力学系の定性的同定問題

5G－7

安部　伸治，　新井　啓之，　名倉　正計
ＮＴＴヒューマンインタフェース研究所

１．はじめに

系を特徴づける複数変数の時間的変動が定性的に観測された場合について，定性的な力学モデルで系を定式化する手法を提案する．本手法は定性推論[1]の枠組みに沿った，ある種のシステム同定問題を扱ったものである．システム同定問題は定量的な手法としては従来から様々な手法があるが，量的な空間に対して定性的な一種の量子化を行うことにより従来は困難とされてきた系を対象とすることが可能となる．

２．力学モデル推定に用いる定性値

定性推論では，系を特徴づける変数が定義されている量の空間（R空間）を有限個の境界標と区間に分割してそれぞれをシンボル化した定性値からなる空間（Q空間）を用いる．定性値はR空間の値と区別するため，"[X]"の様に書かれる．定性推論の特徴の１つは，変数の変化傾向を表すシンボルを導入していることである．これは定性微分値と呼ばれ"δX"のように書き，

δX＝[＋]　→　Xは増加傾向にある
δX＝[０]　→　Xは定常状態にある
δX＝[－]　→　Xは減少傾向にある

である．ここでは，本手法を展開するQ空間で用いるシンボルとそれらの間の基本演算関係を用意する．

区間（－∞　0）→[－]，　境界標　0　→[0]，
区間（0　＋∞）→[＋]，　区間[0　＋∞）→[0＋]，
区間（－∞　0]→[－0]，区間（－∞　＋∞）→[＋0－]，
区間（－∞　0）（0　＋∞）→[＋－]

+	[+]	[0]	[-]	[0+]	[-0]	[+-]	[+0-]
[+]	[+]	[+]	[+0-]	[+]	[+0-]	[+0-]	[+0-]
[0]		[0]	[-]	[0+]	[-0]	[+-]	[+0-]
[-]			[-]	[+0-]	[-]	[+0-]	[+0-]
[0+]				[0+]	[+0-]	[+0-]	[+0-]
[-0]					[-0]	[+0-]	[+0-]
[+-]						[+0-]	[+0-]
[+0-]							[+0-]

表１（A）
定性値の
加算関係

×	[+]	[0]	[-]	[0+]	[-0]	[+-]	[+0-]
[+]	[+]	[0]	[-]	[0+]	[-0]	[+-]	[+0-]
[0]		[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[-]			[+]	[-0]	[0+]	[+-]	[+0-]
[0+]				[0+]	[-0]	[+0-]	[+0-]
[-0]					[0+]	[+0-]	[+0-]
[+-]						[+-]	[+0-]
[+0-]							[+0-]

表１（B）
定性値の
乗算関係

また，これらの定性値の間には区間の包含関係"⊂"を定義することができ，その意味はたとえば

[Q]⊂[＋]　　⟷　[Q]＝[＋]
[Q]⊂[0＋]　 ⟷　[Q]＝[0]　or　[Q]＝[＋]
[Q]⊂[＋0－]⟷　[Q]＝[＋]　or　[Q]＝[0]
　　　　　　　　　　　　　　　　or　[Q]＝[－]

である．

３．時間の量子化について[2]

定性推論では量の変化の連続性が仮定されている．すなわち，（１）変数の値がいったん開区間に入ると，ある一定の時間続けてそこに留まらなければならない．（２）隣接する区間に移るためには必ず境界標を通る．（３）境界標は瞬時に通過できる．このように，定性的な状態の解釈には一定時間持続する"持続的状態"と，瞬間的に終了する"瞬間的状態"の２つのタイプに分けられる．これにともなって時間の量子化も行われる．時間量子にはそれぞれの状態に対応する"時区間"と"瞬間"の２つのタイプがある．量子化された時間領域では，"瞬間"と"時区間"が交互に現れる．

