

抽象代数における法3の剰余系

6L-4

* 清水次朗 福岡工業大学 , ** 瓜生浩朗 駿河台大学

1. はじめに

「人類は普遍である。しかるに人間の欲望も普遍を可能とするか。普遍的たり得るか。」という問題への考察は従来、哲学的観念論的であり、かつ弁証法にもとづき、またそれを必要とした。しかし、パース^[1]は対象が人間であり、かつ人間の思考を含む生・活・死およびそれらに関することのあらし方として記号によってそれを可能とした。すなわち記号を、指し示す対象、解釈、指示（媒介作用）のトリアドとして捉え、記号をそれ以上分析できないものとする旧来の立場から、記号を明示的に定義できるものとして捉えたのである。この記号論理学は、数学の形式にならったさまざまな記号とそれらの結合式や演算（論理計算）をもちいて、判断・推理などの思考過程をあらわす論理学であり、形式論理学を一層拡張したその新しい形態である。そこで本研究は抽象代数における剰余系をもちいることにより人間の生・活・死という普遍性の人類存続（永存）モデルを価値論理^[2]によって考察する。

2. 法mの剰余系について

数の世界は自然数、素数、分数、有理数、実数、複素数によって概観できる。しかし、これらのシステムのどの数も、それ自身では現実の世界には存在しない。現実世界から抽象して構成されたものが数である^[10]。そこでモジュラー算術を考える。このシステムは、循環的に繰り返す現象をあつかうときにもちいられる。例えば自然数を7で割った余りすなわち $\text{mod } 7$ の加算表は図1の様になる。これにより、例えば1週間の曜日に0から6までの数を割り当てることにより、任意の整数がどの曜日に割り当てられるかが求められる。同様にしてこの乗算表は図2のようになる。

×	0	1	2	3	4	5	6	×	0	1	2	3	4	5	6	×	0	1	2	3	4	5
0	0	1	2	3	4	5	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1	1	2	3	4	5	6	0	1	0	1	2	3	4	5	6	1	0	1	2	3	4	5
2	2	3	4	5	6	0	1	2	0	2	4	6	1	3	5	2	0	2	4	0	2	4
3	3	4	5	6	0	1	2	3	0	3	6	2	5	1	4	3	0	3	0	3	0	3
4	4	5	6	0	1	2	3	4	0	4	1	5	2	6	3	4	0	4	2	0	4	2
5	5	6	0	1	2	3	4	5	0	5	3	1	6	4	2	5	0	5	4	3	2	1
6	6	0	1	2	3	4	5	6	0	6	5	4	3	2	1							

図 1

図 2

図 3

A Divisor 3 of the Remainder Systems in Abstraction Algebra

* Jiro Simizu (Fukuoka institute of technology) , ** Korou Uryu (Surugadai University)

* 3-30-1 Wajirohigasi, Higasiku, Fukuoka 811-02, Japan

このようにして作り上げられたシステムを、「法7の剰余系」あるいは「mod 7の剰余系」という。以上のことは法7に限らず、どんな整数でも法として使える。次にmod 6の場合を考える。乗算表を図3に示す。これによればすべての数が1通り現われるのは、1の行と5の行だけである。つまりmod 6の場合には、除算はいつもできるとは限らない。この難点を取り除く方法はない。いま、法mを次々と変えてみるとm=2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, …のときは、除法がいつもできるが、m=4, 6, 8, 9, 12, 14, 15, 16, …のときには、うまくいかないことがわかる。すなわち除算における法mは素数のみである。

3. 法3（生・活・死をそれぞれ0, 1, 2とおく）の剰余系

図4は以上の理論に鑑み、特定の人間としての個人の生・活・死をそれぞれ0, 1, 2とし縦の欄におき、普遍的人間の生・活・死をそれぞれ0, 1, 2とし横の欄におき、それぞれの積を各欄に配列したものである。この剰余計算の結果を図5に示す。これによれば縦、横の各欄にすべてに0, 1, 2が存在しており、しかも循環的に繰り返している。さらに、この配列した数を、縦の欄の数で割ると横の欄の数になり、矛盾しない。つまり法3（素数）の剰余系には除法が存在するといえる。すなわち、このことは個人の生・活・死はらせん状に循環的に繰り返しており、各世代の人々の生・活・死をつくりだし、かつ人類の存続を形づくっていることを示すものである。ちなみに法4の場合の同様の結果を図6, 7に示す。これによると、法4（非素数）の剰余系には除法が存在しない。

×	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	4

図 4

×	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

図 5

×	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	4	6
3	0	3	6	9

図 6

×	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

図 7

さて、[人類の永存]とはすなわち、[人間の生・活・死の循環的な繰り返し]である。そこで以上の除法を[個人の生・活・死]および[普遍的人間の生・活・死]ならびにその積としての人類永存に適用する。すなわち、[個人の生・活・死] × [普遍的人間の生・活・死] = [人間の生・活・死の循環的な繰り返し] = [人類の永存]である。しかるに[個人の生・活・死の問題に対する普遍的人間としての答] = [人類の永存を実現する目的] / [個人および普遍的人間の生・活・死の問題]を得る。

この結果、次のことがいえる。すなわち、個人の生・活・死の問題は個人のみならず普遍的人間の生・活・死の問題である。したがってこれを人類の永存が実現できるように解決するものである。

4. 結び

抽象代数における剰余系は、価値論理における人類存（永）続を可能ならしめる量から質への転（変）換原理である。すなわち人類存（永）続は数学的、論理的根拠をもっている。さらにこの量から質への転（変）換は弁証法の教えるところであり、人類存（永）続の必要十分条件である。