

4K-2

画像の有限色近似に対する数理的考察と
LBG アルゴリズムの適用

電気通信大学情報工学科 小林光夫

1 はじめに

画像の離散色(あるいは有限色, 限定色)近似は, 画像の伝送効率向上や表示色の少ないCRTによる画像の表示には, 必須の技法である。これまで種々の有限色近似法が提案されている([1]に多くの紹介がある)が, いずれも個々の技法の説明であり, 数理的に整理した見方が与えられていない。本稿では, 画像を画面から色空間への関数ととらえ, 有限色近似法の位置づけを与える。さらに, 色のまとまり(クラスタ)を考慮した近似法として LBG アルゴリズムが有効に働くことを示す。

2 画像の近似と誤差

画像 f は, 画面すなわち 2 次元平面 R^2 の矩形領域 D から 3 次元色空間 $Y (= R^3)$ への関数とみなすことができる:

$$f: D \rightarrow Y.$$

Y として, 具体的には RGB, CIEXYZ, $L^*a^*b^*$, $L^*u^*v^*$, マンセルなど, 用途によって種々の表色系による色空間を採用することができる。

D の f による像 $V = f(D)$ は, 画像のもつすべての色を表す。 V の直和分割を (V_1, V_2, \dots, V_M) とし, V_k に属する画像の色を $c_k (\in Y)$ で近似することにすれば, 近似画像 $\tilde{f}: D \rightarrow Y$ は

$$\tilde{f}(x) = c_k, x \in D_k = f^{-1}(V_k)$$

で定義される。ここに V_k の逆像 $D_k = f^{-1}(V_k)$ は, V_k に属する色をもつ画面の部分を表す ((D_1, D_2, \dots, D_M) も D の直和分割となる)。この近似による誤差は, 色空間における色差だけを考えるか, ある色をもつ画面の面積をも考えるかによって種々の測り方が考えられるが, ここでは $p \geq 1$ をパラメタとして

$$e(f, \tilde{f}) = \left(\int_D \|f(x) - \tilde{f}(x)\|^p dx \right)^{1/p}$$

と表すことにする(たとえば, $p=2$ とすれば 2 乗平均誤差, $p=1$ とすれば平均誤差, いずれも画面の面積が考慮される。 $p=\infty$ とすれば最大値誤差, 色空間における色差だけが考慮される。)ここに $\|\cdot\|$ は Y におけるノルムであり, これも種々のとり方がある(たとえば, $p=2, 1, \infty$ に応じてそれぞれ $\|(u, v, w)\| = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$, $|u| + |v| + |w|$, $\max\{|u|, |v|, |w|\}$ など)。

問題は次のように書ける。

$e(f, \tilde{f})$ を小さくする V の直和分割 (V_1, V_2, \dots, V_M) および近似色の組 (c_1, c_2, \dots, c_M) を求めること。

3 種々の近似法

上の問題への接近法は大別して二つある。すなわち, V を分割する際に, 近い距離にある色をひとまとまり(クラスタ)にするか否かで, 二通りに分けられる。多く提案されている方法は, 後者である。

3.1 クラスタを考慮しない方法

Y 内に, M 個の互いに素な有界閉領域(たいていは直方体) U_1, U_2, \dots, U_M をとり, これらの合併で V を被覆する:

$$V \subset U_1 \cup U_2 \cup \dots \cup U_M.$$

このとき, $V_k = U_k \cap V$ によって V の分割を得る。近似色は, $\left(\int_{D_k} \|f(x) - c\|^p dx \right)^{1/p}$ を最小にするように選ぶのがふつうである。

U_k は, その“大きさ” $|U_k|$ ができるだけ小さくなるように, また簡単なアルゴリズムで求められるようにする。この求め方によって, 色空間線形分割法 [2], 色空間 2 分法, 中央値分割法 [3], 適応型部分空間法 [4] など, 種々の解法が生まれる。誤差の評価は, U_k を計算するアルゴリズムによる。

3.2 クラスタを考慮する方法

クラスタ化は, 次のように定式化できる。 $c \in Y, W \in V$ に対し, W の“歪”を

$$d(W) = \min_{c \in Y} \left(\int_A \|f(x) - c\|^p dx \right)^{1/p}, A = f^{-1}(W)$$

で定義しよう。この最小値を与える c は W のセントロイドに当たる。このとき, 総歪

$$d_{total} = \sum_{k=1}^M d(V_k)$$

を小さくすることが“クラスタ化”である。 $d(V_k)$ を与えるセントロイド c_k を近似色とすれば, このクラスタ化はまさしく先の問題の解となる。クラスタを考慮した方法は少ないようである。

