証明の失敗から得られる情報を用いる様相論理定理証明戦略*

2P－3

萩原茂樹† 米崎直樹‡
† 東京工業大学 理工学研究科 情報工学専攻
‡ 東京工業大学 情報理工学研究科 計算工学専攻

1 はじめに

自動定理証明に向いた様相論理の一般的証明器に、CCMU^{SS}[1] がある。CCMU^{SS}における証明とは、証明すべき式から得られる様相記号列対をすべて統一化できるように、部分式を複製することである。しかし、不必要な部分式を複製すると証明の効率が著しく低下する。さらに複製した結果得られる式は複製以前の式と類似しており、証明過程で、類似した計算をできる限り行わないようにしたい。

そこで、CCMU^{SS}における定理証明戦略として、統一化の失敗情報を用いて、重複する部分式を選択する方法と、複製する前の計算結果を再利用する方法を提案する。これにより、証明しやすい式変形と計算の再利用が可能となり、証明を効率化することができる。

2 様相論理定理証明器CCMU^{SS}

CCMU^{SS}は [1] で定義されている。本論文では定義を省略し、CCMU^{SS}での証明例を示す。

1. 次の式を体系 DS4 で証明する。
   $\Box A \rightarrow \Box(\Diamond A \wedge A)$
2. 式を否定し、等価な式変形をする。
   $\Box_X A_m \wedge \Diamond_a(\Box_Y \neg A_n \vee \neg A_o)$
3. ある部分式を重複（複製）する。
   $\Box_{X_1} A_{m_1} \wedge \Box_{X_2} A_{m_2} \wedge \Diamond_a(\Box_Y \neg A_n \vee \neg A_o)$
4. 経路 R、結合集合 C を計算する。
   $R = \{\{m_1, m_2, n\}, \{m_1, m_2, o\}\}$
   $C = \{(m_1, n), (m_2, o)\}$
5. 結合の前置列を統一化する。□ を変数、◇ を定数とする。
   $(X_1, aY), (X_2, a)$
6. 次の代入 σ で統一化が成功する。
   $\sigma = \{aY/X_1, a/X_2,\}$
7. よって、証明が終了となる。

CCMU^{SS}の証明では自己代入 $X \ldots /X$ を条件付きで許すことによりこのような重複の必要性を大幅に削減しているが、それでもなお重複が必要である。

3 CCMU^{SS}の戦略無しの証明手順

式 F の戦略無しの証明手順は次のようになる。

1. F の経路 R を計算する。
2. 経路 R の要素（道という）を順に、それを覆う結合とその前置列を計算し、統一化を行う。
3. R のある要素で統一化に失敗するとき、F のある部分式を重複する。その式を F として、1 にもどる。
4. R のすべての要素で成功するとき証明終了。

これを図 1で表す。ただし、計算を行った部分を斜線部分で表している。

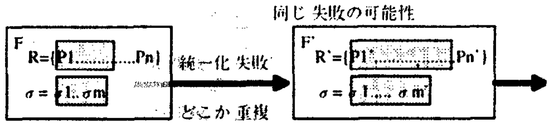

図 1: 証明手順

4 失敗情報を用いる定理証明戦略

この手続きを実際的に効率化を行うためには、次のことが重要である。

- 様相記号列統一化に失敗したとき、どの部分式を重複かの良い選択条件を与える。
- 複製を行う度に、類似の経路の計算、統一化の計算を行わないようにする。

本章では、証明過程での前置列の統一化の失敗を定義し、そこから次に重複すべき部分式を選択する方法を述べ、さらにその部分式を重複した後、残りの証明で必要

---

*Proof Strategies in Modal Logic Using the Information from the Failure of the Past Proof Process

†Shigeki HAGIHARA. Department of Computer Science, Graduate School of science and engineering, Tokyo Institute of Technology, Japan

‡Naoki YONEZAKI. Department of Computer Science, Graduate School of information and engineering, Tokyo Institute of Technology, Japan

2-12-1, Ookayama, Meguro-ku Tokyo 152, Japan

となる道の集合と、そのときに用いるべき代入を計算する方法を示す。

選択される重複すべき部分式は、それにより統一化に成功する可能性が増し、その後の証明の手数が少ないと思われるものである。重複する以前の式の経路計算、および、統一化の計算を再利用して、重複後に証明に用いる道の集合と代入を得ることにより、式を重複した後、最初から経路計算、統一化の計算を行うより、計算を減らすことができる。

式 F とその経路 $R = \{P_1, \ldots, P_n\}$ に対して、以下のような統一化失敗の状況を考える。

証明過程での統一化失敗

$m < n$ なる m について、

- $P_1, \ldots, P_m$ をすべて覆う結合集合が存在し、その前置列それぞれは代入 $\sigma^i = \{L_1^i/X_1, \ldots, L_k^i/X_k\}$ で統一化可能である。$(1 \leq i \leq l)$
- $P_1, \ldots, P_{m+1}$ をすべて覆う任意の結合集合の前置列は統一化不可能である。ただし、P_{m+1} を覆う結合は単独で統一化可能であり、その代入を $\sigma'^i = \{L_1'^i/X_1, \ldots, L_k'^i/X_k\}$ とする。$(1 \leq i \leq l')$

