

コンピュータによるテスト編集管理システム(XVII)

2U-5

滝沢武信, 山下元(早大), 横井正宏(玉川大)

1. まえがき

CATC システム CARAT(Computer-Assisted Retrieval and Analysis for Test-items) および μ -CARAT の概要, IRS(Item Relational Structure) 分析, ファジイ理論を応用した FRS(Fuzzy Relational Structure) 分析, 山下らによる近似3値化法, 順序構造と類似構造を総合した認知構造分析法等については前回までに発表した。

その後, アイテムの順序構造分析法として近似4値化法の提案がなされ, システムが拡張された. 今回はこれについて述べる.

2. ファジイグラフの近似4値化法

$p \in [0, \frac{1}{3}]$ であるとき, ファジイグラフ $F = (f_{ij})$ の p_4 -グラフ F_4^p, F と F_4^p との距離関数 $d_4(p), F_4^p$ のクリスプ度関数 $c_4(p)$ 等は次により定義される.

$$F_4^p = (f_{ij4}^p),$$

$$f_{ij4}^p = \begin{cases} 0 & (f_{ij} < \frac{1}{3} - p) \\ \frac{1}{3} & (\frac{1}{3} - p \leq f_{ij} < 0.5) \\ \frac{2}{3} & (0.5 \leq f_{ij} \leq \frac{2}{3} + p) \\ 1 & (i=j \text{ または } f_{ij} > \frac{2}{3} + p) \end{cases} \quad (2.1)$$

$$d_4(p) = \frac{3 \sum |f_{ij} - f_{ij4}^p|}{n^2 - n} \in [0, 1] \quad (2.2)$$

$d_4(p)$ の最大値は $d_4(0)$ または $d_4(\frac{1}{3})$ であり, それを d_{4max} とかく.

$d_4(p)$ の最小値は $d_4(\frac{1}{3})$ であり, それを d_{4min} とかく. $\varphi(F_4^p)$ を $f_{ij4}^p (i \neq j)$ の中の0または1の(クリスプな)要素の個数とすると,

$$c_4(p) = \frac{\varphi(F_4^p)}{n^2 - n} \in [0, 1] \quad (2.3)$$

$c_4(p)$ の最大値は $c_4(0)$ であり, それを c_{4max} とかく. $c_4(p)$ の最小値は $c_4(\frac{1}{3}) = 0$ である.

(注意): 任意の $i, j (i \neq j)$ に対し $f_{ij} \in \{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\}$ であれば, $d_4(p) \equiv 0$ かつ $c_4(p) \equiv 0$ である.

F と F_4^p の近似度を表すファジイ集合を D_4, F_4^p のクリスプ度を表すファジイ集合を C_4 とすると, そ

CARAT(Computer-Assisted Retrieval and Analysis for Test-items) System

Takenobu TAKIZAWA¹, Hajime YAMASHITA¹, Masahiro YOKOI²

1. WASEDA Univ., 2. TAMAGAWA Univ.

れらのメンバーシップ・ファンクション $f_{D_4}(p), f_{C_4}(p)$ は

$$f_{D_4}(p) = \frac{d_{4max} - d_4(p)}{d_{4max} - d_{4min}} \quad (2.4)$$

$$f_{C_4}(p) = \frac{c_4(p)}{c_{4max}} \quad (2.5)$$

である. 但し, 任意の $i, j (i \neq j)$ に対し $f_{ij} \in \{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\}$ であれば, $f_{D_4}(p) = 1$ かつ $f_{C_4}(p) = 1$ とする. これより, ファジイ決定 $E_4 = D_4 \cap C_4$ のメンバーシップ・ファンクション

$$f_{E_4}(p) = f_{D_4}(p) \wedge f_{C_4}(p) \quad (2.6)$$

さらに, E_4 の最大化決定

$$p_4^* = \min\{p \mid f_{E_4}(p) = \max_{0 \leq x \leq \frac{1}{3}} f_{E_4}(x)\} \quad (2.7)$$

が得られる. したがって, 最適なしきい値は $\frac{1}{3} - p_4^*, \frac{1}{2}, \frac{2}{3} + p_4^*$ である. また, ファジイグラフ F の近似4値グラフ F_4^* は p_4^* を用いて, 次の様に定義される.

$$F_4^* = (f_{ij4}^*),$$

$$f_{ij4}^* = \begin{cases} 0 & (f_{ij} < \frac{1}{3} - p_4^*) \\ \frac{1}{3} & (\frac{1}{3} - p_4^* \leq f_{ij} < 0.5) \\ \frac{2}{3} & (0.5 \leq f_{ij} \leq \frac{2}{3} + p_4^*) \\ 1 & (i=j \text{ または } f_{ij} > \frac{2}{3} + p_4^*) \end{cases} \quad (2.8)$$

F_4^* は, 第二の方法により F の4値構造を近似的に表す最適なファジイグラフといえる.

3. システムの拡張と事例研究

今回の近似4値化法の部分はFRS分析部の近似3値化法の部分の修正, 拡張によりシステムに組み入れられた.

