4面体セル分割による流線生成アルゴリズム

3D−7

土井章男、小山田耕二、宮沢達夫、小出昭夫
日本アイ・ビー・エム株式会社
東京基礎研究所

Abstract

本論文では、構造および非構造格子で与えられるベクタデータから流線を高速に生成する方法について述べる。本アルゴリズムは、格子空間を4面体セルに分割し、4面体セルごとに流線を求めていく。4面体セル内の流線生成は、一定の精度を保持しながら、線形補間により求めていく。各4面体セル間の横断は、その隣接情報により行なう。

1 はじめに

圧力勾配、熱流束、密度勾配、電界等の測定データやシミュレーション結果は、格子点上のベクタデータとして出力され、この出力を研究者やエンジニアが容易に理解するためにベクタデータの可視化が重要になっている。ベクタデータの可視化には領域ごとにマーカー(矢印、円錐、シリンダー等)をプロットする方法が有名であるが、この方法は表示が早い反面、マーカーが互いに重なりあうためにわかりにくい。このため、ボリュームデータの場合、流線がよく使われるようになってきた。流線は、次の式により定義される。

$$dX/dt = V \tag{1}$$

ここで、Vは位置ベクトルXにおけるベクタを表す。流線をパラメトリックに求める方法は、ユーザの与えるパラメータｄｔを用いて、次式により始点から繰り返し計算を行う。

$$X(t+dt) = X(t) + V(dt) \tag{2}$$

この方法は、ユーザが与えるパラメータｄｔの設定が難しく、小さくしすぎて生成される流線のデータ量が膨大になったり、大きくし過ぎて十分な精度が得られなかったりすることがある。本論文で述べるアルゴリズムは、この問題点を解決するために考案された。

2 4面体セル分割

本アルゴリズムは各4面体セルごとに流線を求めながら、隣接している4面体セルへ効率よく横断する。格子空間を4面体セルに分割する方法は、既にいくつかの方法が報告されている [1, 2, 3] 。ここでは、構造格子における4面体分割については、文献１）の方法により、５個の4面体セルに分割する。非構造格子における4面体分割については、文献３）の方法を採用する。上記の方法により作成された4面体セルは、隣接格子との間に矛盾を起こさないように分割され、かつ、各4面体セル間で隣接情報を保持している。

3 流線生成アルゴリズム

4面体セル内部で計算される回数は、4面体セルごとに自動的に調整され、この計算には4面体の次の性質が用いられる。
１）4面体セルの頂点の座標をＸ０，Ｘ１，Ｘ２，Ｘ３，頂点におけるベクタ値をＶ０，Ｖ１，Ｖ２，Ｖ３とすると、4面体セル内部の点Ｘは、

$$X = t0X0 + t1X1 + t2X2 + t3X3 \tag{3}$$

そして、その位置におけるベクタ値は、

$$V = t0V0 + t1V1 + t2V2 + t3V3 \tag{4}$$

ここで、ｔ０，ｔ１，ｔ２，ｔ３は、次式（５)、(６）を満たすパラメトリック変数である。

$$0 < t0, t1, t2, t3 < 1 \tag{5}$$

$$t0 + t1 + t2 + t3 = 1 \tag{6}$$

よって、4面体セル内部では、すべて線形補間のみで位置座標とベクタ値を求められる。流線の始点がユーザから与えられると最初にその始点を含む格子空間および4面体セルを見つける。次にその4面体セルから流線を求めながら、4面体セルを横断していく。以下に示すのは、4面体セル内部での流線生成アルゴリズムである。

Step 1) 4面体セルへの流入点における位置を Xin 、ベクタ値を Vin とすると、直線

$$X = Xin + A * Vin \tag{7}$$

と四面体セルの流出点 Xout を求める。始点を含む最初の4面体セルの場合は、その始点が Xin とする。

Step 2) 流出点 Xout におけるベクタ Vout を式（４）より求める。

A Streamline Generation Algorithm Based on Tetrahedral-Cell Subdivision.
A. Doi, K. Koyamada, T. Miyazawa, A. Koide
Tokyo Research Laboratory, IBM Japan, Ltd.