４．定性的積分規則

変数の定性値と定性微分値からなる"({[Xi],δXi}),i=1‥"を定性的な状態という．本研究では状態遷移の前後における変化の狭義単調性が保証されない場合に適用できる積分規則を導いた．量子化された時間軸上の時刻t→t'の状態遷移を表す積分規則は，

$$[X(t')] \subset [X(t)] + \delta X(t)\delta t + \delta X(t')\delta t' \quad \cdots\cdots (式1)$$

$$\delta X(t') \subset \delta X(t) + \delta^2 X(t)\delta t + \delta^2 X(t')\delta t' \quad \cdots\cdots (式2)$$

で表現される．ここでδt，δt'は状態遷移の前後で変数がそれぞれの状態にある時間（の長さ）を定性的に表したもので，状態遷移に要する時間を⊿tとすると，

$$[\varDelta t] = [t' - t], \quad \delta t + \delta t' = [\varDelta t]$$

の関係が常に成り立っている．瞬間的な状態から持続的な状態へは瞬時に状態が遷移するので，[⊿t] ＝ ε である．またtにおける状態は瞬間であるからその時間幅はゼロであるので，結局

$\delta t = [0]$，$\delta t' = \varepsilon$　となる．

ここでεは正の微小な値を意味し，εが掛かった定性値との加算演算は境界標上の値にのみ作用するものとする．例えば，

$[+] + [-]\varepsilon = [+]$，　$[0] + [-]\varepsilon = [-]$

となる．持続的な状態から瞬間的な状態への遷移にはある程度の時間経過が必要であり，[⊿t] ＝ [＋]である．またt'は瞬間であるからその時間幅はゼロであるので，結局

$\delta t = [+]$，$\delta t' = [0]$　となる．

また，式１，式２の演算において，定性値[X(t)]および定性微分値δX(t)の変化の連続性の仮定より，

$$[X(t)] \cdot [X(t')] \subset [0+] \quad \cdots\cdots (式3)$$

$$\delta X(t) \cdot \delta X(t') \subset [0+] \quad \cdots\cdots (式4)$$

が成立していなければならない．また，変数X(t)の２階導関数が観測されない場合には$d^2X(t)/dt^2$の不確定さは(－∞　＋∞)におよぶので，$\delta^2 X(t) \subset [+0-]$とする．

５．定性的な状態の推定則

ここでは，変数の定性値[Xi(t)]の時系列が観測された場合に，系が満たすべき定性的な状態({[Xi],δXi})を推定する規則を導く．ここでは連続する３つの時間量子tpriv→tnow→tnextの時系列からtnowにおける状態を推定する．

<<推定則１>>：tnowの状態が瞬間の場合には，次のような方法でtnowにおける状態([X(tnow)],δX(tnow))を推定する．tnowが瞬間であることと式１，式２，式３，式４より，表２の関係が導かれる．このような規則を推定則１とよぶことにする．

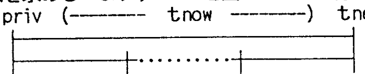
※1	※2	※3	※4	※1	※2	※3	※4
[+]	[0]	[+]	[0]	[-]	[0]	[+]	[0+]
[+]	[0]	[0]	[0]	[-]	[0]	[0]	[0]
[+]	[0]	[-]	[-0]	[-]	[0]	[-]	[0]
[0]	[0]	[+]	[0]	[+]	[+]	[+]	[+0-]
[0]	[0]	[0]	[0]	[-]	[-]	[-]	[+0-]
[0]	[0]	[-]	[0]				

※1：[X(tpriv)]
※2：[X(tnow)]
※3：[X(tnext)]
※4：δX(tnow)

表２　瞬間的状態における定性微分値の推定

<<推定則２>>：tnowが持続的状態の場合には，以下のように複数個の状態を求める．まず，tnowを図１のように分割する．

tpriv　(－－－－－－－－　tnow　－－－－－－－－)　tnext



tnow_ps　tnow_pe
(　tnow_s　)[　tnow_m　](　tnow_e　)