4 LBG アルゴリズム

クラスタ化の問題は、 D と V が有限集合となる現実の離散画像の場合には、(V の直和分割の数は有限であるから)枚挙法によって理論的には解ける。しかし、その数は巨大なので、じっさいには近似解法に頼らざるを得ない。有効な近似解法として、パターン認識で使われる LBG アルゴリズム [5] が適用できる。われわれの問題にこのアルゴリズムを適用すると、次のようになる。

1. 適当な近似色の列 (c_1, c_2, \dots, c_M) を与える。
2. 各 c_k の勢力圏を Y_k とし、

$$V_k = V \cap Y_k \quad (k = 1, \dots, M)$$

を求める (このとき、 V_k が空でなく、かつ互いに素となるように、若干の配慮がある)。

3. 各 V_k について、セントロイド c_k および $d(V_k)$ を求める。
4. 総歪 d_{total} を計算し、この値が十分小さく (あるいは減少しなく) なったら終了。そうでなければ、2. に戻り、上記の処理を繰り返す。

このアルゴリズムは、総歪 d_{total} を単調に減少させる直和分割の列を生成する。すなわち、大域的収束性をもつ。(ただし d_{total} は必ずしも最小値に収束するとは限らない。)

5 実験

色数の多い画像、グラデーションのある画像、モノトーンに近い画像など、いくつかの画像について、LBG 法と他の方法を比較してみた。その結果、どのような画像についても誤差は少なく、近似色数 M に対する減少の割合も安定していることがわかった (図 1)。計算時間についても、満足のいく結果が得られた。

6 おわりに

色空間における色差だけでなく、ある色をもつ画面の部分の面積を考慮した種々の離散色近似法に対して、数理的な位置づけがなされた。これにより、手法の選択、改良などが容易となるだろう。さらに、色のクラスタを考慮した近似法として LBG アルゴリズムが有効に働くことも見た。LBG アルゴリズムによる色のクラスタ化の手法は、画像の情報圧縮という観点だけでなく、画像のもつ色分布の特色を知る上での有効な手段となるであろう。

最後に、この研究の一部は、筆者の研究室における卒業研究 [6]、[7] によることを付します。

参考文献

- [1] 高木幹雄, 下田陽久監修: 画像解析ハンドブック, 東京大学出版会, 1991.
- [2] 荒井幸宏, 安居院猛, 中嶋正之: 色空間線形分割法による限定色近表示, 電子情報通信学会論文誌-(D), vol.J70-D, no.2, pp.346-351.

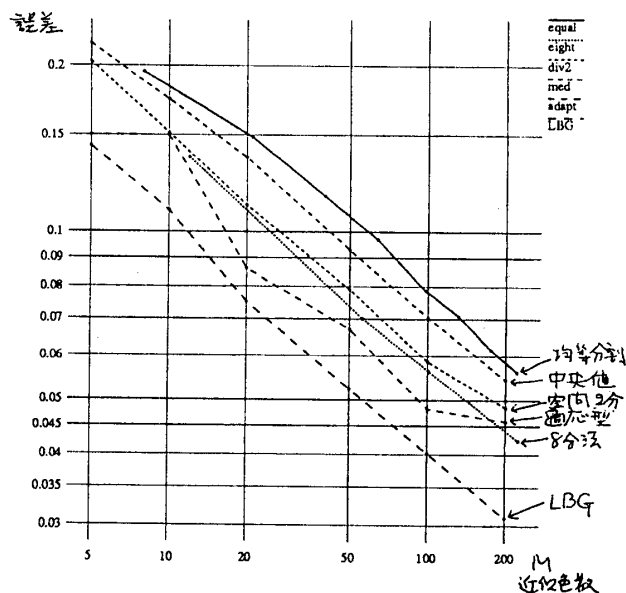


図 1: ある画像の近似色数に対する近似画像の誤差

- [3] P.Heckbert: Color Image Quantization for Frame Buffer Display, Computer Graphics, vol.16, no.3, pp.297-304.
- [4] 中嶋正之, 清水正興, 安居院猛: 適応型部分空間法を用いたカラー階調画像の表示, 信学技報, IE85-14, pp.321-326.
- [5] 上坂吉則, 尾関和彦: パターン認識と学習のアルゴリズム, 文一総合出版, 1990.
- [6] 清川 純: LBG アルゴリズムを用いた画像近似ソフトウェアの作成, 平成 4 年度卒業論文, 電気通信大学情報工学科, 1993.
- [7] 中村美保子: 種々の限定色近似法の実現と比較, 平成 4 年度卒業論文, 電気通信大学情報工学科, 1993.