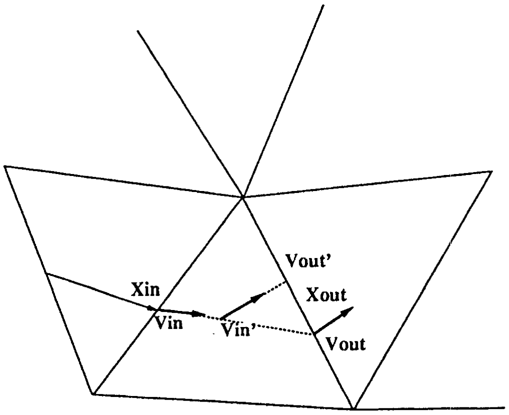

図 1: Streamlines Generation in Tetrahedral Cells

Step 3) ベクタ値 Vin, Vout を正規化し、その内積 c を求める。c は、-1 から+1 の範囲の値になる。

Step 4) もし、内積 c がユーザの与えるしきい値 Cmax より小さいときは、4 面体セル内部の位置 Xp を式（8）より求める。

$$Xp = Xin + 0.5 * (c + 1) * (Xout - Xin) \quad (8)$$

位置 Xp におけるベクタ Vp は、4 面体セル内部における線形性により、式（9）より求める。

$$Vp = Vin + 0.5 * (c + 1) * (Vout - Vin) \quad (9)$$

4 面体セル内部でベクタ値が線形性を有することは、式（4）より自明である。内積 C がしきい値 Cmax より大きいときは、Xout 、Vout を Xp 、Vp とし、隣あう 4 面体セルに移る。

Step 5) Step 4) で求めた Xp 、Vp を新しい Xin 、Vin として、同じ操作を Step 1) から繰り返す。

流線が一番、外側の 4 面体セルまで横断すれば終了である。4 面体セル内部での流線の収束を避けるために最大反復回数 M を用いた。図 1 に 4 面体セル内での流線発生における反復の様子を示す。

4 結論

本アルゴリズムは、次のような長所をもつ。（1）4 面体セルの頂点座標とそのベクタ情報しか必要としないため、適用範囲が広い。（2）4 面体セルの線形性を利用しているため、流線を高速に生成できる。（3）各 4 面体ごとに刻み幅を自動的に変えることができ、4 面体セルの横断も隣接情報を保持しているため、高速である。本アルゴリズムのインプリメンテーションは、RS／6000上でC言語により行い、実際、半導体チップ製造のためのクリーンルームでの流体解析結果に用いて、有効性を確認した (図 2)。

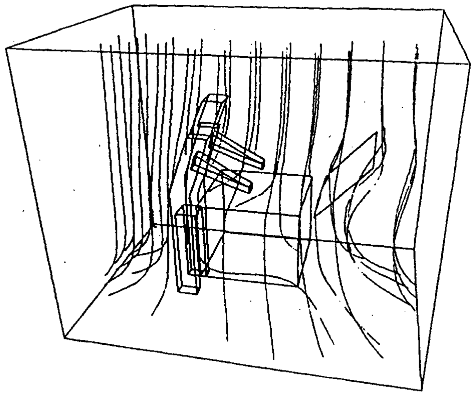

図 2: An Example

参考文献

[1] A. Doi and A. Koide, *An Efficient Method of Triangulating Equi-Valued Surfaces*, IEICE Transactions, Vol. E74, No. 1, pp. 214-224, 1991.

[2] K. Kaneda, K. Harada, Y. Sato, and E. Nakamae, *A Visualization Method of Three-Dimensional Vector-Valued Data*, J. of Trans. of Information Processing Society of Japan, Vol. 27, No. 6, pp. 567-574, 1986.

[3] K. Koyamada, *Volume Visualization for the Unstructured Grid Data*, SPIE Symposium on Electronic Imaging Conference Proceedings, Vol. 1259, pp.14-25, 1990.