ウェーブレット分解を用いたB-スプライン曲線／曲面の階層化方式

4U－10

橋本 守*
日本電気株式会社 情報メディア研究所†

1 はじめに

平滑化やデータ圧縮を目的としたB-スプライン曲線／曲面の階層化手法を提案する。

レンジファインダ等の３次元測定器で物体を測定し、得られたデータからCGモデルを作成する場合、測定データには、誤差やノイズがあるという問題とデータ量が多いという問題がある。そこで、測定データを近似する曲線／曲面を生成して、平滑化やデータ量の削減を行なう必要がある。それには、まず測定データを忠実に補間する曲線／曲面を生成し、次に、この曲線／曲面を大域的な基礎の形状を表す曲線／曲面とその曲線／曲面に対する差分を表す階層データとに分離しなければならない。後半の処理を階層化という。

従来この階層化の処理には、曲線／曲面間の距離を最小化する近似手法が用いられてきたが、提案する手法では、ウェーブレット分解を用いて曲線／曲面の突起を検出し、その突起を削る方法をとる。

以下では、曲線の階層化を例にとって提案手法を説明する。

2 B-スプライン曲線の階層化

曲線は３次のユニフォームB-スプライン曲線であるとし、$0 \le t \le 1$ に対して定義され、制御点は (2^k+3) 個であるとする。このとき、この曲線は

$$\mathbf{C}(t) = \sum_{i=-3}^{2^k-1} \mathbf{P}_i N_4(2^k t - i) \qquad (1)$$

と書ける。ただし、$\{\mathbf{P}_i\}$ は制御点、$N_4(s)$ は３次（４階）のB-スプライン関数である。階層化は、(2^k+3) 個の制御点を $(2^{k-1}+3)$ 個に減らし、$(2^{k-1}+3)$ 個の制御点では表し切れない部分を階層データとする処理である。すなわち、曲線 $\mathbf{C}(t)$ を

$$\begin{aligned}\mathbf{C}(t) &= \sum_{j=-3}^{2^{k-1}-1} \mathbf{P}_j^{(k-1)} N_4(2^{k-1}t - j) \\ &+ \sum_{i=-3}^{2^k-1} \mathbf{D}_i^{(k)} N_4(2^k t - i)\end{aligned} \qquad (2)$$

と表す。ここで、$\mathbf{P}_j^{(k-1)}$ は大域形状を表す曲線の制御点で、$\mathbf{D}_i^{(k)}$ は階層データである。

3 ウェーブレット分解

提案手法では、ウェーブレット関数としてはChuiのB-wavelet[1]を用いてウェーブレット分解をおこなっている。B-wavelet $\psi_4(t)$ は $N_4(2t-j)$ の線形結合として表される。$\psi_4(t)$ は対称であり、$t=3.5$ を中心とする振動成分を表す。スプライン関数 $f(t)$ が

$$f(t) = \sum_i c_i N_4(2^k t - i) \qquad (3)$$

と表されていたとすると、$f(t)$ は N_4 と ψ_4 を用いて

$$f(t) = \sum_j d_j N_4(2^{k-1}t - j) + \sum_j e_j \psi_4(2^{k-1}t - j) \qquad (4)$$

と直交分解することができる。d_j、e_j は次の(5)、(6)のように計算する。

$$d_j = \sum_l a_{l-2j} c_l \qquad (5)$$

$$e_j = \sum_l b_{l-2j} c_l \qquad (6)$$

ここでは式(6)の計算をウェーブレット分解と呼び、e_j をウェーブレット係数と呼ぶ。$f(t)$ が曲線の場合は、c_i、d_j、e_j がそれぞれベクトルになるが、計算方法は全く同様である。

*Mamoru HASHIMOTO
†Information Technology Research Laboratories, NEC Corporation

4 提案手法

提案する階層化手法は、前処理として曲線の補正とウェーブレット分解を行なった後、突起の検出、突起を生ずる制御点の値の変更、ウェーブレット係数の修正の3つの処理を繰り返し行なう。階層データは、制御点の値の変更分を累算して求める。

4.1 曲線の補正

曲線は有界閉区間上で定義されているので、これを実直線上の関数と考えると曲線の両端付近に段差があることになる。したがって、そのままウェーブレット分解した場合、両端付近で強い振動が発生してしまう。それを避けるために曲線の補正を行なう。