図１　tnowの分割

図の区間において，状態([X(tnow_s)],δX(tnow_s))と状態([X(tnow_e)],δX(tnow_e))を式１，式２により求める．また，

Qualitative System Identification Problem
Shinji ABE, Hiroyuki ARAI, Masakazu NAGURA
NTT Human Interface Laboratories

平均値の定理によれば，区間tnow_mにおいて存在しなければならない状態を定義することができる．このような状態を求めることは，区間tnow_mにおいて狭義単調性を仮定したときのδXを求めることに帰着できる．単調性の仮定によりδX(tnow_m)は，δXの連続性の仮定（式4）より推定することができる．しかし，ここで注意が必要である．複数変数{Xi}，i＝1‥からなる系において，単調性を仮定したときのδXi(tnow_m)が同じ時間量子の上で発生するという保証はない．そこで，単調性を仮定したときのδXi(tnow_m)が発生する時間量子をそれぞれの変数毎にtnow_m_i，i＝1‥と書くすると，

δXj(tnow_m_i) ⊂ [＋0－]　，j≠i

としておくこととする．以上の考察により表3の関係が導かれる．このような規則を推定則2とよぶことにする．

※1	※2	※3	※4	※5	※6
[+]	[+]	[+]	[+0-]	[+0-]	[+0-]
[+]	[+]	[0]	[+0-]	[-0]	[-]
[0]	[+]	[+]	[+]	[0+]	[+0-]
[0]	[+]	[0]	[+]	[0]	[-]
[0]	[-]	[0]	[-]	[0]	[+]
[0]	[-]	[-]	[-]	[-0]	[+0-]
[-]	[-]	[0]	[+0-]	[0+]	[+]
[-]	[-]	[-]	[+0-]	[+0-]	[+0-]

※1：[X(tpriv)]
※2：[X(tnow)]
※3：[X(tnext)]
※4：δX(tnow_s)
※5：単調性を仮定したときのδX(tnow_m)
※6：δX(tnow_e)

表3　持続的状態における微分値の推定

6．推定則の適用例

ここでは，実験例を用いて推定則の適用例を紹介する．観測対象の系はX1，X2という2変数からなり，これら2変数の変動が次のような時系列として観測されたとしよう．

X1(t)：[-] [0] [+] [+] [+] [0] [-] [-] [-] [0] [0]
X2(t)：[+] [+] [+] [0] [-] [-] [-] [0] [+] [0] [0]
→ 時間

このような時系列に，推定則1および推定則2を適用すると表4のようになる．

観測時系列 [X1][X2]	適用推定則	推定された定性的状態 ([X1] δX1 [X2] δX2)
[-][+]		
[0][+]	推定則1→	([0] [0+] [+] [+0-])
[+][+]	推定則2→	([+] [+] [+] [+0-])
		([+] [0+] [+] [+0-])
		([+] [+0-] [+] [-0])
		([+] [+0-] [+] [-])
[+][0]	推定則1→	([+] [+0-] [0] [-0])
[+][-]	推定則2→	([+] [+0-] [-] [-])
		([+] [-0] [-] [+0-])
		([+] [+0-] [-] [-0])
		([+] [-] [-] [+0-])
[0][-]	推定則1→	([0] [-0] [-] [+0-])
[-][-]	推定則2→	([-] [-] [-] [+0-])
		([-] [-0] [-] [+0-])
		([-] [+0-] [-] [0+])
		([-] [+0-] [-] [+])
[-][0]	推定則1→	([-] [+0-] [0] [0+])
[-][+]	推定則2→	([-] [+0-] [+] [+])
		([-] [0+] [+] [+0-])
		([-] [+0-] [+] [0])
		([-] [+] [+] [-])
[0][0]	推定則1→	([0] [0] [0] [0])
[0][0]		

