

# ニューラルネットワークを用いた分業 TSP の解法

1P-3

中村 友洋, 角田 達彦, 田中 英彦

{ hiro,tsunoda,tanaka } @mtl.t.u-tokyo.ac.jp

東京大学工学部\*

## 1 はじめに

ニューラルネットワーク (以下 NN) を用いて組合せ最適化問題を解く手法は NP 完全問題の近似解高速解法として現在まで様々な研究がなされている。その応用例として有名な TSP(Traveling Salesman Problem) は、NN を用いて準最適解を現実的な時間内に解くことができるようになったので実用的に応用することが可能となった。しかし、TSP の解は単一のループであるために逐次型処理の問題のスケジューリングとしては応用できても、並列分散型処理のスケジューリングに対する解を要求される問題に対しての有用性を述べた研究は見当たらない。しかし現実的には並列分散型処理のスケジューリングの要請が高まっている。そこで、本研究では TSP を拡張した分業 TSP(以下 nTSP:n-Traveling Salesmen Problem) モデルを作り並列分散型のスケジューリングを解として要求される問題に対する高速解法の開発を行なっている。本稿では nTSP の最も簡単な場合として 2TSP(2 人のセールスマンによる分業 TSP) を NN を用いて近似的に解くモデルとそのシミュレーション結果を述べる。なお 2TSP から nTSP への拡張の方法についても述べる。

## 2 nTSP とは

nTSP を次のような問題として定義する。  
「複数の都市を複数のセールスマンでうまく分業してさらにそれぞれの分担を最短距離でまわる解を求める。」  
TSP と nTSP の違いはセールスマンの人数にある。[図 1] は 6 都市を TSP と 2TSP の問題として各々解いた場合の解である。nTSP ではこの右図のような解を求めることを目的としている。なおこのような問題を 6 都市 2TSP と呼ぶことにする。

\*Solution of n-Traveling Salesmen Problem Using Neural Network Dynamics  
Tomohiro NAKAMURA, Tatsuhiko TSUNODA, Hidehiko TANAKA,  
University of Tokyo, Department of Engineering,  
7-3-1 Hongou, Bunkyo-ku, Tokyo 113, Japan

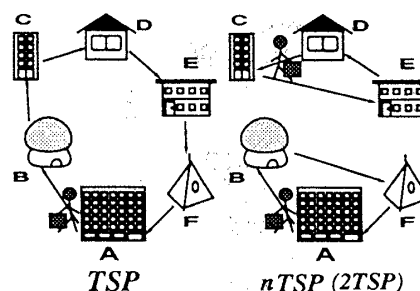
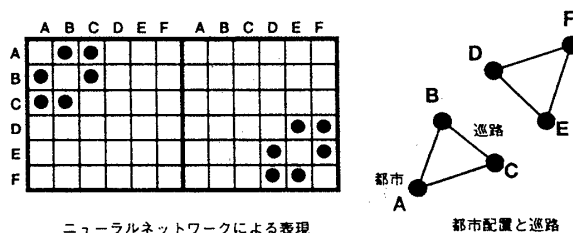


図 1: TSP と nTSP(2TSP)

## 3 nTSP モデルとシミュレーション

### 3.1 2TSP の場合

2TSP のモデル化は次のように行なった。連続値型のホップフィールドモデルを採用し、[図 2] のように各都市を節点と見た時の経路の節点接続行列を表現する。[図 2] の例であると、都市 AB 間に巡路がある場合節点接続行列では A 行 B 列と B 行 A 列のニューロンが発火することになる。2TSP の場合 2 人のセールスマンに対する巡路を各々表現する必要があるため各々に節点接続行列を用意してある。よって [図 2] の例では 1 人目のセールスマンが都市 A → B → C と巡回することを表現している。



ニューラルネットワークによる表現

都市配置と巡路

図 2: 2TSP のモデル化

設定したエネルギー関数は以下の通りである。

$$E_1 = \sum_i^N \left( \sum_j^{2N} x_{ij} - 2 \right)^2 + \sum_j^N \left( \sum_i^N (x_{ij} + x_{i,j+N}) - 2 \right)^2 \quad (1)$$

$$E_2 = \sum_i^N \sum_j^N d_{ij} (x_{ij} + x_{i,j+N}) \quad (2)$$

$$E_3 = \sum_i^N \left\{ \left( \sum_j^N x_{ij} - 2 \right)^2 + \left( \sum_j^N x_{i,j+N} - 2 \right)^2 \right\} \quad (3)$$

$$E_4 = \sum_j^N \left\{ \left( \sum_i^N x_{ij} - 2 \right)^2 + \left( \sum_i^N x_{i,j+N} - 2 \right)^2 \right\} \quad (4)$$