補正は、両端で元の曲線(1)と一致し、制御点数が$(2^{k-1}+3)$個の曲線を元の曲線から引くことで行なう。すなわち、

$$\mathbf{C}_R(t) = \sum_{j=-3}^{2^{k-1}-1} \mathbf{Q}_j N_4(2^{k-1}t - j) \tag{7}$$

$$\mathbf{C}_R(0) = \mathbf{C}(0), \mathbf{C}_R(1) = \mathbf{C}(1) \tag{8}$$

である曲線$\mathbf{C}_R(t)$を曲線$\mathbf{C}(t)$から引く。そして、補正した曲線に対してウェーブレット分解を行なう。曲線$\mathbf{C}_R(t)$は、目的に応じて端点での連続性の条件などから決定する。補正した曲線をウェーブレット分解して得られたウェーブレット係数を$\{\mathbf{W}_j\}$とする。

4.2 突起の検出

$\{\mathbf{P}_i\}$の中のある制御点によって顕著な突起が発生した時には、中心がその突起と一致するB-waveletの係数のノルムも大きくなっているはずである。そこで、ウェーブレット係数$\{\mathbf{W}_j\}$の各々に対してノルムを計算し、ノルムの最大値をとる係数に対応する制御点を検出する。偶数番目の制御点によって突起が生じている時には、最大値の係数の隣にほぼ同じ大きさのノルムを持つ係数があるので、最大値の両隣の係数の絶対値も求め、突起が奇数番目の制御点によるものか偶数番目の制御点によるものか調べる。

4.3 突起を生ずる制御点の値の変更

まず、4.2で検出された制御点に対して、ウェーブレット係数の二乗和が最小になる変更量を計算する。

$N_4(2^k - i)$をウェーブレット分解して得られるウェーブレット係数列を$\{w_l^{(i)}\}$とする。すると、$\mathbf{P}_i$を$\Delta\mathbf{P}_i$だけ変更したときのウェーブレット係数の変化は$\{\Delta\mathbf{P}_i w_l^{(i)}\}_l$になるから、ウェーブレット係数の二乗和は

$$E = \sum_l \|\mathbf{W}_l - \Delta\mathbf{P}_i w_l^{(i)}\|^2 \tag{9}$$

となる。$\Delta\mathbf{P}_i$の値はEを最小にするものとする。これを最大修正可能量と呼ぶ。

提案手法では、この最大修正可能量をそのまま制御点の修正量とはせず、最大可能修正量のα倍$(0 < \alpha < 1)$を修正量とする。これは、複数の突起が近接していた場合でも、各々を少しずつ削ることで曲線形状の印象を壊さないようにするためである。αの値は、元の曲線の形状が平坦である場合は大きく、凹凸が激しい場合は小さく設定する。

決定した修正量$\alpha\Delta\mathbf{P}_i$を$\mathbf{D}_i^{(k)}$に加算する。

4.4 ウェーブレット係数の修正

$\mathbf{W}_l$を$\mathbf{W}_l - \alpha\Delta\mathbf{P}_i w_l^{(i)}$で置き換える。

4.5 階層データと制御点の計算

上記の4.2、4.3、4.4の3つの処理はウェーブレット係数の二乗和が既定値以下になるまで繰り返す。既定値以下になったら、累算してきた$\{\mathbf{D}_i^{(k)}\}$を用いて

$$\mathbf{P}_j^{(k-1)} = \sum_l a_{l-2j}(\mathbf{P}_l - \mathbf{D}_l^{(k)}) \tag{10}$$

として$\{\mathbf{P}_j^{(k-1)}\}$を求める。

5 まとめ

曲線の場合を例にとって、提案する階層化手法を説明した。曲面の場合は、B-スプライン曲面がテンソル積曲面であるので、曲線が2方向へ展開していると考え、曲線の場合と同様に扱う。

従来手法では、データに大きな誤差がある場合、大域的な形状がその誤差に影響されてしまう欠点があった。それに対して提案する手法では、データに大きな誤差が含まれていても、誤差が小さい場合とほぼ同じ結果を得ることが期待できる。

参考文献

[1] Chui,C.K., *An Introduction to Wavelets*, Academic Press, 1992