表4　状態推定の例

7．力学モデルの推定

7．1　制約規則の推定

表4のように推定された状態は，対象系固有の何らかの法則に従って生成されているはずである．このような”制約規則”は複数変数間の時間的な因果構造を記述したものであり，定性的な常微分方程式に他ならない．ここでは制約規則を推定する方法について述べる．本文では，次のような定性的な多項式を用いた制約規則推定法を提案する．系がn個の変数からなるものとすると，

$$0 \subset \sum_{m=k1+\cdots+kn+l1+\cdots+ln}^{order} [Ck1..kn,l1..ln] \prod_{i=1}^{n} \prod_{j=1}^{n} [Xi]^{ki}\ \delta Xj^{lj} \qquad \cdots\cdots（式5）$$

ここで，Σは添字mに関する加算，Πは添字i,jに関する乗算を意味する．また，[Ck1..kn,l1..ln]は，多項式の各項に掛かる係数であり，定性値からなる．orderは多項式の次数を表し，order=1の場合には式5は線形常微分方程式となる．制約規則の推定は，観測値から5．の方法で推定された状態，([X1],δX1,…,[Xn],δXn)を式5に代入し，”⊂”が成立するような係数列”{[Ck1..kn,l1..ln]},m＝0～order,ただしm=k1+..+kn+l1+..+ln”を探索することに帰着する．本手法では，order=1から係数列の探索を開始し，式5を満たす係数列が見つからなければ次第にorderを上げてゆくという手法を用いることとした．

7．2　力学モデル推定

観測対象の系がn個の変数からなる場合には，推定された複数の制約規則のうちn本の連立によって系を記述できる．本手法では，制約の最も強い組合わせ（生成される状態の数が最も少ない連立）を最適な力学モデルとして求めることとした．6．の例題から推定される力学モデルは以下の6種類である．

<< Model No.1 >>
0 ⊂ [X1] ＋ δX1 ＋ [X2] ＋ δX2
0 ⊂ δX1 － [X2]

<< Model No.2 >>
0 ⊂ [X1] ＋ δX1 ＋ δX2
0 ⊂ δX1 － [X2]

<< Model No.3 >>
0 ⊂ [X1] ＋ [X2] ＋ δX2
0 ⊂ δX1 ＋ δX2

<< Model No.4 >>
0 ⊂ [X1] ＋ [X2] ＋ δX2
0 ⊂ δX1 － [X2]

<< Model No.5 >>
0 ⊂ [X1] － δX1 ＋ [X2] ＋ δX2
0 ⊂ δX1 ＋ δX2

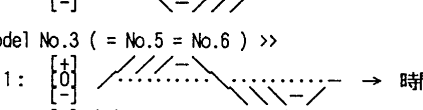
<< Model No.6 >>
0 ⊂ [X1] － δX1 ＋ [X2]
0 ⊂ δX1 ＋ δX2

また，生成する定性的状態（のセット）が同じモデル同士は定性的に等価な挙動を示す．上の例では，No.1とNo.2とNo.4，No.3とNo.5とNo.6がそれぞれ等価な挙動を示すモデルである．

8．定性シミュレーション

推定された力学モデルを用いて，観測された時系列が再現できることを定性シミュレーションによって示すことができる．Model No.1 ～ No.6 を用いてシミュレーションを実行すると図2のようになる．

<< Model No.1 (= No.2 = No.4) >>



<< Model No.3 (= No.5 = No.6) >>

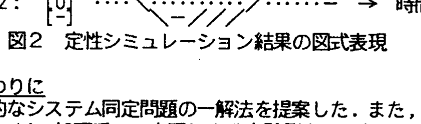


図2　定性シミュレーション結果の図式表現

9．おわりに

定性的なシステム同定問題の一解法を提案した．また，本手法のCommon Lisp処理系への実現による実験例を示した．

参考文献：

[1]西田豊明：定性推論，人工知能学会全国大会（第4回）チュートリアル講演テキスト(1990)
[2]淵一博監修，溝口文雄他著：定性推論，知識情報処理シリーズ別巻1，共立出版社(1989)