近似3値分析および近似4値分析の適用事例を示す. 図1のファジイグラフ

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 0.86 & 1.00 & 1.00 \\ 0.48 & 1 & 0.53 & 1.00 \\ 0.67 & 0.76 & 1 & 1.00 \\ 0.34 & 0.59 & 0.53 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

に対し近似3値分析を行うと, ファジイ最大化決定

$$p_3^* = 0.03 \quad (3.2)$$

より, 近似3値グラフ

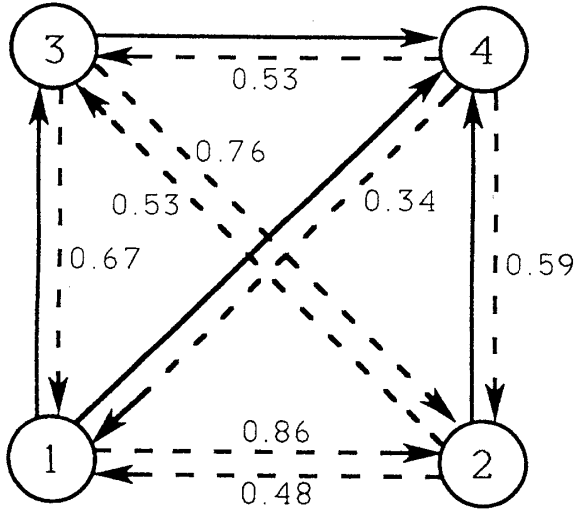


図1 ファジイグラフ F

$$F_3 = F_3^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \alpha & 1 & \alpha & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \alpha & 1 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

は図2の通りとなる。同様に近似4値分析を行うと、ファジイ最大化決定

$$p_4^* = 0.00 \quad (3.4)$$

より、近似4値グラフ

$$F_4 = F_4^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \alpha & 1 & \beta & 1 \\ \beta & 1 & 1 & 1 \\ \alpha & \beta & \beta & 1 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

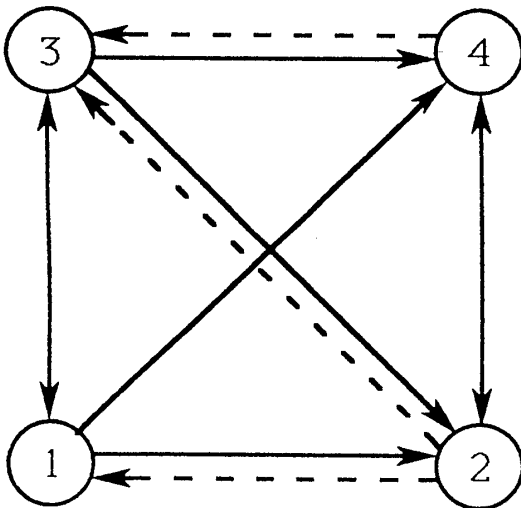


図2 近似3値グラフ F_3

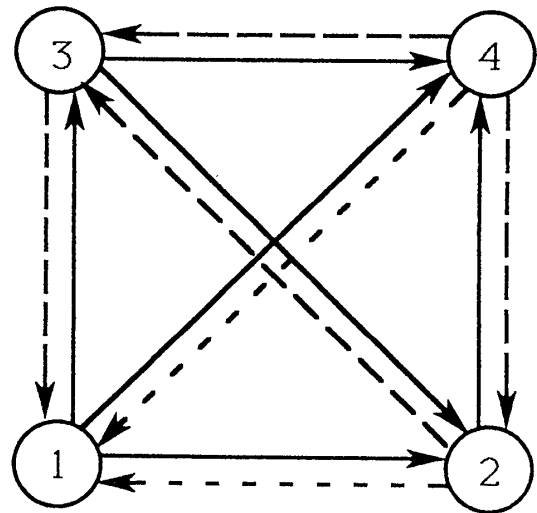


図3 近似4値グラフ F_4

は図3の通りとなる。

なお、この詳細については講演発表の際に述べる。

4. あとがき

本稿ではファジイグラフを4個の値で近似する方法を述べた。今後は5個以上の値で近似する方法の研究、およびそれらによる事例研究を行う。

末筆ながら、本研究に関してお世話になった早稲田大学洲之内治男名誉教授、宮城教育大学の森岡正臣助教授、国学院高校の津田栄教諭、目黒高校の勝又保雄教諭、拓殖大学工学部の竹谷誠教授、川村女子大学の西村和子助教授、早大系属早実の祝原進一教諭、箭内顯彦教諭、松本史郎教諭、育英高専の木戸能史教授、淑徳高校の箭内美智子講師、川村女子学園の山田敦子教諭、および、カリフォルニア大学L. ザデー名誉教授に感謝する。

参考文献

- [1] 滝沢, 山下, 横井: コンピュータによるテスト編集管理システム (XVI), 情報処理学会全国大会, 1992.
- [2] 滝沢, 山下, 西村, 勝又, 津田, 清水: ファジイグラフを応用した教材構造分析システム II, 日本科学教育学会第17回年会, 1993.
- [3] 滝沢: ファジイグラフの近似有限値化法, 教養諸学研究 Vol. 93, 早稲田大学政治経済学部, 1993.
- [4] Takizawa, Yamashita, Nishimura: Approximate Analysis Method of Instruction and Cognition, 10th NAFIPS, 1991.
- [5] 滝沢, 山下: ファジイグラフの近似分析と応用 III, 日本数学会応用数学分科会, 1993 (予).