$$E_5 = \sum_i^N \sum_j^N \left\{ (x_{ij} - x_{ji})^2 + (x_{i,j+N} - x_{j+N,i})^2 \right\} \quad (5)$$

$$E_6 = \sum_i^N \sum_j^N \{ u(d_{\alpha i} - d_{\beta i})u(d_{\alpha j} - d_{\beta j}) - u(d_{\beta i} - d_{\alpha i})u(d_{\beta j} - d_{\alpha j}) \} (x_{ij} - x_{i,j+N}) \quad (6)$$

$$E_7 = \sum_i^N \left( \sum_j^N x_{ij} \sum_j^N x_{i,j+N} \right) \quad (7)$$

$$E_8 = \sum_j^N \left( \sum_i^N x_{ij} \sum_i^N x_{i,j+N} \right) \quad (8)$$

ただし  $x_{ij}$ :  $i$  行  $j$  列のニューロンの発火量,  $d_{ij}$ : 都市  $i, j$  間の距離,  $N$ : 都市数,  $\alpha, \beta$ : 2 人のセールスマンの各々の出発都市番号,  $u(\cdot)$ : 単位ステップ関数である。

これらのエネルギー関数のうち  $E_2$  は 2 人のセールスマンの巡回距離を表す評価関数、その他は各行・各列の発火量などに関する制約条件であるが、絶対に満足されなければならない強い制約条件は  $E_1, E_5, E_7, E_8$  である。その他は緩い制約条件であり最終状態では満たされる必要がない。エネルギー関数における TSP との相違・工夫点は  $E_4 \sim E_8$  である。これらは大きく分けて 2 つの役割を果たしているエネルギー関数である。

- 2 つのネットワークの発火状態が nTSP の解として意味のある状態になるように誘導する ( $E_4, E_5, E_7, E_8$ )
- 2 人のセールスマンの始点を示唆して最適分業を行なえるように誘導する ( $E_6$ )

さて 2TSP のシミュレーション結果は以下のようになった。

都市数	最適解	準最適解	有意味解	無意味解
6	52 %	8 %	22 %	18 %
8	50 %	15 %	25 %	10 %
10	40 %	10 %	30 %	20 %

6~10 都市 2TSP の収束状態

ここで各解は次のようなものをいう。

- 最適解: 真の最適解へ収束した場合
- 準最適解: 真の最適解ではないがそれに近い場合
- 有意味解: 2 人のセールスマンが巡回するルートに収束したが最適解とはかなり異なる場合

- 無意味解: 2 人のセールスマンが巡回するルートにすら収束しなかった場合

簡単な問題に対してはかなり良い結果が得られた。

- 直感的に分業が行ない易い都市配置ではほぼ全ての場合最適解へ収束している。
- 都市数の増加に関わらず (準) 最適解へ約 5 割程度の収束率が得られた。
- 都市配置が 3 箇所にとまっている時などに無意味解になる可能性が高い。これは分業人数を増やした方がよい都市配置であることを表現していると思われる。
- 無意味解の中には部分巡路が生じているものがある。都市数の増加に伴って部分巡路の生じる可能性が高くなるので無意味解も増加する。副ネットを用いて解消すれば有意味解となる [1]。

3.2 nTSP への拡張

2TSP の nTSP への拡張に際しては、基本的には各々のセールスマンの巡路を表すネットワークを分業人数分だけ増やすことによって自然と拡張でき、2TSP での手法が有効である。また各ネットワークを並列的に状態変化させることによって nTSP においても処理時間はそれほど増大しないと思われる。しかしながらエネルギー関数について次のような点で若干工夫が必要である。

1.  $E_6$  中の  $\alpha, \beta$  のような始点の示唆方法
2. 一部のエネルギー関数が 2 次以上の多項式になる
3. 分業人数の増加に伴ってニューロン数が増大し計算時間が爆発的に増える

これらの点に対して各々解決案を検討中である。

4 おわりに

TSP を拡張した nTSP 問題に対して簡単なものを近似的に NN を用いて解くことができることを示した。より規模の大きい問題に対してはまだ多くの工夫が必要ではあるが、その中で複数のネットワークの協調などに対して新たな知見が得られる可能性がある。

参考文献

[1] 村島定行, 萬膳義久; “巡路中の都市隣接性に基づいた巡回セールスマン問題のニューラルネットへの埋め込み”, 電子情報通信学会論文誌, Vol. J74-D-II NO.8, pp.1080-pp.1089(1991)

[2] 麻生英樹; “ニューラルネットワーク情報処理”, 産業図書 (1988)