

## 分布関数を用いた 回帰ベースモデルの確信度について

5 P-2

白岩 拓哉  
(慶應義塾大学)

### 1. はじめに:

不確実性推論において、知識の確実さを表現する信頼性係数(確信度)は、統計的に推定された数値を用いると、客観性が高まることが指摘されている。<sup>1)</sup>

客観的な確信度の決め方に関しては、命題の真偽についての確信度の区間推定に関する研究がなされている。<sup>2)</sup>また、関係の程度に関する主観的な知識表現として、経済モデルに関するウェイト付きルール表現がある。<sup>3)</sup>

本研究では、回帰モデルの推定結果に基づいて、関係の程度に関する客観的な確信度の決定を試みている。

本稿では、以下において、単回帰モデルに相当するモデルと、その拡張モデルとしての5種類のモデルについて、確信度の求め方、知識表現方法、及びモデルに基づく推論について述べる。

### 2. アトミック・モデルの確信度の計算方法:

#### 2.1 回帰ベースモデルの定義

回帰ベースモデルとは、回帰モデルの推定結果から、モデルに含まれる変数と、変数間の因果関係における影響の方向を取り出し、確率値としての確信度を付加した知識表現である。確信度は、変数間の関係をモデルとして表現することの適切さを表す。

回帰ベースモデルのうち、単回帰モデルに相当するモデルをアトミック・モデル、これを論理結合記号を用いて拡張したモデルを複合回帰ベースモデルと呼ぶ。回帰ベースモデルの基礎となる情報として、回帰モデルの推定結果から、係数の符号と、 $t$ 値に着目する。

被説明変数  $y$ 、説明変数  $x$  を持つアトミック・モデルを  $A(y, x)$  と略記する。特に、説明変数として  $x$  以外の変数を持つアトミック・モデルを  $A(y, \sim x)$  と略記する。

#### 2.2 分布関数を用いた確信度の計算方法

回帰ベースモデルでは、推定結果の  $t$  値を変数間の因果関係の程度を表す指標として利用する。

確率値としての確信度  $cf$  は、 $t$  値を標準正規分布の分布関数  $\Phi(\cdot)$ 、または、ロジスティック分布の分布関数  $L(\cdot)$  を用いて変換することにより求める。

$$cf = \Phi(\log_e |t|) \quad [\text{標準正規分布}]$$

$$cf = L(\log_e |t|) \quad [\text{ロジスティック分布}]$$

#### 2.3 アトミック・モデルの知識表現

アトミック・モデルにおける変数、因果の方向、及び確信度を合わせて次のように表現する。

$$M(A(y, x)) : \{(y, x)[s]\} / (cf)$$

$M(A(y, x))$  は、この回帰ベースモデルが、被説明変数  $y$ 、説明変数  $x$  を持つアトミック・モデルであることを、 $\{(y, x)[s]\}$  は、変数  $y$  に対する変数  $x$  の因果の方向が符号  $s$  で表されることを、 $cf$  は確信度を表す。

### 3. 複合回帰ベースモデルの確信度:

#### 3.1 命題結合による複合回帰ベースモデル

アトミック・モデルを、命題結合記号を用いて拡張したモデルを、複合回帰ベースモデルと呼ぶ。

(a) 否定モデル:  $\sim A(y, x)$

説明変数  $x$  を含まないアトミック・モデルである。アトミック・モデル  $A(y, \sim x)$  と等しい。

(b) 連言モデル:  $A(y, x_1) \wedge \dots \wedge A(y, x_k)$

複数のアトミック・モデルを  $\text{and}$  で結びつけたモデルである。重回帰モデルに相当する。

(c) 選言モデル:  $A(y, x_1) \vee \dots \vee A(y, x_k)$

複数のアトミック・モデルを  $\text{or}$  で結びつけたモデルである。同じ被説明変数を持つ複数の回帰モデルに相当する。これを代替モデルと呼ぶ。

(d) 含意モデル:  $A(y, x) \rightarrow A(z, y)$

あるモデルの被説明変数が、他のモデルの説明変数になっている1組のモデルである。

(e) 同値モデル:  $A(y, x) \leftrightarrow A(x, y)$

あるモデルの被説明変数と説明変数が、それぞれ、他のモデルの説明変数と被説明変数になっている1組のモデルである。

#### 3.2 結合確信度の計算方法

複合回帰ベースモデルの結合確信度を、アトミック・モデルの確信度に基づいて計算する。

(a) 否定モデルの結合確信度:

On Certainty Factors in Regression-Based Models

Takuya Shiraiwa  
Keio University

$$cf(\sim A(y, x))$$

$$= cf(A(y, \sim x))$$

$$= 1 - cf(A(y, x))$$

(b) 連言モデルの結合確信度:

$$cf(A(y, x_1) \wedge A(y, x_2))$$

$$= cf(A(y, x_1)) \cdot cf(A(y, x_2))$$

(c) 選言モデルの結合確信度:

$$cf(A(y, x_1) \vee A(y, x_2))$$

$$= 1 - cf(\sim A(y, \sim x_1) \wedge \sim A(y, \sim x_2))$$

$$= 1 - cf(\sim A(y, x_1)) \cdot cf(\sim A(y, x_2))$$

(d) 含意モデルの結合確信度:

$$cf(A(y, x) \rightarrow A(z, y))$$

$$= cf(\sim A(y, x) \vee A(z, y))$$

$$= 1 - cf(\sim A(y, \sim x) \wedge A(z, \sim y))$$

$$= 1 - cf(A(y, x) \wedge (\sim A(z, y)))$$

(e) 同値モデルの結合確信度:

$$cf(A(y, x) \leftrightarrow A(z, y))$$

$$= cf((A(y, x) \rightarrow A(z, y)) \wedge$$

$$(A(z, y) \rightarrow A(y, x)))$$

$$= (1 - cf(A(y, x) \wedge A(z, \sim y)))$$

$$\wedge (1 - cf(A(z, y) \wedge A(y, \sim x)))$$

### 3.3 複合回帰ベースモデルの知識表現

以下に、複合回帰ベースモデルの知識表現方法を示す。なお、 $\{(y, x)[s]\}$  は、変数  $y$  に対する変数  $x$  の因果の方向が符号  $s$  で表されることを、 $ccf$  は、複合回帰ベースモデルの結合確信度を表す。

(a) 否定モデルの知識表現:

$$M(\sim A(y, x)) : \{(y, x)[s]\} / (ccf)$$

アトミック・モデル  $A(y, x)$  の否定モデルであることを示す。

(b) 連言モデルの知識表現:

$$M(A(y, x_1) \wedge A(y, x_2)) : \{(y, x_1)[s_1], (y, x_2)[s_2]\} / (ccf)$$

2つのアトミック・モデル  $A(y, x_1)$  及び  $A(y, x_2)$  の連言モデルであることを示す。

(c) 選言モデルの知識表現:

$$M(A(y, x_1) \vee A(y, x_2)) : \{(y, x_1)[s_1], (y, x_2)[s_2]\} / (ccf)$$

2つのアトミック・モデル  $A(y, x_1)$  及び  $A(y, x_2)$  の選言モデルであることを示す。

(d) 含意モデルの知識表現:

$$M(A(y, x) \rightarrow A(z, y)) : \{(y, x)[s_1], (z, y)[s_2]\} / (ccf)$$

2つのアトミック・モデル  $A(y, x)$  及び  $A(z, y)$  からなる含意モデルであることを示す。

(e) 同値モデルの知識表現:

$$M(A(y, x) \leftrightarrow A(x, y)) : \{(y, x)[s_1], (x, y)[s_2]\} / (ccf)$$

2つのアトミック・モデル  $A(y, x_1)$  及び  $A(y, x$

2) からなる同値モデルであることを示す。

## 4. 回帰ベースモデルにおける推論:

### 4.1 モデルの連鎖

複数の含意モデルの連鎖を意味する。例えば、2つの含意モデル  $A(q, p) \rightarrow A(r, q)$ ,  $A(r, q) \rightarrow A(s, r)$  の連鎖により、アトミック・モデル  $A(r, q)$  を媒介として、含意モデル  $A(q, p) \rightarrow A(s, r)$  を得ることができる。これを、 $A(q, p) \rightarrow A(s, r)$  と表現する。

### 4.2 モデルにおける modus ponens

変数の実現値を持つアトミック・モデル  $a(y, x)$  と、含意モデル  $A(y, x) \rightarrow A(z, y)$  から、被説明変数の推定値を持つアトミック・モデル  $a(z, y)$  を導くことができる。これを、 $a(y, x) \Rightarrow a(z, y)$  と表現する。

## 5. おわりに:

確率的ルール表現としての回帰ベースモデルについて、その確信度を、標準正規分布とロジスティック分布との2つの分布関数を利用して求める方法を論じた。また、単回帰モデルに相当するアトミック・モデルと、その拡張モデルとしての複合回帰ベースモデルを定義し、アトミック・モデルの確信度に基づいて、否定・連言・選言・含意・同値の5つのモデルについて、その結合確信度の計算方法を示した。更に、回帰ベースモデルにおける推論として、連鎖と modus ponens について考察した。

現在、各種の計量経済モデルにおけるモデルの確信度の値を検討中である。

## 参考文献:

- [1] 上野 晴樹: 知識工学入門, オーム社(1985)
- [2] 鈴木 誠, 松嶋 敏泰, 平澤 茂一: 推論の信頼性を考慮した不確実な知識の表現法と推論法について, 情報処理学会論文誌, Vol. 35, No. 5, pp. 691-705(1994).
- [3] 佐和 隆光, 間遠 伸一郎: 経済分析における定性推論の意味と意義, 人工知能学会誌, Vol. 4, No. 5(1989).
- [4] 野口 正一, 滝沢 誠: 知識工学基礎論, オーム社(1986).
- [5] Merritt, Dennis: Building Expert Systems in Prolog, Springer-Verlag(1989).