

軌道衛星の計画軌道平面と実軌道の算出モデル

3C-3

星 仰、加藤 哲也

茨城大学

1. はじめに

人工衛星はあらかじめ軌道高度、速度等設定されているが、実際には軌道に乗った衛星は、少しずつ変化するであろうし現実には計画軌道の周りを微小変動しながら周回している。そこで本研究では人工衛星の赤道面座標系上におけるある3次元実軌道データ  $P_i(x_i, y_i, z_i)$  を基にして、この衛星のある軌道の平面を最小二乗法により近似し、さらに、衛星の実軌道データを時間  $t$  における  $n$  次多項式で示す幾何モデルを求め、計画軌道との比較研究を行う。そして、衛星の地表直下点を求める際の資料や、計画軌道からのずれ量の算出についても述べる。これらは衛星の挙動要素を求める際の資料となる。

2. 軌道衛星の幾何モデル

2.1 計画軌道平面

衛星軌道をシュミレーションするためにこの軌道が平面にあると仮定して近似軌道平面を求める。この平面の方程式は一般に下記の式(2.1)のように書き表すことができる。

$$a'x + b'y + c'z + d' = 0 \tag{2.1}$$

式(2.1)を式(2.2)に変形して未知係数を減らすことができる。

$$ax + by + cz + 1 = 0 \tag{2.2}$$

いま、 $P_i(x_i, y_i, z_i)$  が与えられたとき、 $a, b, c$  の未知係数の関係は式(2.3)の誤差方程式で求められる。

$$v_i = ax_i + by_i + cz_i + 1 \tag{2.3}$$

ここで、 $v_i (i=1 \sim n)$  は残差であり、これによって係数  $a, b, c$  を決定するには以下の最小二乗法を用いる。

$$\Omega(a, b, c) = \sum_{i=1}^n v_i^2 = \sum_{i=1}^n (ax_i + by_i + cz_i + 1)^2 \tag{2.4}$$

ここで、 $\Omega(a, b, c)$  を最小にするためには下記の条件が同時に成り立つ必要がある。

$$\frac{\delta \Omega}{\delta a} = 0, \quad \frac{\delta \Omega}{\delta b} = 0, \quad \frac{\delta \Omega}{\delta c} = 0$$

これらの関係から以下の正規方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} a \sum x_i^2 + b \sum x_i y_i + c \sum x_i z_i + d \sum x_i &= 0 \\ a \sum x_i y_i + b \sum y_i^2 + c \sum y_i z_i + d \sum y_i &= 0 \\ a \sum x_i z_i + b \sum y_i z_i + c \sum z_i^2 + d \sum z_i &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{2.5}$$

上式の連立一次方程式を解くことにより軌道平面の係数  $a, b, c$  が決定される。この  $a, b, c$  で決定される衛星の軌道平面と地球との関係をここでは赤道面座標系で表すこととするならば、図1のような関係になる。

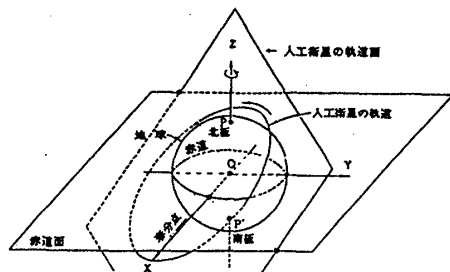


図1 衛星軌道と近似軌道平面

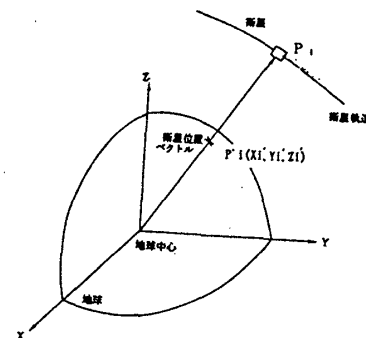


図2 軌道直下点  $P_i'(x_i, y_i, z_i)$

## 2. 2 経過時間における3次元軌道位置

軌道座標を任意の時間関数  $f(t)$  として、それぞれの軌道座標を表すことができる。その際の近似関数として以下の  $n$  次多項式を用いることにする。

$$f(t) = f_0 + f_1 t + f_2 t^2 + \dots + f_n t^n \quad (2.6)$$

ここで、 $f(t) \equiv x$  とおくと、式(2.6)における係数  $f_0 \sim f_n$  は、以下に示す  $Q$  が最小になるように決定される。