統一化の失敗にはこれ以外の状況もある。それは推移率 $\Box A \to \Box\Box A$ に基づくものであるが、その場合はほとんど、CCMU^{SS}の自己代入で成功する。上記の失敗状況は2章で例に示したような重複を必要とする状況に対応している。このような失敗状況に対して、重複する部分式を次のように選択する。

重複する部分式の選択方法

1. つぎの条件を満たす変数 X_i を計算する。

$$\exists j j'(\exists \tilde{\sigma} \forall i'(X_i >_{\sigma'^{j'}} X_{i'} \to (L_{i'}^j \tilde{\sigma} = L_{i'}'^{j'} \tilde{\sigma}))$$
$$\wedge \forall \tilde{\sigma}(\forall i'(X_i >_{\sigma'^{j'}} X_{i'} \to (L_{i'}^j \tilde{\sigma} = L_{i'}'^{j'} \tilde{\sigma}))$$
$$\to (L_i^j \tilde{\sigma} \neq L_i'^{j'} \tilde{\sigma}))$$

   この条件は、重複すると次に統一化成功する部分式を表している。

   ただし、$X_i >_\sigma X_{i'}$ は次のように定義される。

   $\sigma = \{L_1/X_1, \ldots, L_k/X_k\}$ について、

   (a) $X_i \sqsupset X_{i'}$ または、

   (b) $\forall p(L_{i'} \ni p \to (L_i \not\ni p \wedge X_i \sqsupset p))$

   ただし、記号 q をもつ様相記号以下の部分式に記号 p をもつ様相記号が現れることを $p \sqsupset q$ で表し、記号列 L に p が現れることを $L \ni p$ で表す。

2. 1の条件を満たすそれぞれの変数について、次のコスト計算をし、コスト最小の変数 X_i を重複する部分式として選択する。

   $Cost(X_i) = M_{X_i} + (n - m - M_{X_i}) \times N_{X_i}$

   ただし、N_{X_i} を $\Box_{X_i}$ 以下の部分式の経路の要素数とし、M_{X_i} を $\Box_{X_i}$ 以下の部分式のリテラルを含まない P_{m+2}からP_n 中の道の数とする。

   このコスト関数は $\Box_{X_i}$ を重複したときの残りの統一化すべき道の数に対応している。

この方法では、重複すると統一化成功するような部分式で、最も早く証明が終了するのに見通しが明るい式を選択している。

選択された X_i について、1の条件を満たす $j, j', \tilde{\sigma}$ に対して、$\sigma^j, \sigma'^{j'}$ は $\tilde{\sigma}$ で X_i を選択したとよぶ。

重複する前の式 F の経路 $R = \{P_1, \ldots, P_n\}$ に対して、$\sigma^j, \sigma'^{j'}$ は $\tilde{\sigma}$ で X_i を選択したとし、$\Box_{X_i}$ を重複した式の経路でその後統一化の必要がある経路 $\bar{R}$ とそのとき用いる代入 $\bar{\sigma}$ は次の方法で得る。ここで、F の $\Box_{X_i}$ の部分式の経路を $\{Q_1, \ldots, Q_{N_{X_i}}\}$ とおく。

重複後の経路と代入の計算方法

経路 $\bar{R}$

1. $\bar{R} = \emptyset$ として次の操作を $j = m+1$からn まで行う。
   $p \in P_j$ が F の $\Box_{X_i}$ 以下の部分式に現れるとき、$P_j^1, \ldots, P_j^{N_{X_i}}$ を $\bar{R}$ に加える。現れないときは P_j を加える。ただし、Q_i の要素に $'$ を付けたものを Q_i' として、$P_j^i = P_j \cup Q_i'$ とする。
2. $\sigma'^{j'}$ が統一化する道 P_{m+1} の結合を含む道が Q_k であるとき、$\bar{R}$ から P_{m+1}^k を除く。

代入 $\bar{\sigma}$

$\bar{\sigma} = \sigma^j \tilde{\sigma} \cup (\sigma'^{j'} \tilde{\sigma})'$

ただし、$(\sigma'^{j'} \tilde{\sigma})'$ は $\sigma'^{j'} \tilde{\sigma}$ 中の F の X_i 以下の部分式に現れる記号にすべて $'$ をつけた代入である。

この戦略を入れた証明手順を図2に示す。失敗情報を用いた戦略導入により、統一化失敗した後、重複して次には同じ失敗をせず、さらに重複前の計算を再利用することにより、重複後の計算を減らすことができる。

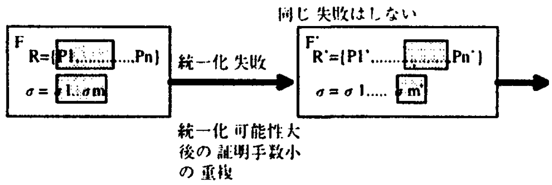

図 2: 戦略付きの証明手順

参考文献

[1] 端山毅, 米崎直樹. 様相記号列統一化による様相論理定理証明器における自己代入の利用. コンピュータソフトウェア, Vol. 10, No. 3, pp. 68–83, May 1993.