b}$を通過する確率とする。

プロセッサ a と b を結ぶ通信リンクの負荷の期待値 $l(e_{a,b})$ を次のように定義する。

$$l(e_{a,b}) = \sum_{v \in V} p_v(e_{a,b})$$

メッセージは任意の最短経路を通ってコントローラに到着する。ルーティング法は特に規定せず、確率的に論じていく。

通信負荷の平均 M_cを次のように定義する。Dを 1 回の情報収集で流れるデータの集合とする。

$$M_c = \frac{\text{通信負荷の総和}}{\text{通信リンク数}} = \frac{|D|}{|E|}$$

次の式の値が小さいほど、通信リンクの負荷の偏りは小さい。

$$\sum_{e_{a,b} \in E} (l(e_{a,b}) - M_c)^2$$

例として、格子結合の通信負荷の空間的偏りについてみていく。

各プロセッサの負荷情報を収集する時の各通信リンクの通信負荷の期待値は図 3 のようになる。図の中で、黒い四角はコントローラを表す。

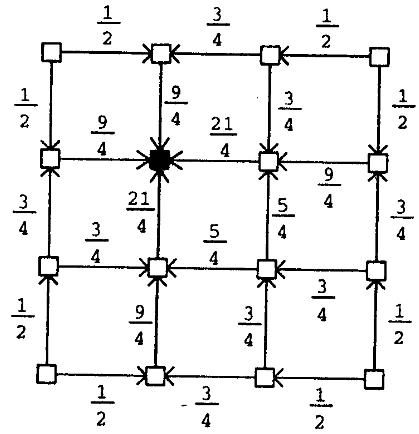

図 3. 格子結合の場合の通信負荷の期待値

この図から分かるように、コントローラ付近の通信リンクの負荷の期待値が高くなっているのが分かる。

5 まとめ

負荷情報収集のためにかかるネットワークの通信負荷の総和は、局所的制御と集中制御でそれほど大きな差はなかった。しかし、局所的制御では単位時間に大きな通信負荷がかかり、短時間で情報収集が終るのに対し、集中制御では単位時間にはそれほど大きな通信負荷はかからないが、情報収集に時間がかかるという特徴がある。また、局所的制御では通信負荷の空間的偏りがほとんどないのに対し、集中制御ではコントローラ付近の通信負荷が高くなる。これらの点において局所的制御の方が有利であるといえる。

今後の課題としては、具体的に負荷の分散方法について考察することが挙げられる。

参考文献

[1] 伊藤正美:自律分散システム研究の課題と将来、計測と制御、Vol.32 , No.10, pp.789-796 (1993).