$$Q = \sum_{i=1}^n (f_0 + f_1 t + f_2 t^2 + \dots + f_n t^n - x_i)^2 \quad (2.7)$$

この  $Q$  を最小にするために式(2.7)の両辺を  $f_0 \sim f_n$  で偏微分すると以下のようにになる。

$$\frac{\partial Q}{\partial f_i} = 2 \sum_{i=1}^n (f_0 + f_1 t + f_2 t^2 + \dots + f_n t^n - x_i) \cdot t_i^i \quad (2.8)$$

これらは  $f_0 \sim f_n$  に関する連立一次方程式を解くことによって係数  $f_0 \sim f_n$  が求められる。これは、初期値を  $P_0(x_0, y_0, z_0)$  ( $t=0$ : 単位 sec) における時刻  $t$  での軌道の空間座標  $P_i(x_i, y_i, z_i)$  を求めるものである。 $y, z$  座標についても同様に求められる。次数  $n$  については、 $n=30 \sim 35$  付近で数メートル以内の誤差に収められることが実験の結果明らかになっている。本研究では、 $n=35$  を使用することにする<sup>1)</sup>。

## 3. 衛星の地表直下点抽出とその応用

軌道衛星の幾何モデルでは、近似軌道平面と時間  $t$  における軌道座標について述べたが、ここでこの関係を用いて、衛星の地表直下点の算出を試みる。直下点を求めるためにまず地球の形状について数学的に表現しなければならない。地球は厳密に言えば楕円体に近い形をしているが本研究では表面に起伏のない完全球体と仮定する。このとき、地球の半径  $a = 6378.137$  km (WGS-84の赤道半径の値を採用) を用いて次のように表せる。

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \quad (3.1)$$

このとき、軌道衛星の幾何モデルで算出した3次元空間座標  $P_i(x_i, y_i, z_i)$  と地球の中心を結んだ線と式(3.1)との交点を求めることによって地球表面における直下点座標を求めることができる。点  $P_i$  の直下点座標  $P_i'(x_i', y_i', z_i')$  は次のように書き表せる。

$$\begin{pmatrix} x_i' \\ y_i' \\ z_i' \end{pmatrix} = \frac{a}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

衛星の地表直下点  $P_i'(x_i', y_i', z_i')$  を図2に示す。

式(3.2)で求めた座標と計画軌道平面から衛星の進行方向と走査方向への移動量(ズレ量)の算出が衛星の高度や速度、周期から可能となる。

## 4. おわりに

本研究では、軌道衛星の幾何モデルと衛星の地表直下点抽出について詳述した。これらの算出モデルは、次期衛星の標定要素の算出のための重要な要素となる。これは、衛星の挙動要素の微小変動量  $d\phi, d\omega, d\kappa$  と平行移動量  $dbx, dby, dbz$  の影響によるものとして、これらの要素を算出できることになり、また、計画軌道からのズレ量などが予測できるであろう。なお、本研究で用いた  $P_i$  のデータはAVNIR委員会の宇宙開発事業団の歌島氏より提供いただいたのでここに謝意を表す。

## 参 考 文 献

- 1) 星 仰, 加藤 哲也: "軌道衛星の軌道幾何モデルとその応用", 日本写真測量学会平成4年度秋季学術講演会発表論文集, G-6, pp.145~148, 1992.
- 2) 長沢 工: "天体の位置計算", 地人書館, pp.192~201, 1985.