

2M-7

数式と図形の相互作用を実現するシステムの研究

齊藤洋美 永田守男
(慶應義塾大学理工学部)

1. はじめに

近年の認知科学の発展によって、記号の世界とイメージの世界を行き来して、人間が物事を理解していることがはつきりしてきた[1][2]。数学の理解においても、数式などの記号と図やモデルなどのイメージとが重要な働きをする。そこで本研究では、人間の理解を助ける技術として、数学において記号とイメージの両世界を一体化するシステムを提案する。ここではそのシステムの実現法について述べ、数学教育に携わる方から頂いた評価をもとに考察を行う。

2. 記号の世界とイメージの世界を一体化するシステム

2.1 システムの概要

既存の数式処理システムに「Mathematica」というものがある[3]。このシステムは単に数式処理や数値計算の機能を持つだけでなく、かなり高度なグラフ

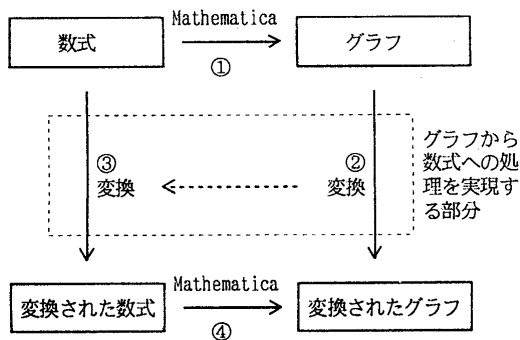
関数機能をも備えており、システム内のグラフ作成関数によって記号である数式がグラフというイメージに視覚化される。数学を理解する上でこのグラフィックス機能は有効であるが、それはあくまでも記号の世界からイメージの世界への一方向の処理であって、それ以上のことは実現されていない。記号の世界とイメージの世界を行き来するという人間の物事の理解の仕方から考えると、数学の理解をさらに深めるためには、これに加えてイメージの世界から記号の世界への処理を実現させる必要がある。そこで本研究では、この「Mathematica」にグラフから数式への処理を新たに加えることによって、記号の世界とイメージの世界の相互作用が可能なシステムを実現する。概要図を【図1】に示す。

2.2 システムの実現法

【図1】に示されるように、このシステムでは、数式からグラフへの処理には「Mathematica」を用いる。新たに加えるのは、グラフから数式への処理を実現する点線で囲まれた部分であり、この部分はC言語を用いて作成する。

この部分では、まず「Mathematica」から作成したC言語プログラムが呼び出される。その上でグラフの変換(②)を実行すると、それに応じて数式の変換(③)が行われる。その変換された数式に対して、作成したC言語プログラムから「Mathematica」を呼び出すことによって、グラフから数式への処理を実現する。

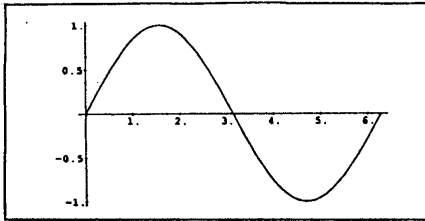
「Mathematica」では、2次元・3次元・等高線・濃淡という4種類のグラフを作成することが可能であるが、このシステムでは2次元グラフのみに限定した。グラフ側からの操作としては、平行移動・回転移動・拡大縮小・点対称移動・線対称移動といった一次変換、切片と傾き、あるいは任意の2点指定による直線の作図、頂点と任意の1点、あるいは任意の3点指定による放物線の作図を実現した。実行の一例を【図2】に示す。



【図1】 提案システムの概要図

A system that formulas interact with figures
Hiromi SAITO, Morio NAGATA
KEIO University

In[1]:= Plot[Sin[x], {x, 0, 2Pi}]



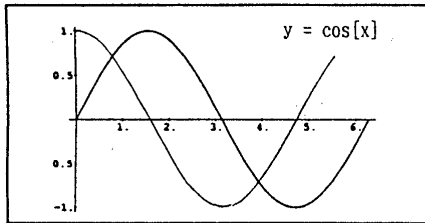
例1：平行移動

X軸方向 $+\pi/2$
Y軸方向 0

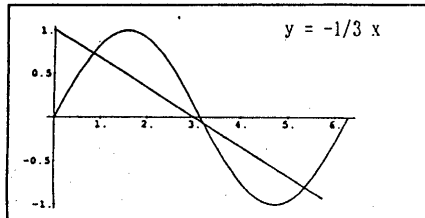
例2：2点指定による直線の作図

点 (0, 1)
点 (3, 0)

〈例1〉



〈例2〉



【図2 実行例】

3. システムの評価・考察

本システムを高等学校などの生徒に直接使用してもらって、本格的に実験することは現状では難しいので、プロトタイプシステムを高等学校の数学の先生に見て頂き、御意見を伺った。この時の御意見をまとめると次のようになる。

現在の数学のカリキュラムでは、中学校の『数と式』という領域で式の計算を学ぶ。又、『図形』『数量関係』という領域でも、主に記号でその理論を学ぶことになっている。中学校では記号の世界の理論を数学の基礎力として教えることに重点を置いている。イメージの世界というのは高等学校になって初めて導入されてくる。中学3年で学ぶピタゴラスの定理（三平方の定理）によって2点間の距離の概念が明らかになり、イメージの世界の導入が意味をなすことになる。このイメージの世界の導入によって記号の世界に意味づけがなされ、さらに記号の世界だけでは考えることが困難であるような空間にまで、数学の世界を広げていくことが可能になる。

このように、中学校から高等学校の数学のカリキュラムそのものがまず記号、それからイメージという意識をもって構成されていることから、本研究で数学の理解の全体構造を記号の世界とイメージの世界という2つの形で取り上げ、さらに両世界の相互作用を可能にするシステムを実現したことに意味のあることが分かる。今後は最もイメージの世界が必要である空間、すなわち3次元を扱えるシステムの実現と、さらに操作を容易にするために、システム上でのマウス操作の実現が必要であると考えられる。

4. 結論

記号とイメージの両世界を一体化するシステムは、人間の理解を助ける技術として役立てることができる。このようなシステムが完全な形で実現すれば、教授用システムとしてだけでなく、生徒の実体験用システムとして、実際の数学教育の場で利用することもできるであろう。特に数学が高等になればなるほど、つまりイメージの重要性が増せば増すほど、このようなシステムの需要は高くなっていくと考えられる。又、数式とそのイメージという分野以外でも、記号とイメージを互いに行き来することが可能なシステムが有効になることがあるかも知れない。

謝辞

本研究の評価及び検討にあたり、数々の有益な御意見を下さった慶應義塾女子高等学校・数学科教諭の国府方久史先生に深く感謝致します。

参考文献

1. 佐伯胖：『コンピュータと教育』岩波新書（1986）
2. 佐伯胖編：『認知心理学講座 3.推論と理解』東京大学出版会（1982）
3. 小池慎一：『Mathematica数式処理入門』技術評論社（1990）